

4장. 부울대수와 논리 간소화



- ◎ 부울 대수 (1, 2)
- ◎ 드모르간의 정리(3)
- ◎ 논리회로의 부울 해석(4)
- ◎ 부울 대수를 사용한 간소화(5)
- ◎ 부울 식(6, 7)
- ◎ 카르노 맵(8~11)
- ◎ (프로그래머블 논리(12))

부울 대수



- ◎ 부울 대수

논리회로의 연산을 표현하고 분석하는 체계적인 방법

- ◎ 변수

- ◎ 보수

부울 대수



◎ 부울 덧셈

* 합항(sum term) : 문자들의 합, OR 연산만으로 이루어짐

예제 4-1) $A + B' + C + D'$ 이 0이 되도록 하는 A, B, C, D의 값은?

부울 대수



◎ 부울 곱셈

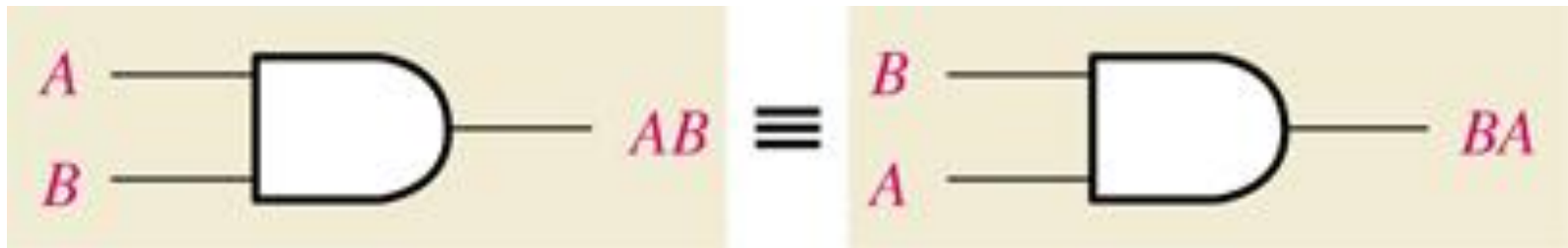
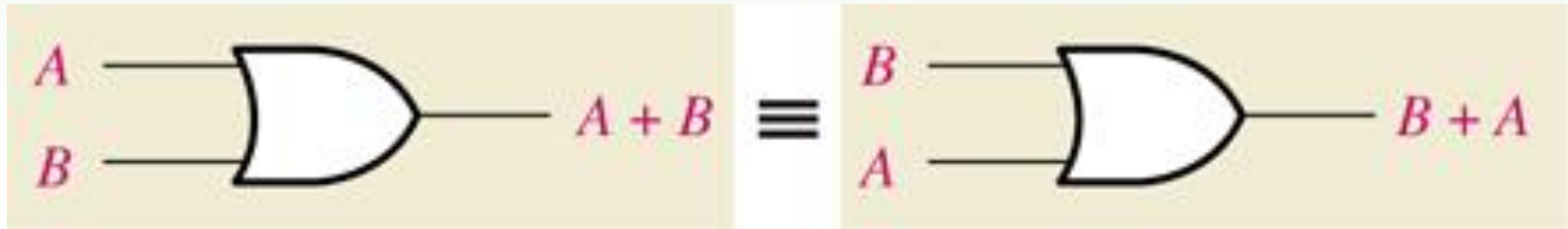
* 곱항(product term) : 문자들의 곱, AND 연산만으로 이루어짐

예제 4-2) $AB'CD'$ 이 1이 되도록 하는 A, B, C, D의 값은?

부울 대수



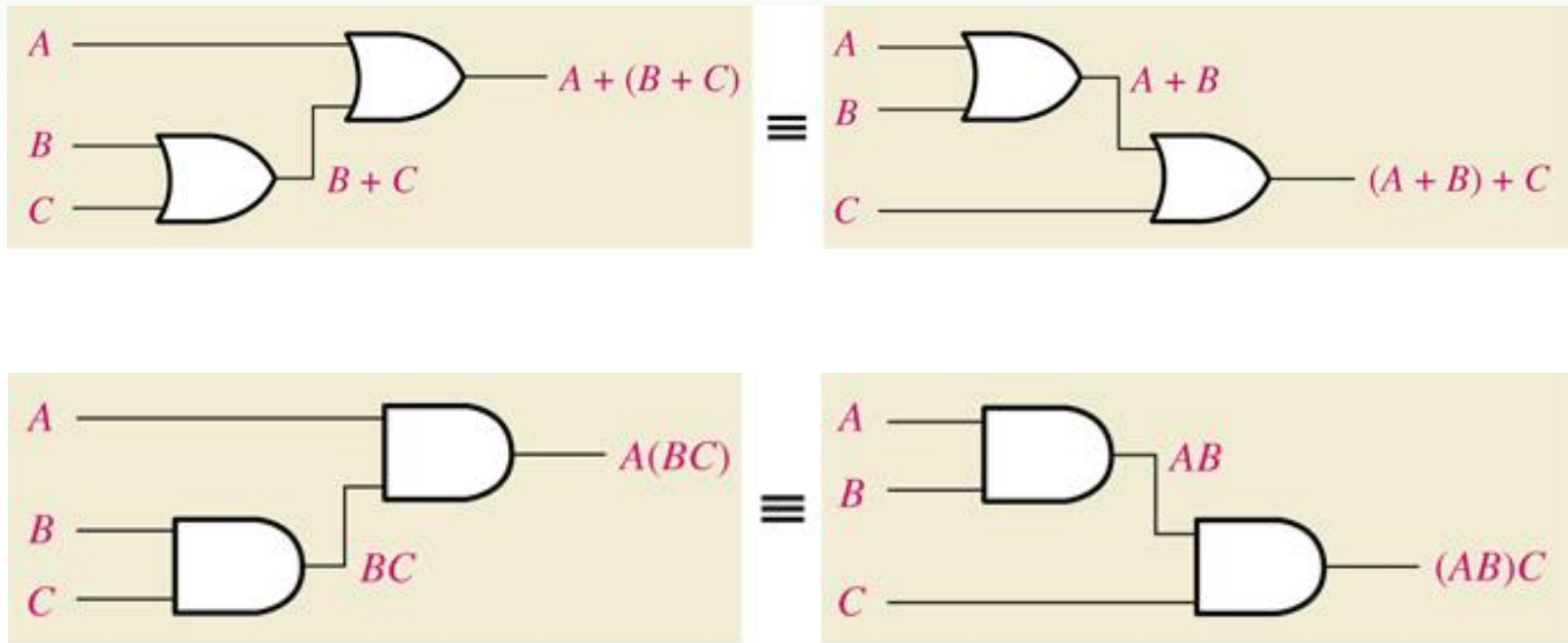
◎ 부울 대수의 교환법칙



부울 대수



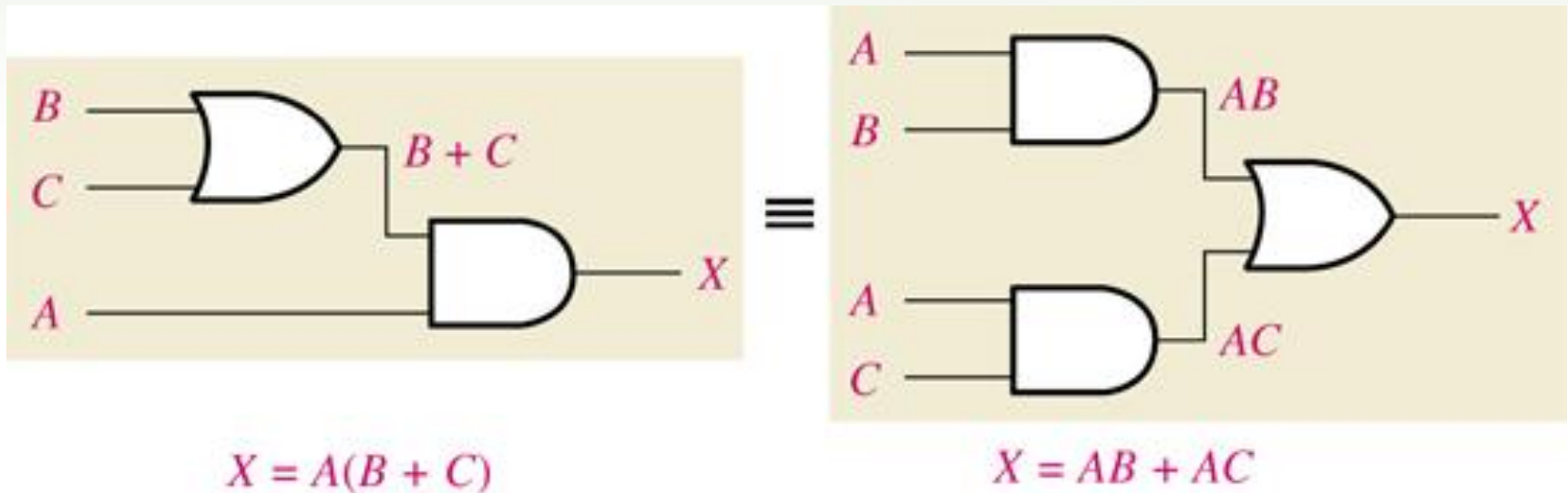
◎ 부울 대수의 결합법칙



부울 대수



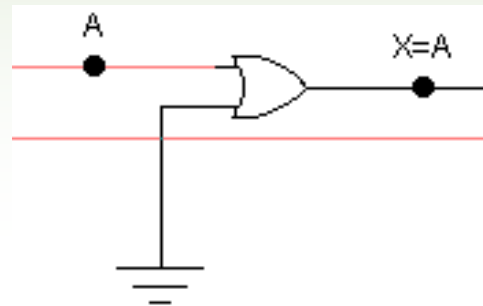
◎ 부울 대수의 분배법칙



부울 대수의 규칙



◎ $A + 0 = A$

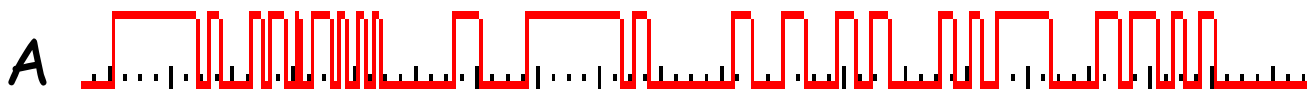
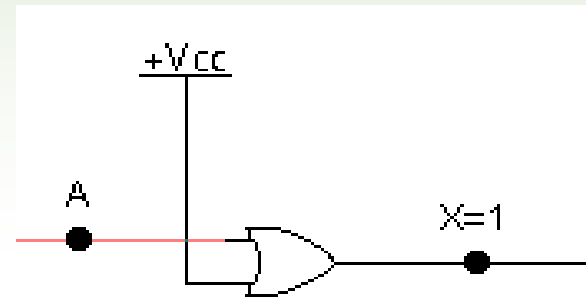


$$X = A + 0 \\ = A$$

부울 대수의 규칙



◎ $A + 1 = 1$

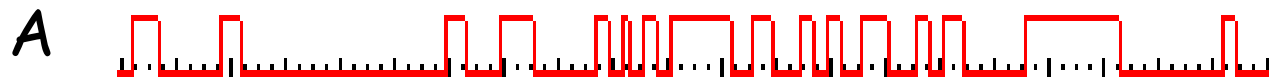
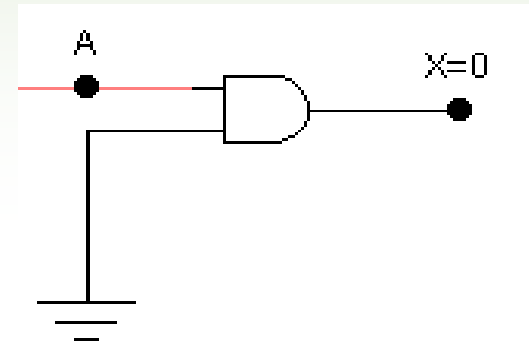


$$X = A + 1 = 1$$

부울 대수의 규칙



◎ $A \cdot 0 = 0$

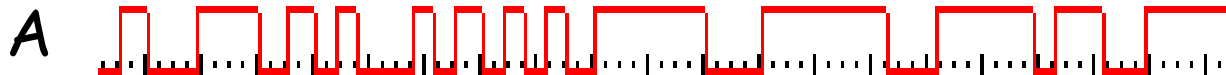
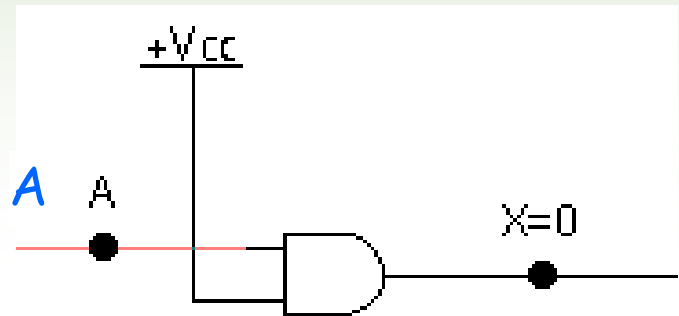


$$X = A \cdot 0 \\ = 0$$

부울 대수의 규칙



◎ $A \cdot 1 = A$

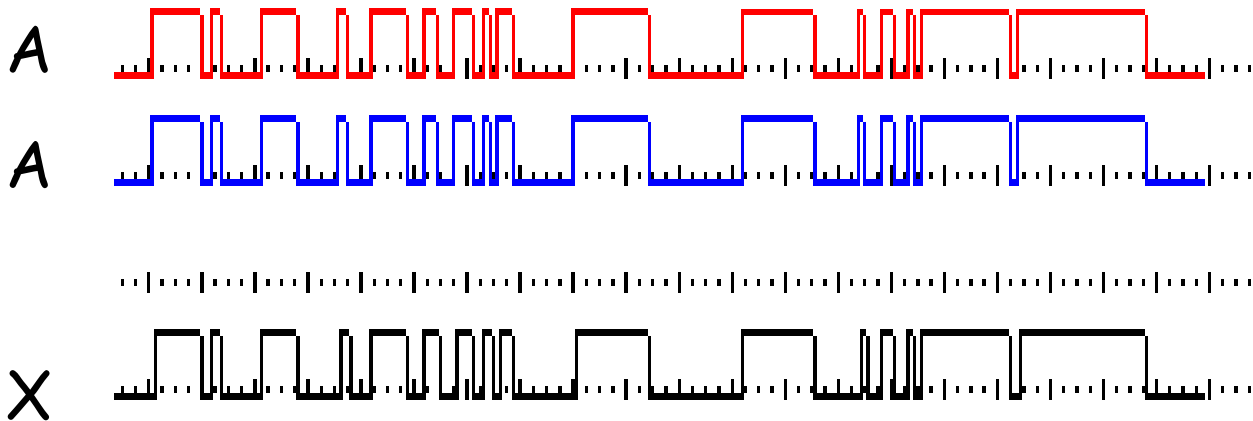
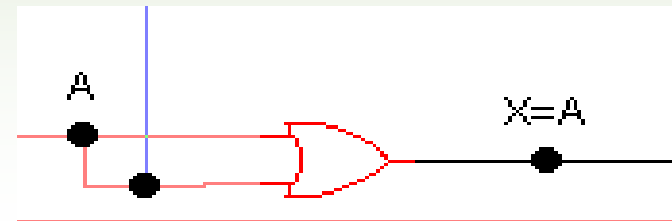


$$X = A1 \\ = A$$

부울 대수의 규칙



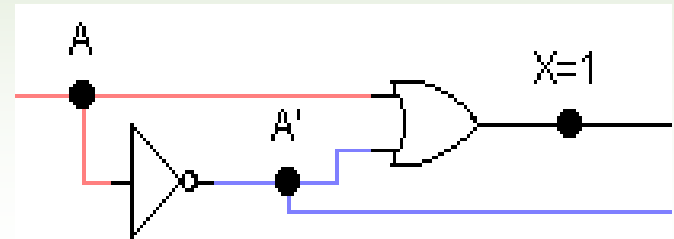
◎ $A + A = A$



부울 대수의 규칙



◎ $A + A' = 1$

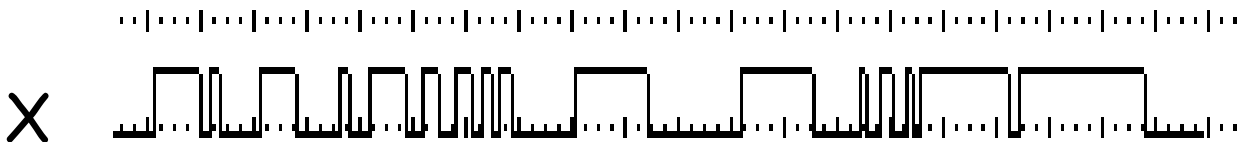
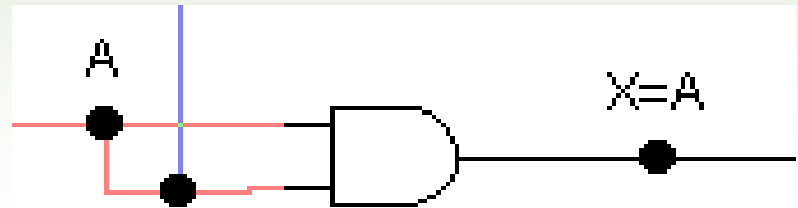


$$X = A + A' = 1$$

부울 대수의 규칙



◎ $A A = A$

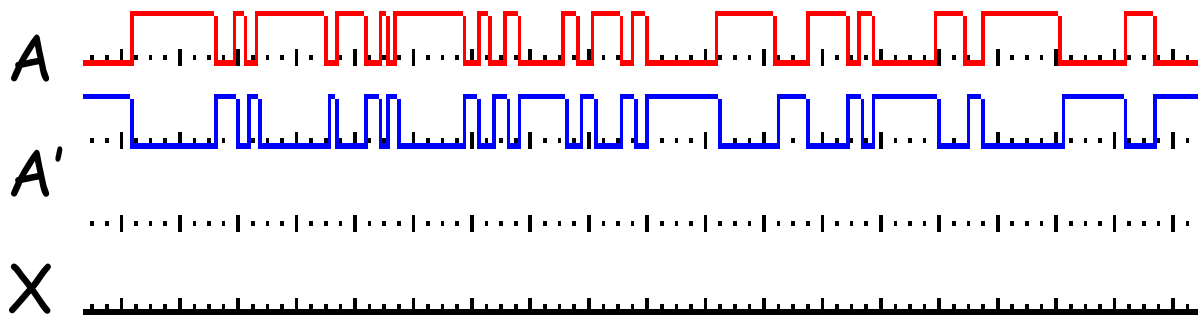
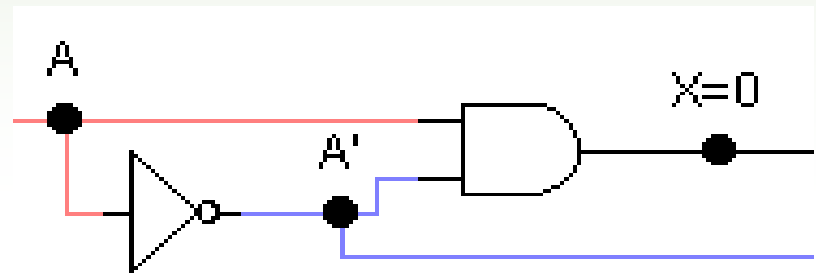


$$A = A A$$
$$= A$$

부울 대수의 규칙



◎ $A A' = 0$

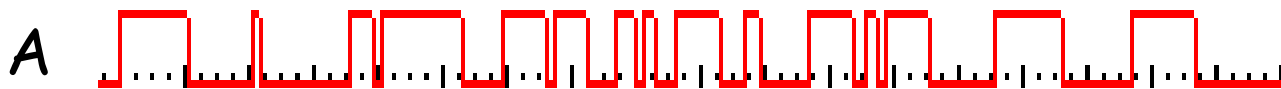
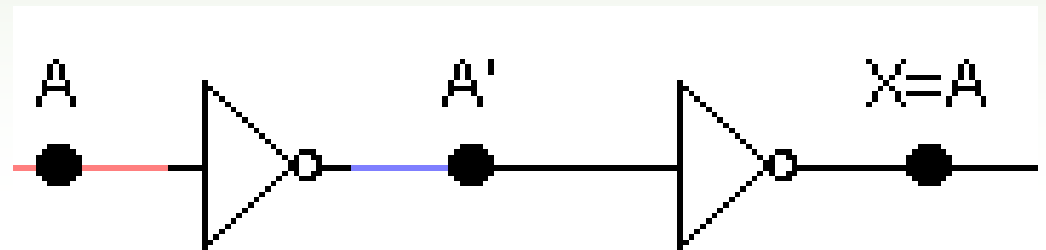


$$X = AA' = 0$$

부울 대수의 규칙



◎ $(A')' = A$

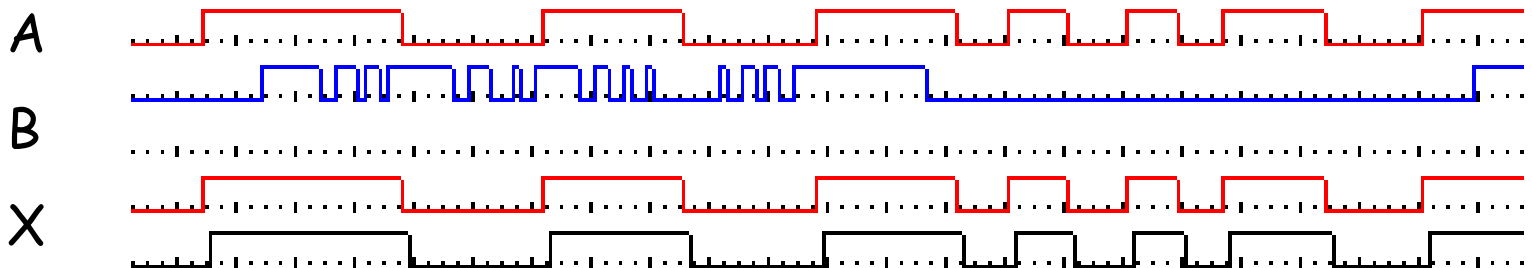
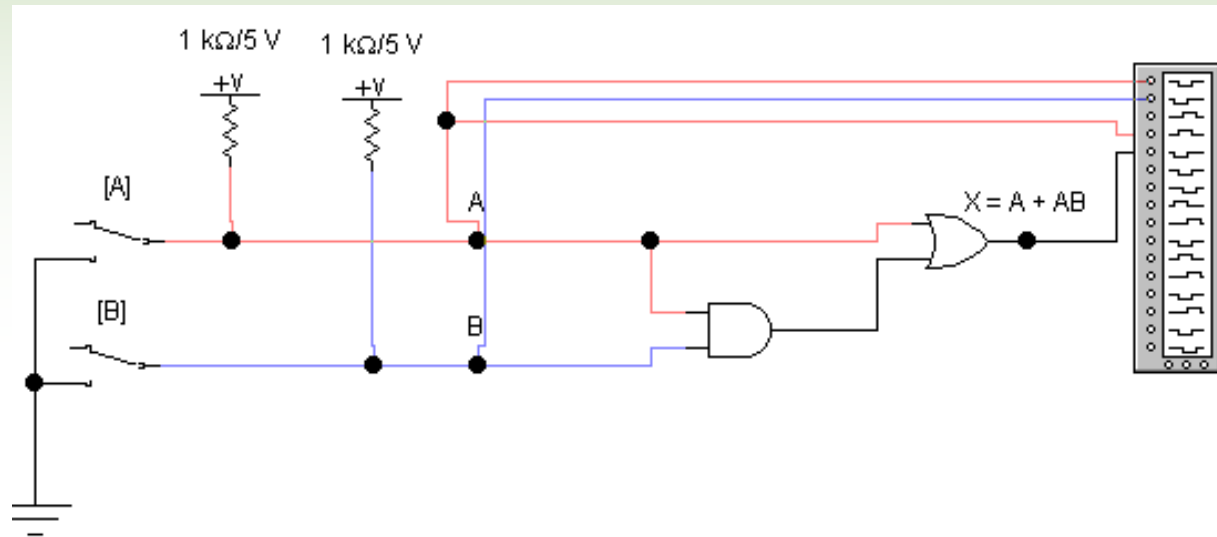


$$X = (A')' = A$$

부울 대수의 규칙



◎ $A + AB = A$



부울 대수의 규칙

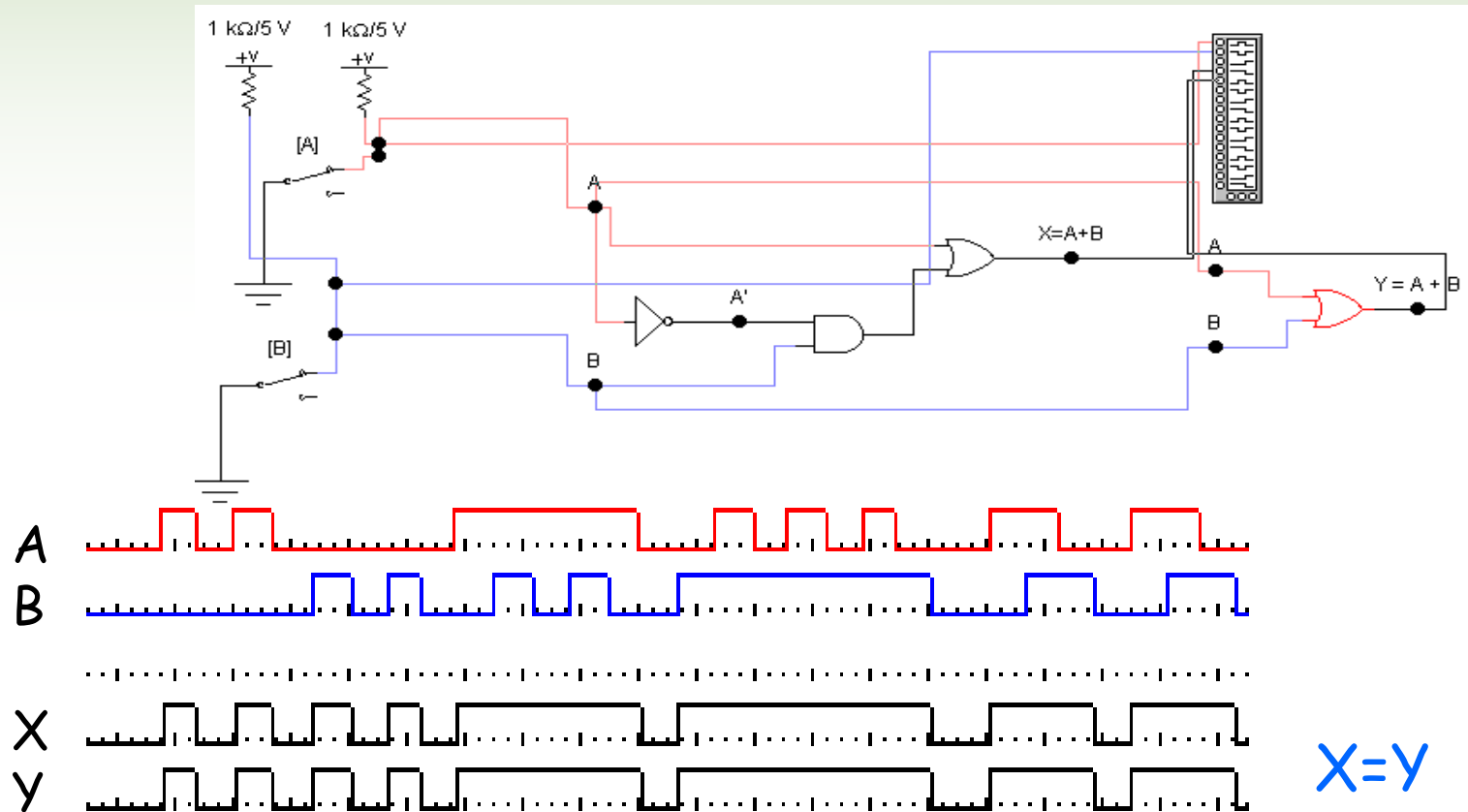


◎ $A + A'B = A + B$

부울 대수의 규칙



◎ $A + A'B = A + B$



부울 대수의 규칙



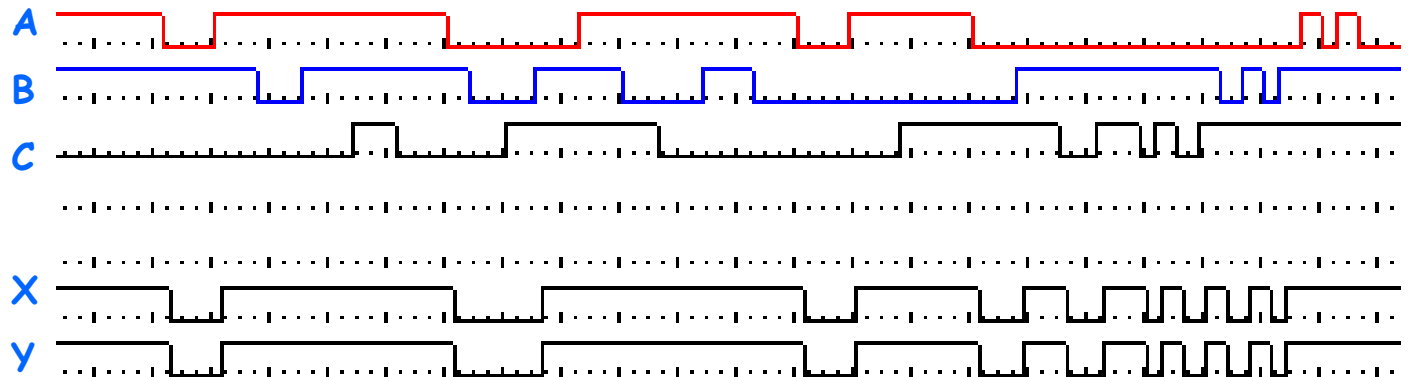
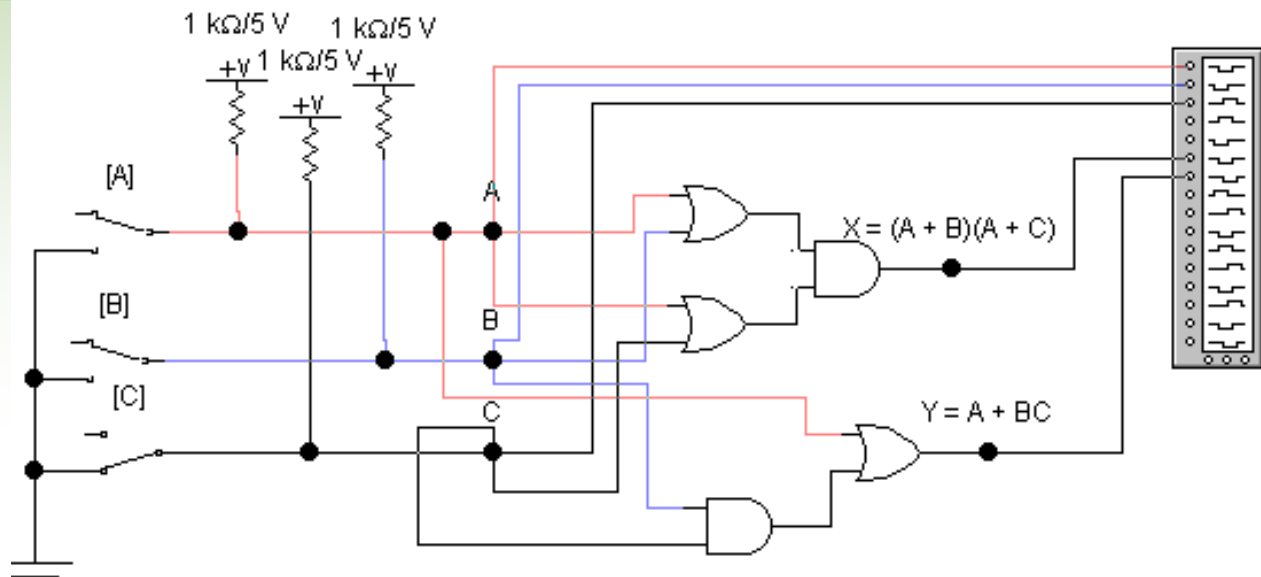
◎ $(A+B)(A+C) = A+BC$

A	B	C	A+B	A+C	$(A+B)(A+C)$	BC	A+BC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

부울 대수의 규칙



◎ $(A+B)(A+C)$
 $= A+BC$

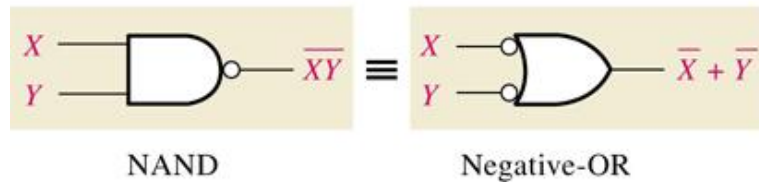


드모르간의 정리(Demorgan's theorems)

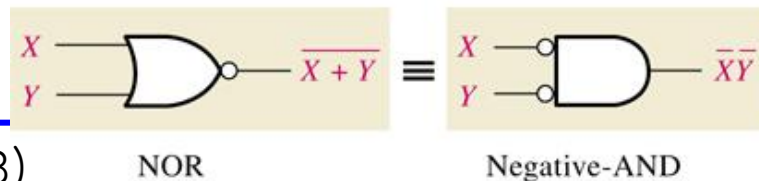


변수들의 곱의 보수는 변수들의 보수의 합과 같다.

변수들의 합의 보수는 변수들의 보수의 곱과 같다.



Inputs		Output	
X	Y	$\overline{XY}$	$\overline{X} + \overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



Inputs		Output	
X	Y	$\overline{X} + \overline{Y}$	$\overline{X} \overline{Y}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

드모르간의 정리(Demorgan's theorems)



예제 4-3) $(XYZ)'$, $(X+Y+Z)'$ 에 드모르간의 정리를 적용

$$\text{Sol) } (XYZ)' = X' + Y' + Z' , \quad (X+Y+Z)' = X'Y'Z'$$

예제 4-5) 드모르간의 정리를 적용

$$(a) ((A+B+C)D)' \quad (b) (ABC+DEF)' \quad (c) AB'+C'D+EF)'$$

$$\text{Sol) } (a) ((A+B+C)D)' = (A+B+C)' + D' = A'B'C' + D'$$

$$(b) (ABC+DEF)' = (ABC)'(DEF)' = (A'+B'+C')(D'+E'+F')$$

$$(c) (AB'+C'D+EF)' = (AB')'(C'D)'(EF)' = (A'+B)(C+D')(E'+F')$$

드모르간의 정리(Demorgan's theorems)



예제 4-7) 배타적 OR ; $AB' + A'B$

배타적 NOR ?

$$\begin{aligned}\text{Sol) } (AB' + A'B)' &= (AB')'(A'B)' \\ &= (A' + (B')')((A')' + B') \\ &= (A' + B)(A + B') \\ &= A'A + A'B' + AB + BB' \\ &= A'B' + AB\end{aligned}$$

A, B가 모두 0이거나, 모두 1인 경우에 1이 된다.

논리회로의 부울 해석



○ 논리회로 => 부울 식

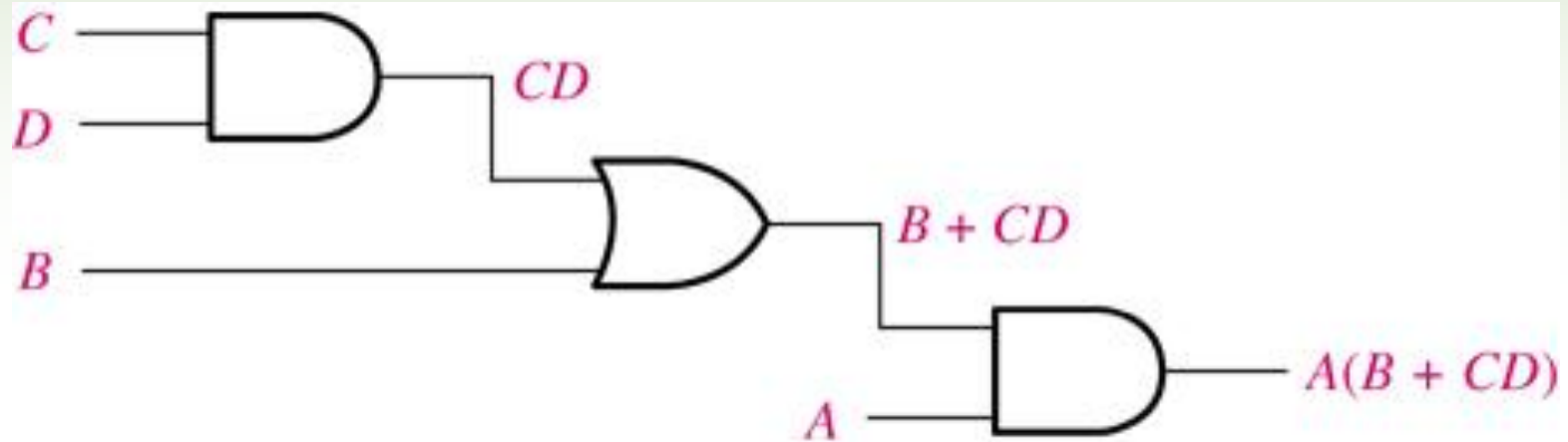


Figure 4-16 A logic circuit showing the development of the Boolean expression for the output.

* 입력 변수 : A, B, C, D 4개

논리회로의 부울 해석

- 논리회로에 대한 진리표
부울식이 1이 되는 입력변수의
값들을 구하여 진리표를 작성

$$A(B+CD)=1 \Rightarrow A = 1 \text{ and } B+CD = 1$$

$$(B+CD)=1 \Rightarrow (B+CD)=1+1 = 1$$

$$(B+CD)=1+0 = 1$$

$$(B+CD)=0+1 = 1$$

즉, $A=1$, $B=1$, C,D 는 DON'T CARE

$$A=1, B=0, C=D=1 (CD=1)$$

Input				Output
A	B	C	D	$A(B+CD)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

부울 대수를 사용한 간소화



예제 4-8) 부울 대수를 사용하여 $AB + A(B + C) + B(B + C)$ 를 간소화

$$= AB + AB + AC + BB + BC$$

분배법칙

$$= AB + AB + AC + B + BC$$

$$BB = B$$

$$= AB + AC + B + BC$$

$$AB + AB = AB$$

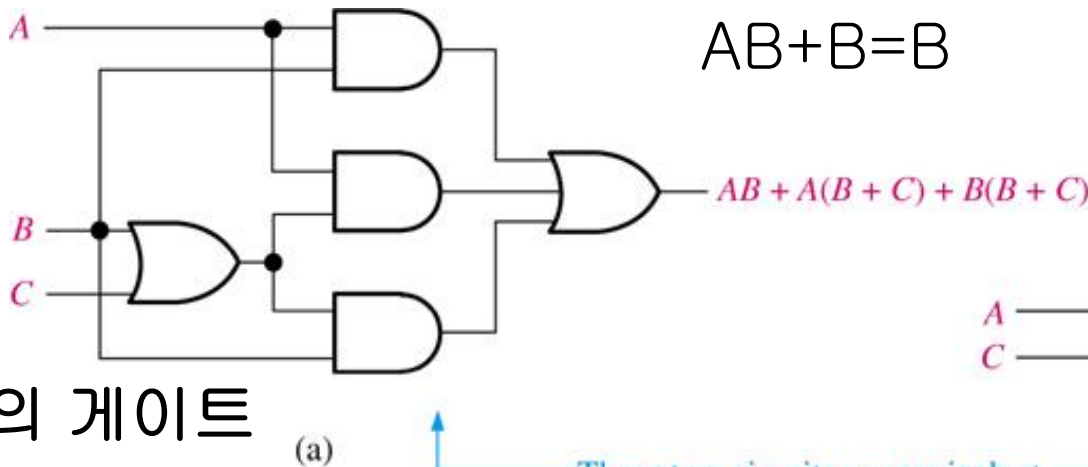
$$= AB + AC + B$$

$$B + BC = B$$

$$= B + AC$$

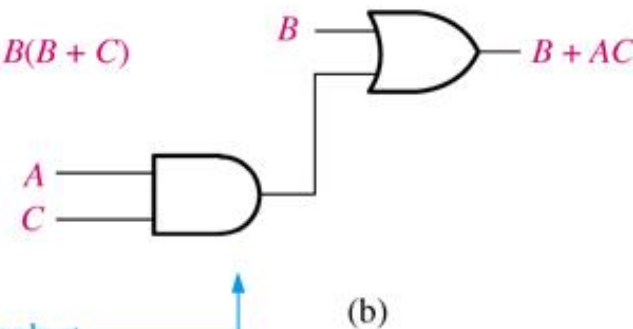
$$AB + B = B$$

5개의 게이트



(a)

2개의 게이트



(b)

These two circuits are equivalent.

부울 대수를 사용한 간소화



예제 4-9) $(AB'(C+BD)+A'B')C$

$$\Rightarrow (AB'C + AB'BD + A'B')C = AB'CC + A'B'C = (A+A')B'C = B'C$$

예제 4-10) $A'BC + AB'C' + A'B'C' + AB'C + ABC$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & BC(A'+A) + AB'(C'+C) + A'B'C' \\ = & BC + AB' + A'B'C' = BC + B'(A+A'C') \\ = & BC + B'(A+C') = BC + AB' + B'C' \end{aligned}$$

예제 4-11) $(AB + AC)' + A'B'C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & (AB)'(AC)' + A'B'C = (A'+B')(A'+C') + A'B'C \\ = & A'A' + A'C' + A'B' + B'C' + A'B'C = A' + A'C' + A'B'(1+C) + B'C' \\ = & A'(1+C') + A'B' + B'C' = A'(1+B') + B'C' = A' + B'C' \end{aligned}$$

부울식들의 표준형태



● 곱의 합 형식(The sum-of-products form)

예) $AB+ABC$, $ABC+CDE+B'CD'$

* 부울식의 영역

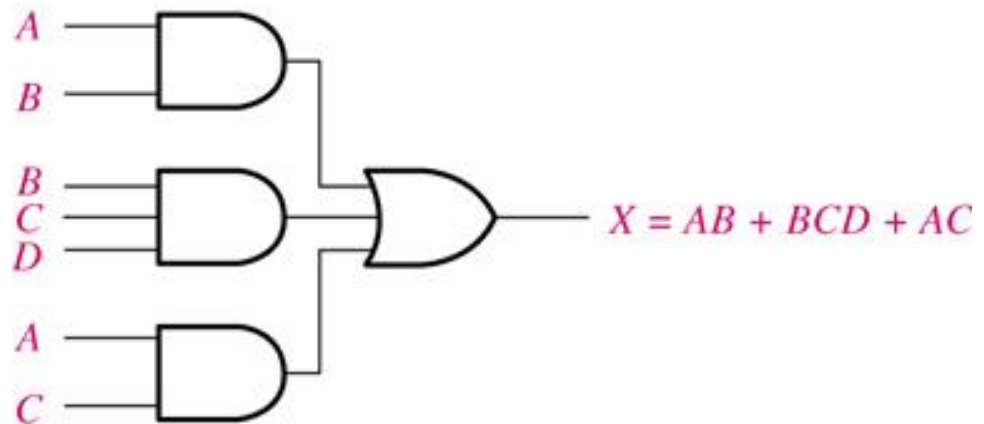
$A'B+AB'C \Rightarrow$ 영역은

$ABC'+CD'E+B'CD' \Rightarrow$ 영역은

* 곱의 합 식의 구현

곱 : AND 연산

합 : OR 연산



부울식들의 표준형태



◎ 일반적인 식의 곱의 합 형태 변환

임의의 논리식은 불 대수를 사용하여 곱의 합 형태로 변환할 수 있다.

(예제4-12) $AB+B(CD+EF)$, $((A+B)'+C)'$ 을 곱의 합 형태로 변환.

$$* AB+B(CD+EF) = AB+BCD+BEF$$

$$* ((A+B)'+C)' = ((A+B)')'C' = (A+B)C' = AC' + BC'$$

◎ 표준 곱의 합 형태

(예) $A'BC'+AB'D+A'BC'D$: 영역={A,B,C,D} ; 표준형태가 아님

$AB'CD+A'B'CD'+ABC'D'$: 영역={A,B,C,D} ; 표준형태

부울식들의 표준형태



* 곱항을 표준 곱의 합으로 변환하는 방법

=>

(예제4-13) $AB'C + A'B' + ABC'D$ 를 표준 곱의 합 형태로 변환.

(Sol) 영역은 $\{A, B, C, D\}$

$$AB'C = AB'C(D+D') = AB'CD + AB'CD'$$

$$\begin{aligned} A'B' &= A'B'(C+C') = A'B'C + A'B'C' \\ &= A'B'C(D+D') + A'B'C'(D+D') \\ &= A'B'CD + A'B'CD' + A'B'C'D + A'B'C'D' \end{aligned}$$

$$\Rightarrow AB'CD + AB'CD' + A'B'CD + A'B'CD' + A'B'C'D + A'B'C'D' + ABC'D$$

부울식들의 표준형태



* 표준 곱항의 2진 표현

=> 표준 곱항은 오직 하나의 변수값들의 조합에 대해서만

=> $AB'CD'$;

=> $AB'CD'$ 의 2진 값은

(예제4-12) $ABCD+AB'C'D+A'B'C'D'$ 가 1이 되는 2진 값들을 구하라.

$ABCD$; $A=1, B=1, C=1, D=1$ 일 때 1

$AB'C'D$; $A=1, B=0, C=0, D=1$ 일 때 1

$A'B'C'D'$; $A=0, B=0, C=0, D=0$ 일 때 1

=> 세 개의 곱항 중 하나 이상의 항이 1일때, 곱의 합이 1이 된다.

부울식들의 표준형태



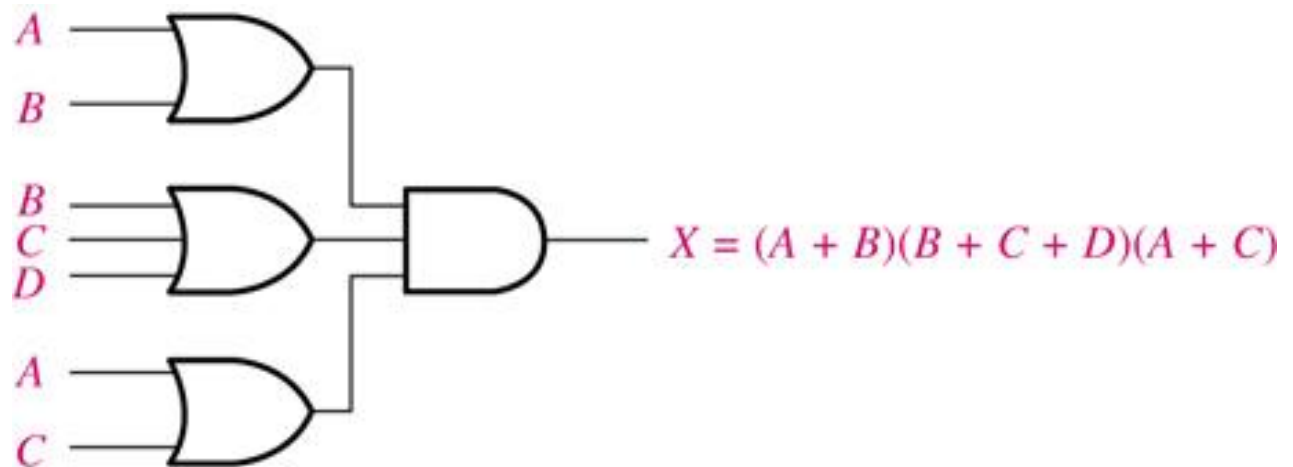
◎ 합의 곱 형식(The product-of-sums form)

예) $(A'+B)(A+B'+C), (A'+B'+C')(C+D'+E)(B'+C+D)$
 $A'(A+B'+C)(B'+C'+D)$

* 합의 곱 식의 구현

합 : OR 연산

곱 : AND 연산



부울식들의 표준형태



표준 합의 곱 형태

영역의 모든 변수들이 식의 각 합항에 나타나는 형태의 식

(예) $(A+B'+C)(A+B'+C'+D)$: 영역={A,B,C,D} ; 표준형태가 아님

$(A'+B'+C'+D')(A+B+C'+D)$: 영역={A,B,C,D} ; 표준형태

* 합항을 표준 합의 곱으로 변환하는 방법

1. 각 합항에 대해서, 빠진 변수와 그 보수의 곱을 비표준항에 더한다
2. $A+BC = (A+B)(A+C)$ 를 적용한다.

(예제4-15) $(A+B'+C)(B'+C+D')(A+B'+C'+D)$ 를 표준 합의 곱 형태로 변환.

$$A+B'+C = A+B'+C+DD' = (A+B'+C+D)(A+B'+C+D')$$

$$B'+C+D' = B'+C+D' + AA' = (A+B'+C+D')(A'+B'+C+D')$$

$$\Rightarrow (A+B'+C+D)(A+B'+C+D')(A+B'+C+D')(A'+B'+C+D')(A+B'+C'+D)$$

부울식들의 표준형태



* 표준 합항의 2진 표현

=> 표준 합항은 오직 하나의 변수값들의 조합에 대해서만 0이 된다.

=> $A+B'+C+D'$;

=> $A+B'+C+D'$ 의 2진 값은

(예제4-16) $(A+B+C+D)(A+B'+C'+D)(A'+B'+C'+D')$ 가 0이 되는 2진 값들을 구하라.

$A+B+C+D$; $A=0, B=0, C=0, D=0$ 일 때 0

$A+B'+C'+D$; $A=0, B=1, C=1, D=0$ 일 때 0

$A'+B'+C'+D'$; $A=1, B=1, C=1, D=1$ 일 때 0

=> 세 개의 합항 중 하나 이상의 항이 0일때, 합곱의 값이 0이 된다.

부울식들의 표준형태



표준 곱의 합을 표준 합의 곱으로 변환

1. 각 곱항을 나타내는 2진수를 구한다.
2. 1단계에서 구해진 2진수들에 포함되지 않은 2진수들을 구한다.
3. 2단계에서 구한 2진수들에 대해서 합항을 구하고 합의 곱 형태로 표현한다.

(예제4-17) $A'B'C' + A'BC' + A'BC + AB'C + ABC$ 를 등가의 합의 곱으로 표현.

1. 각 곱항은 $000 + 010 + 011 + 101 + 111$
2. 포함되지 않은 2진수 : $001, 100, 110$
3. $(A+B+C')(A'+B+C)(A'+B'+C)$

표준 합의 곱을 표준 곱의 합으로 변환

부울식과 진리표



◎ 곱의 합을 진리표 형식으로 변환

1. 곱의 합을 표준형으로 변환한다.
2. 곱의 합이 1이 되는 변수값들을 찾아 기입한다.(나머지는 0을 기입)

(예제4-18) $A'B'C + AB'C' + ABC$ 에 대한 진리표를 작성하라.

Inputs			Output	Product
A	B	C	X	Term
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	

부울식과 진리표



◎ 합의 곱을 진리표 형식으로 변환

1. 합의 곱을 표준형으로 변환한다.
2. 합의 곱이 0이 되는 변수값들을 찾아 기입한다.(나머지는 1을 기입)

(예제4-19)

$(A+B+C)(A+B'+C)(A+B'+C')$

$(A'+B+C')(A'+B'+C)$ 에

대한 진리표를 작성하라.

Inputs			Output	Sum Term
A	B	C	X	
0	0	0	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	

부울식과 진리표



진리표로부터 표준식 구하기

(예제 4-20)

Inputs			Output
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

* 곱의 합

011 =>

100 =>

110 =>

111 =>

$$\Rightarrow A'BC + AB'C' + ABC' + ABC$$

* 합의 곱

000 =>

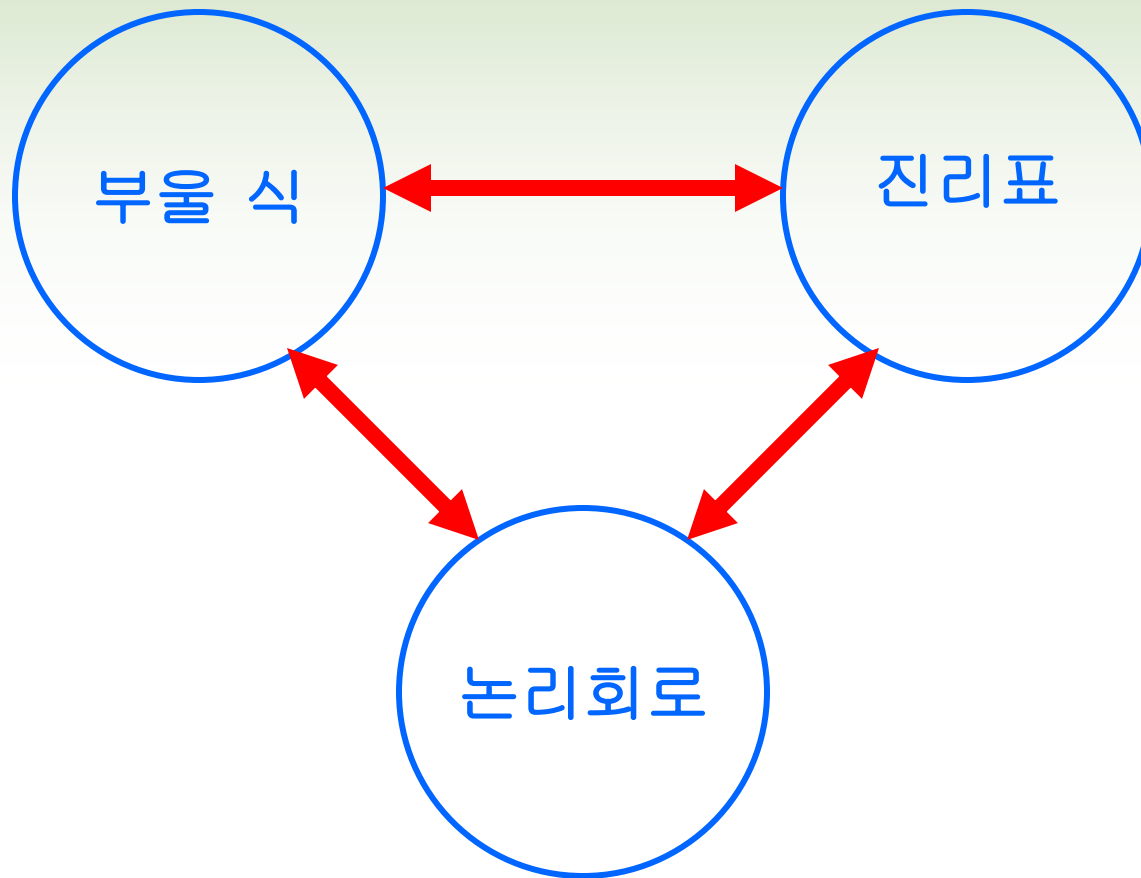
001 =>

010 =>

101 =>

$$\Rightarrow (A+B+C)(A+B+C')(A+B'+C)(A'+B+C')$$

부울식과 진리표

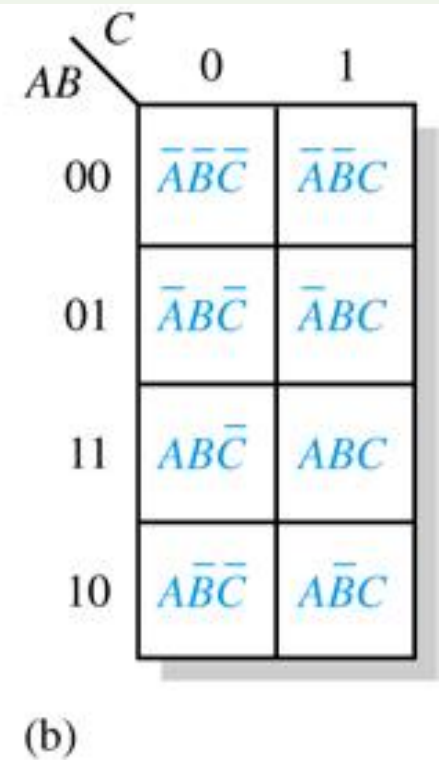
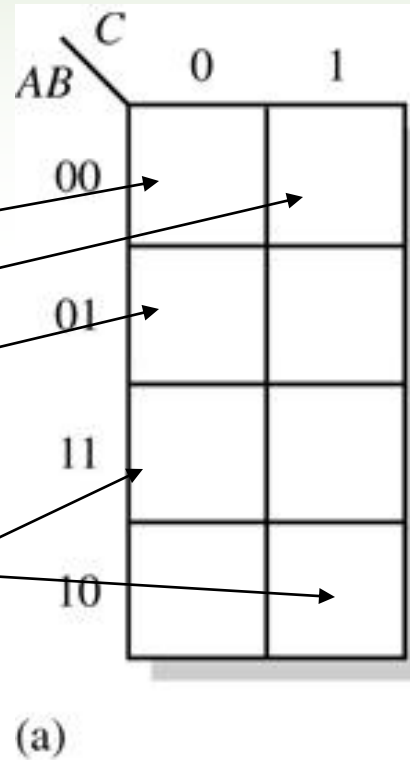


카르노 맵(The Karnaugh Map)



- 부울 식을 간소화하는 체계적인 방법
- 3-변수 카르노 맵

Inputs		
A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

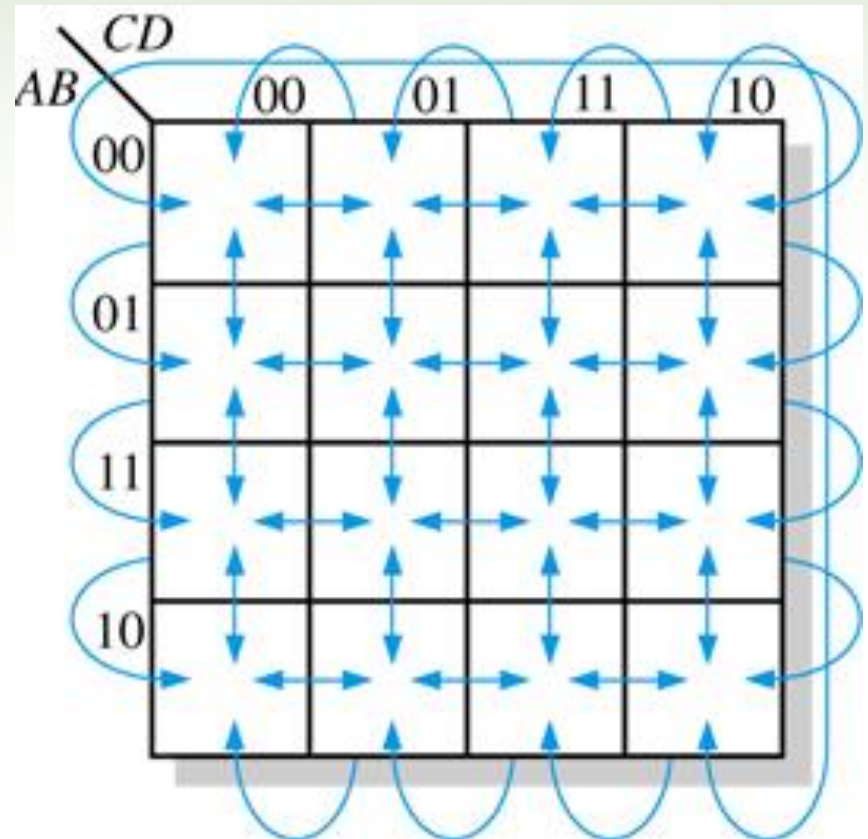


카르노 맵(The Karnaugh Map)



4-변수 카르노 맵과 셀 인접(Cell adjacency)

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$
01	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BC\bar{D}$	$\bar{A}BCD$
11	$AB\bar{C}\bar{D}$	$AB\bar{C}D$	$ABC\bar{D}$	$ABCD$
10	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$

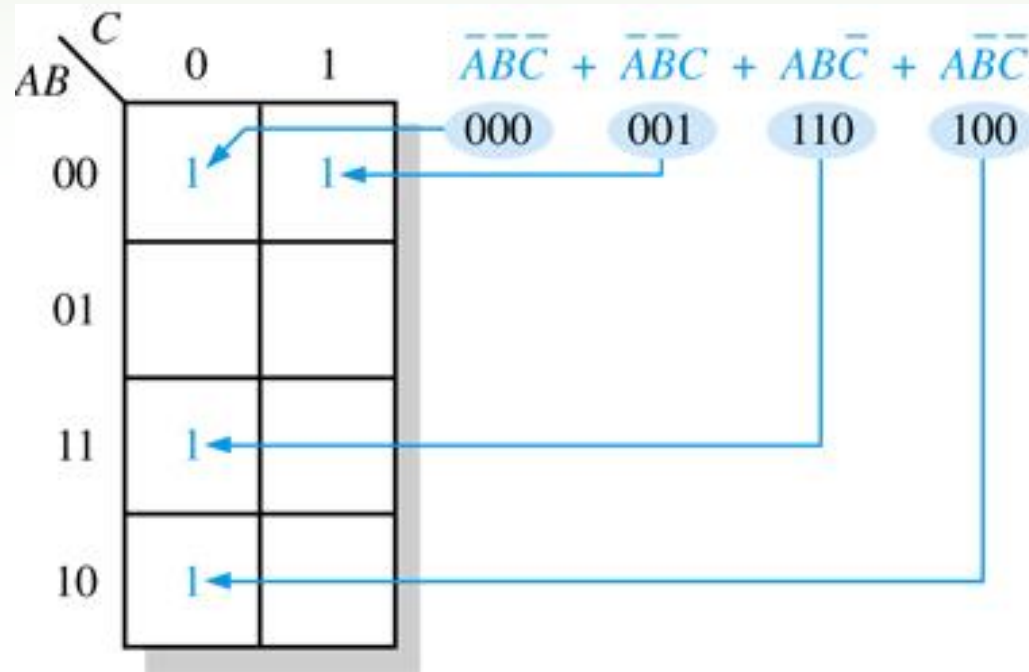


카르노 맵 곱의 합 최소화



표준 곱의 합을 카르노 맵으로 매핑(mapping)

* 각 곱항을 카르노 맵에서 1로 둔다.

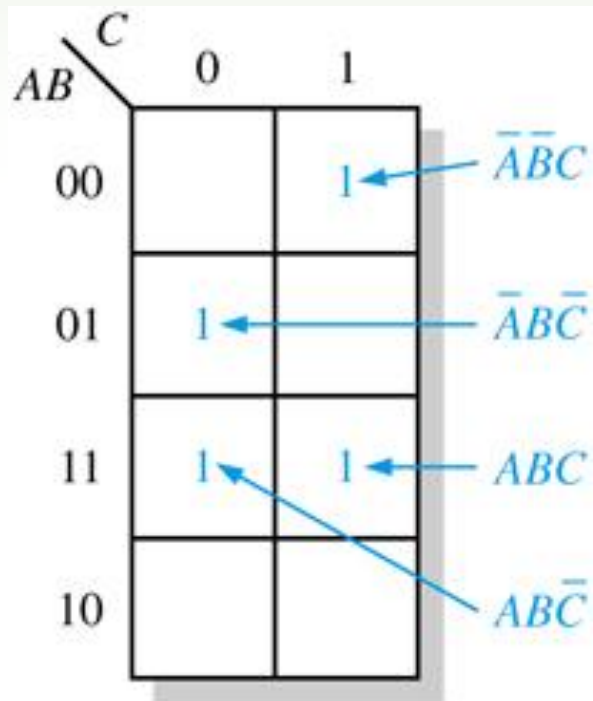


카르노 맵 곱의합 최소화

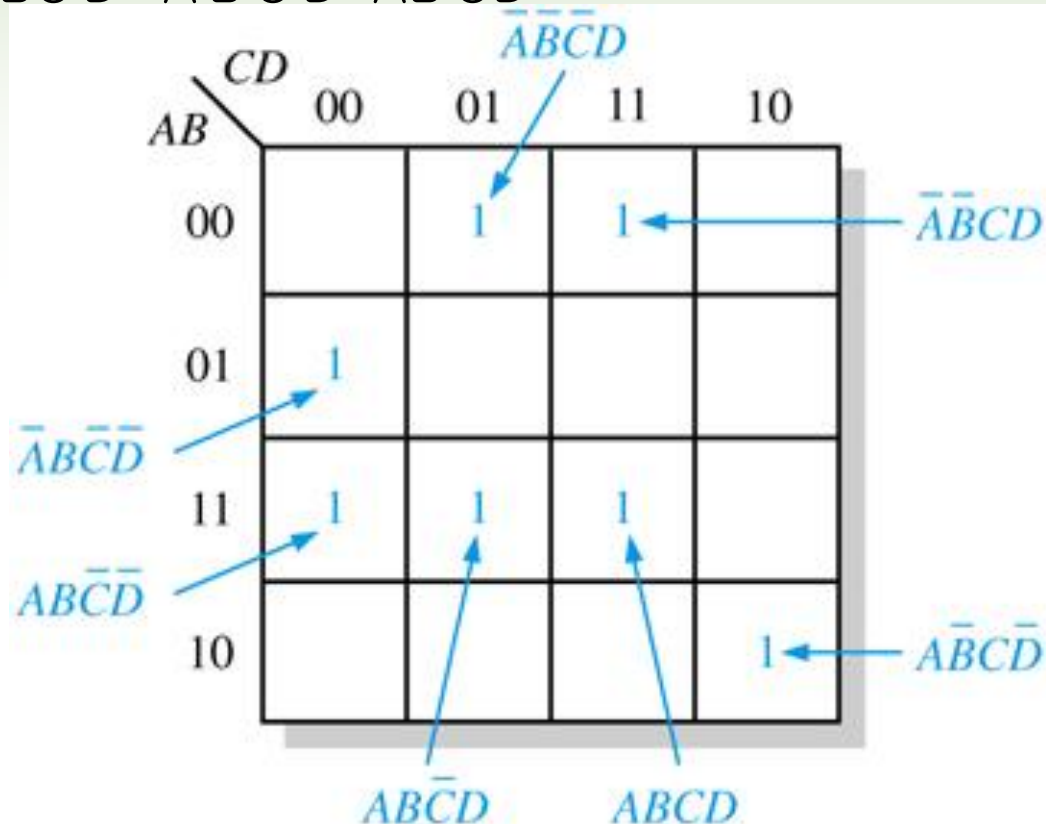


(예제 4-21)

$$A'B'C + A'BC' + ABC' + ABC$$



(예제 4-22) $A'B'CD + A'BC'D' + ABC'D + ABCD + ABC'D' + A'B'C'D + AB'CD'$



카르노 맵 곱의 합 최소화



- 비표준 곱의 합을 카르노 맵으로 매핑(mapping)

예제 4-23) $A' + AB' + ABC'$

A' AB' ABC'

000 100 110

001 101

010

011

		C	
		0	1
AB	00	1	1
	01	1	1
	11	1	
	10	1	1

카르노 맵 곱의합 최소화



예제 4-24) $B'C' + AB' + ABC' + AB'CD' + A'B'C'D + AB'CD$

$B'C'$	AB'	ABC'	$AB'CD'$	$A'B'C'D$	$AB'CD$
0000	1000	1100	1010	0001	1011
0001	1001	1101			
1000	1010				
1001	1011				

$AB \backslash CD$				
	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11	1	1		
10	1	1	1	1

카르노 맵 곱의 합 최소화



◎ 카르노 맵을 사용한 곱의 합 간소화

1. 카르노 맵에서 1들을 그룹화 한다.
2. 각 그룹에 대하여 곱항을 구한다.
3. 구한 각 곱항들을 더한다.

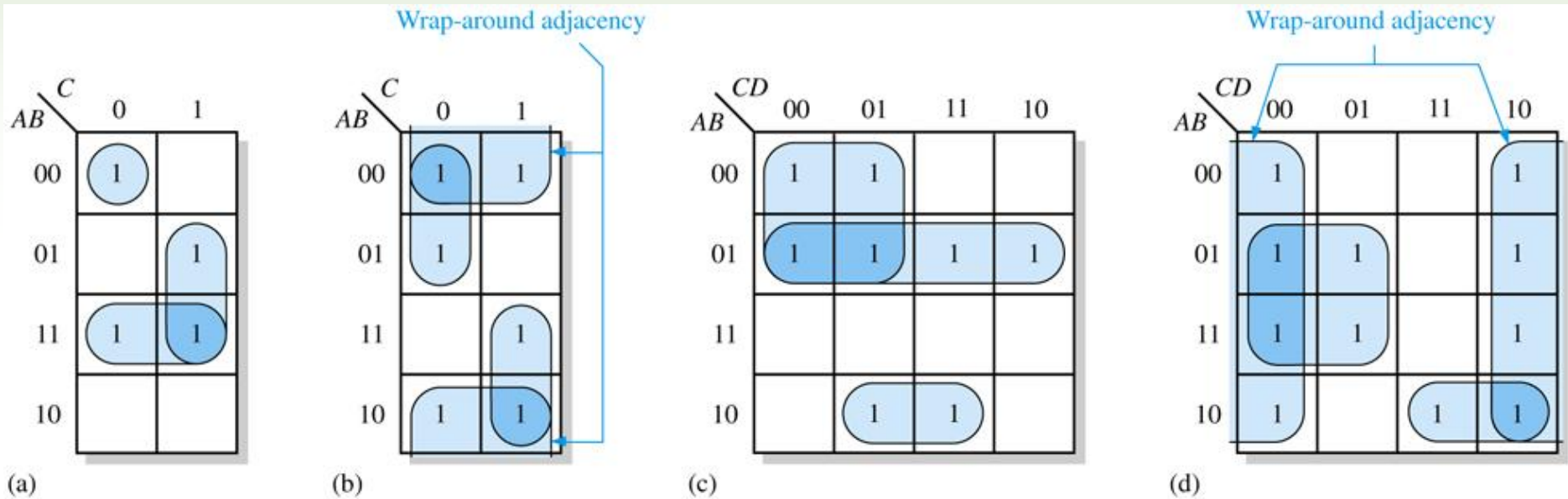
* 1들을 그룹화 하기

1. 그룹은 2의 제곱인 1,2,4,8,16...개의 셀을 포함한다.
2. 한 그룹에서의 각 셀은 그 그룹내의 한 개 이상의 셀에 인접해야한다. 그러나 그 그룹내의 모든 셀이 서로 인접할 필요는 없다.
3. 한 그룹내에 가능한 많은 1을 포함하도록 한다.
4. 맵에 있는 1은 적어도 하나의 그룹에 포함되어야 한다. 한 그룹에 속한 1은 다른 그룹에 포함될 수 있다(단 이 다른 그룹은 이 1 이외에 다른 1을 포함하고 있어야 한다.)

카르노 맵 곱의합 최소화



(예제 4-25) 각 카르노 맵에서 1들을 그룹화하라.



카르노 맵 곱의 합 최소화



* 맵에서 간소화된 곱의 합 결정하기

(예제4-26) 카르노 맵에서 곱항을 구하고 최소 곱의합 표현을 구하라.

8개의 셀 그룹 : A와 A', C와 C', D와 D' 포함

=>

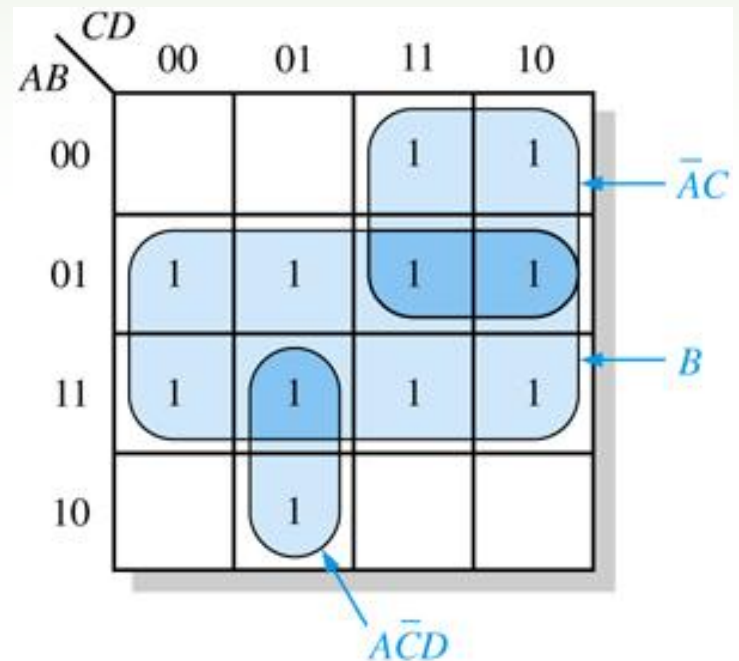
4개의 셀 그룹 : B와 B', D와 D' 포함

=>

2개의 셀 그룹 : B와 B' 포함

=>

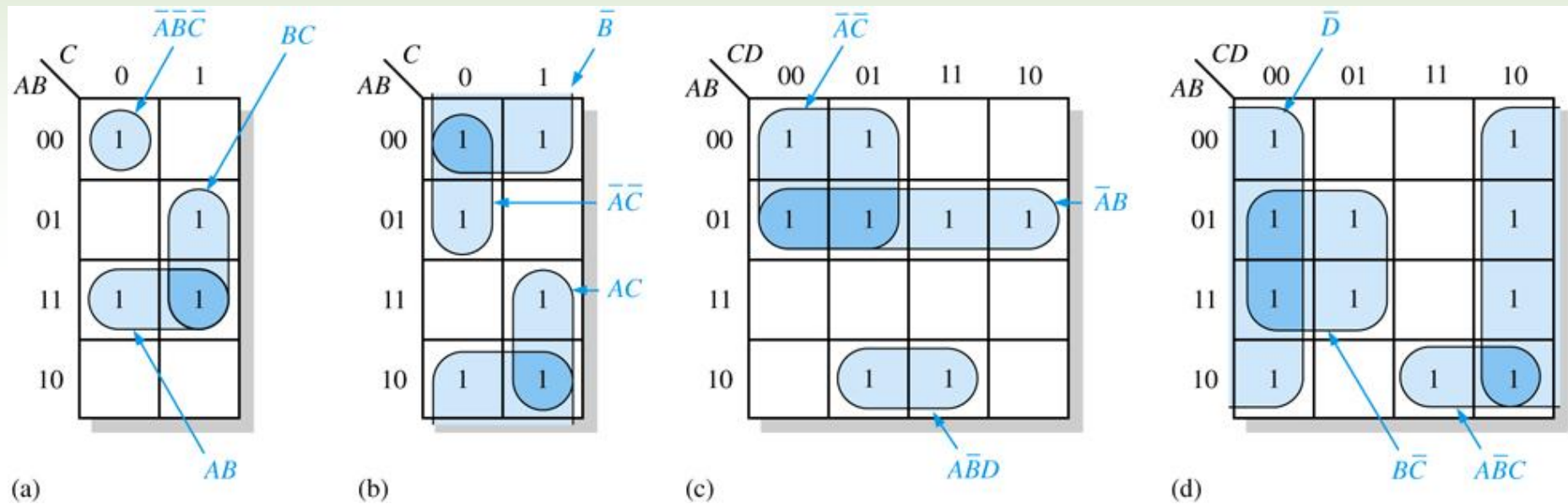
=>



카르노 맵 곱의합 최소화



(예제 4-27)



(a) $AB+BC+A'B'C'$

(b) $B'+A'C'+AC$

(c) $A'B+A'C'+AB'D$

(d) $D'+AB'C+BC'$

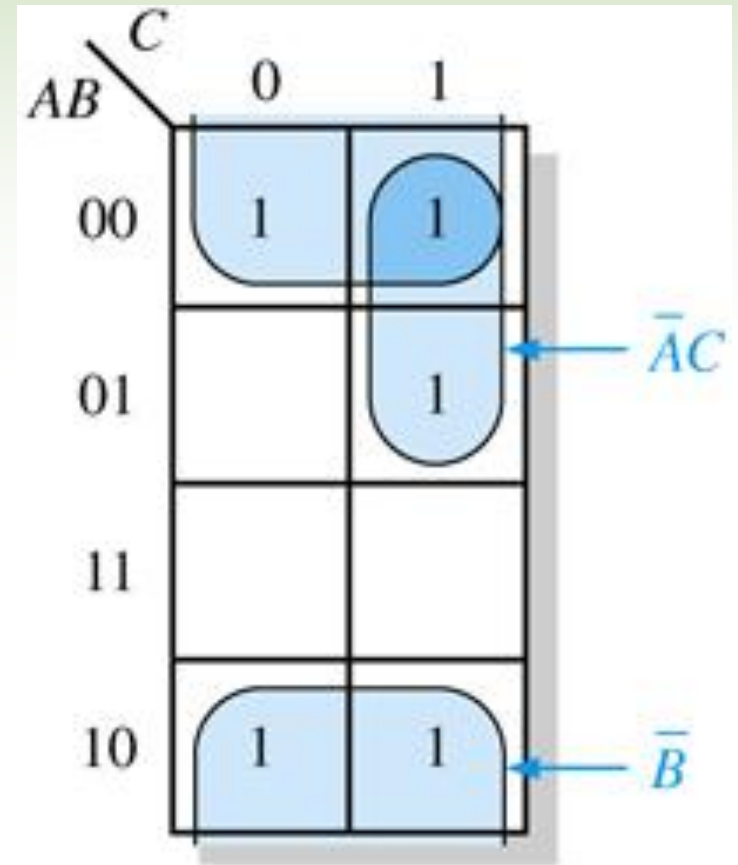
카르노 맵 곱의 합 최소화



(예제4-28) 다음의 표준 곱의 합 표현을
카르노 맵을 사용하여 최소화하라.

$$AB'C + A'BC + A'B'C + A'B'C' + AB'C'$$

=>



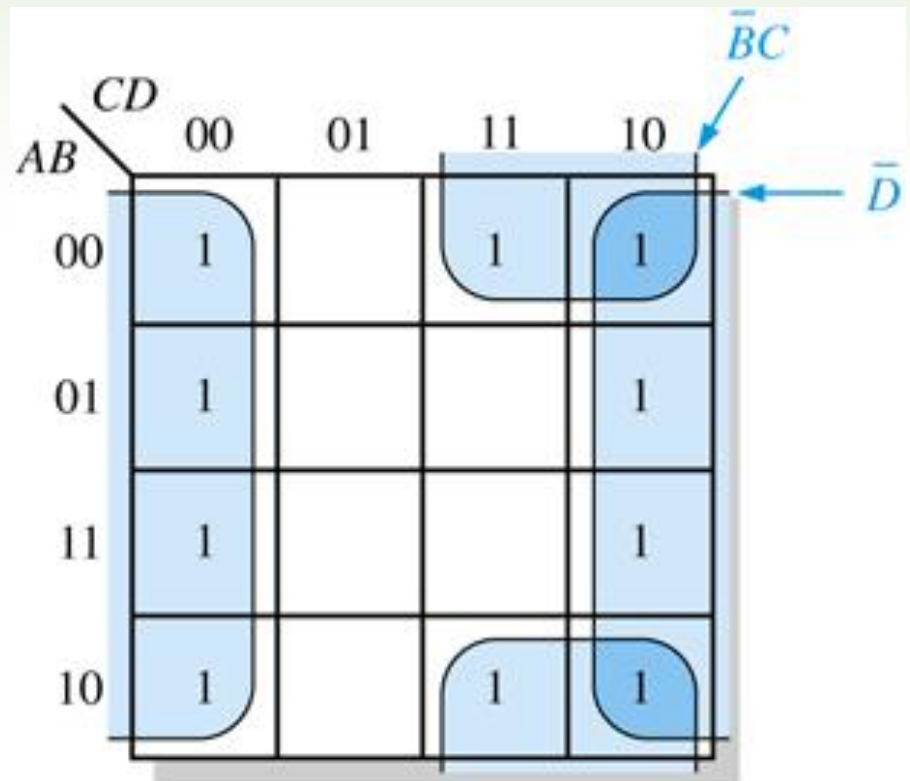
카르노 맵 곱의 합 최소화



(예제 4-29) 다음의 곱의 합 표현을 카르노 맵을 사용하여 최소화하라.

$$B'C'D' + A'BC'D' + ABC'D' + A'B'CD + AB'CD + A'B'CD' + A'BCD' + ABCD' + AB'CD'$$

$$\Rightarrow B'C'D' ; AB'C'D', A'B'C'D'$$



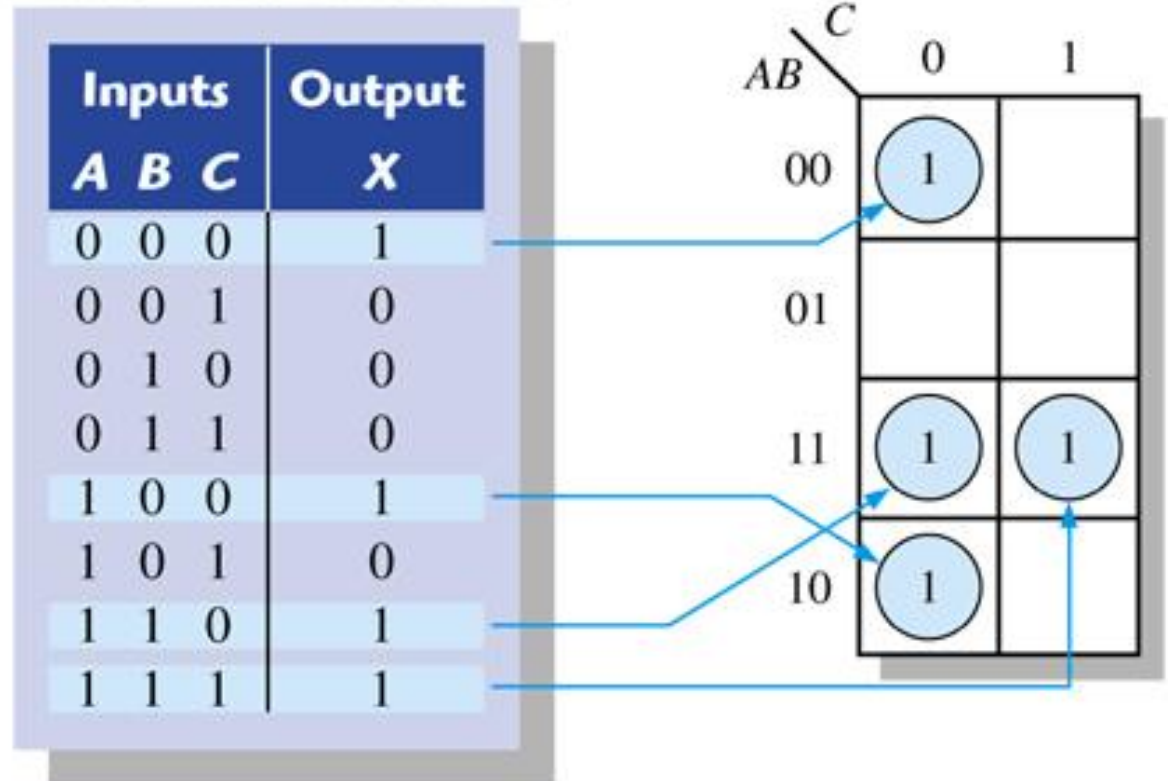
=>

카르노 맵 곱의합 최소화



* 진리표에서 카르노맵으로의 직접 매핑

$$X = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC$$



카르노 맵 곱의합 최소화

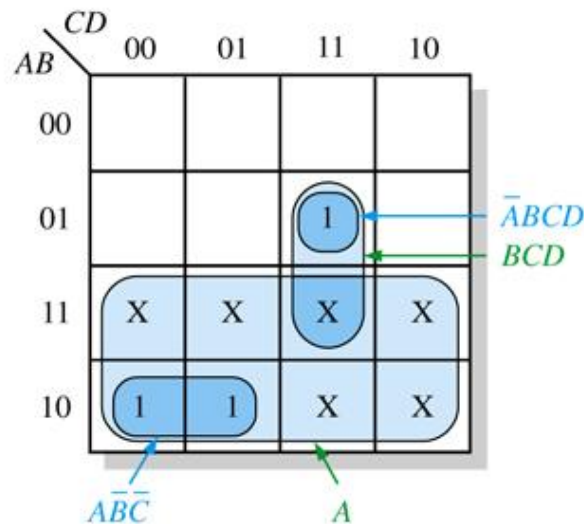


* 무관(Don't Care) 조건

Inputs <i>ABCD</i>	Output <i>Y</i>
0 0 0 0	0
0 0 0 1	0
0 0 1 0	0
0 0 1 1	0
0 1 0 0	0
0 1 0 1	0
0 1 1 0	0
0 1 1 1	1
1 0 0 0	1
1 0 0 1	1
1 0 1 0	X
1 0 1 1	X
1 1 0 0	X
1 1 0 1	X
1 1 1 0	X
1 1 1 1	X

(a) Truth table

Don't cares



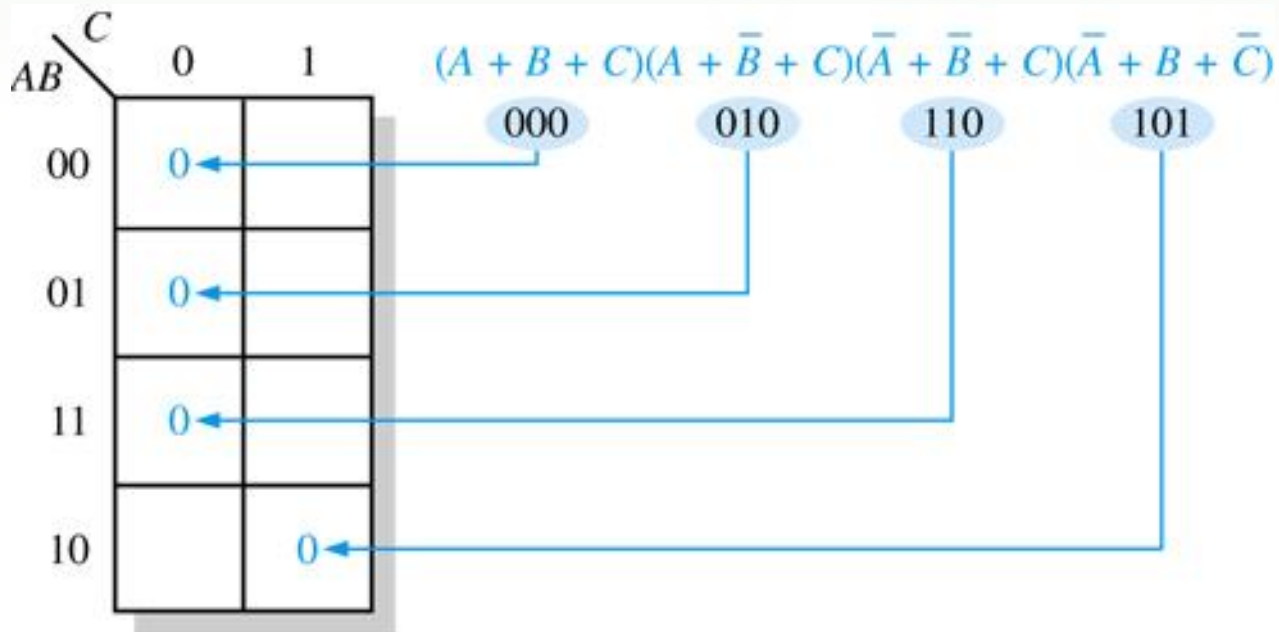
- (b) Without "don't cares" $Y = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BCD$
 With "don't cares" $Y = A + BCD$

카르노 맵 합의곱 최소화



표준 합의곱 매핑

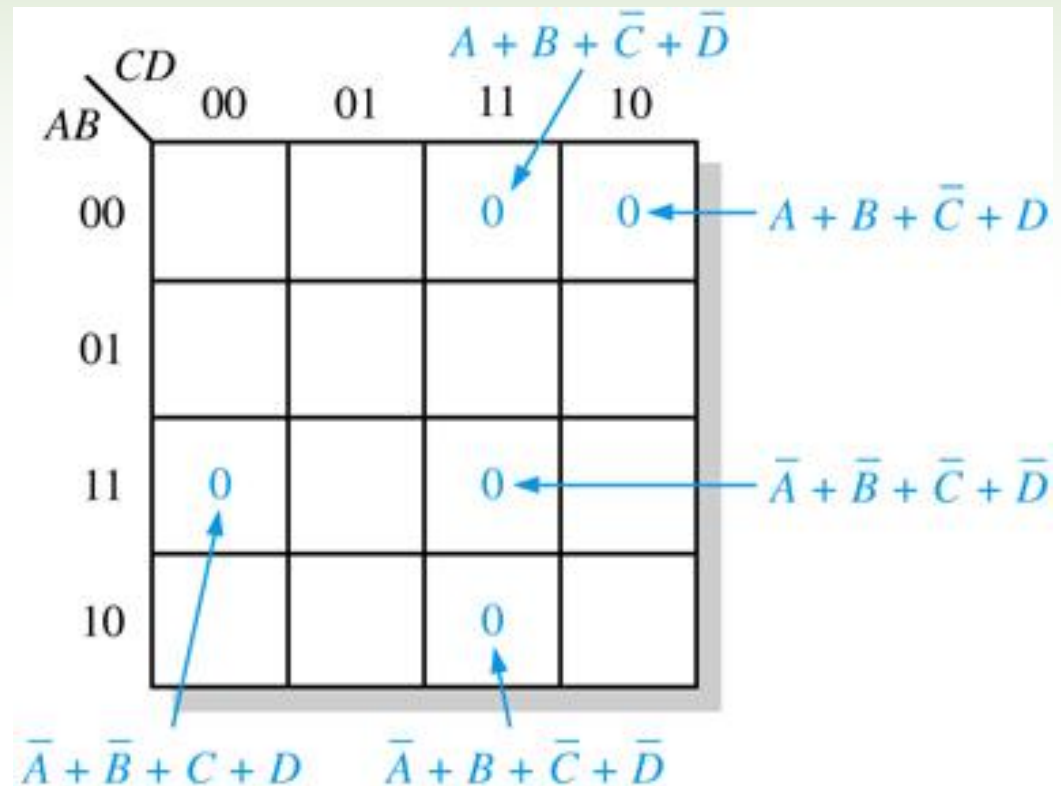
1. 표준 합의곱에서 각 합항의 2진값을 구한다.
2. 해당하는 셀에 0을 기입한다.



카르노 맵 합의곱 최소화



예제 4-30) $(A'+B'+C+D)(A'+B+C'+D')(A+B+C'+D)(A'+B'+C'+D')(A+B+C'+D')$



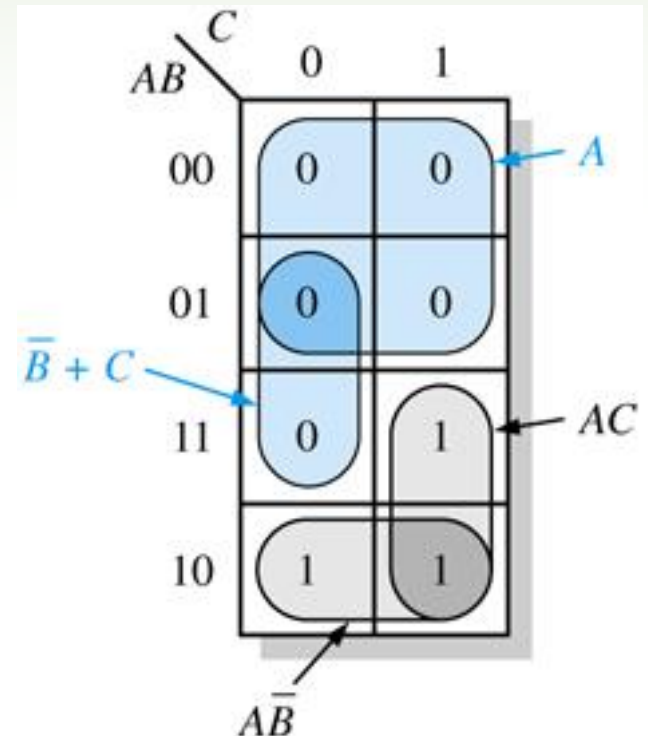
카르노 맵 합의곱 최소화



예제 4-31) $(A+B+C)(A+B+C')(A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B'+C)$

$$\Rightarrow (0+0+0)(0+0+1)(0+1+0)(0+1+1)(1+1+0)=A(B'+C)$$

* 최소 곱의 합



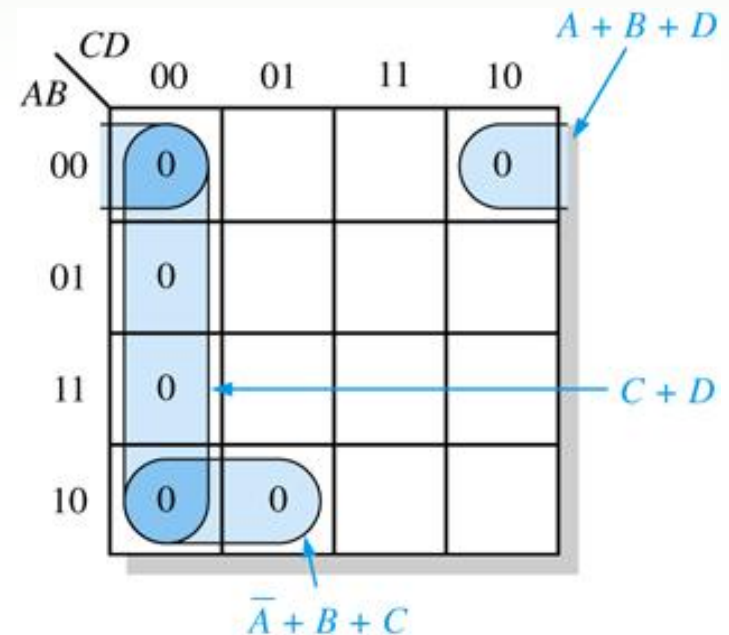
카르노 맵 합의곱 최소화



예제 4-32) $(\underline{B+C+D})(A+B+C'+D)(A'+B+C+D')(A+B'+C+D)(A'+B'+C+D)$

$$\Rightarrow (B+C+D) = (A'A+B+C+D) = (A'+B+C+D)(A+B+C+D)$$

$$(1+0+0+0)(0+0+0+0)(0+0+1+0)(1+0+0+1)(0+1+0+0)(1+1+0+0)$$



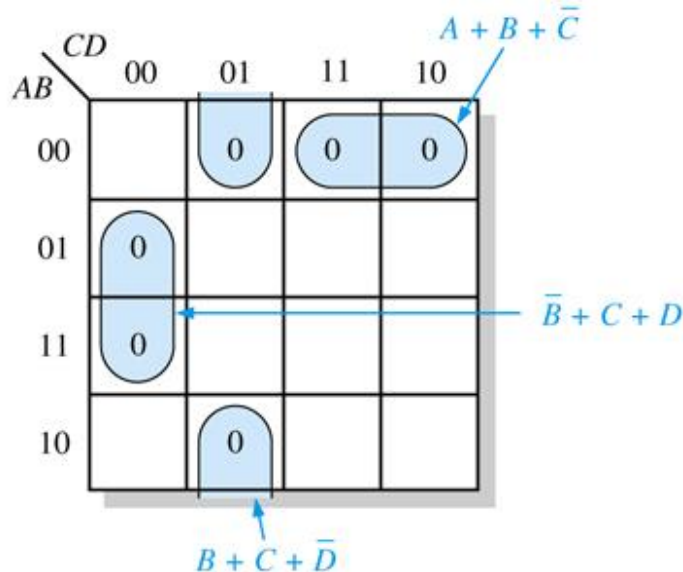
카르노 맵 합의곱 최소화



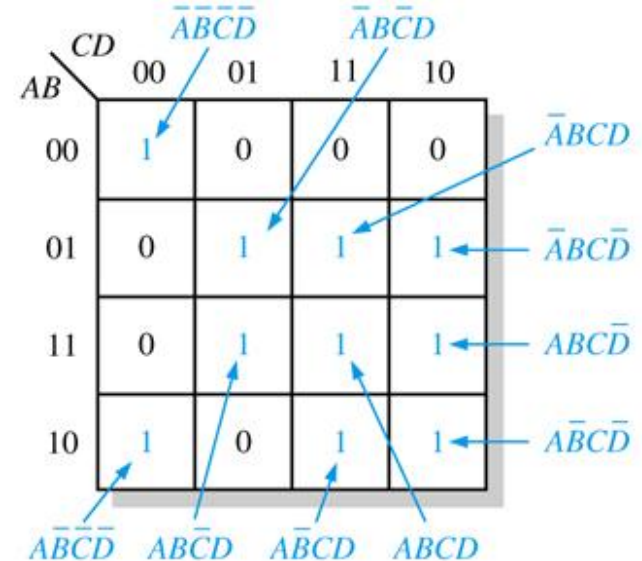
- 카르노 맵을 이용한 합의곱과 곱의합 사이의 변환

예제 4-33)

$$(A' + B' + C + D)(A + B' + C + D)(A + B + C + D')(A + B + C' + D')(A' + B + C + D')(A + B + C' + D)$$

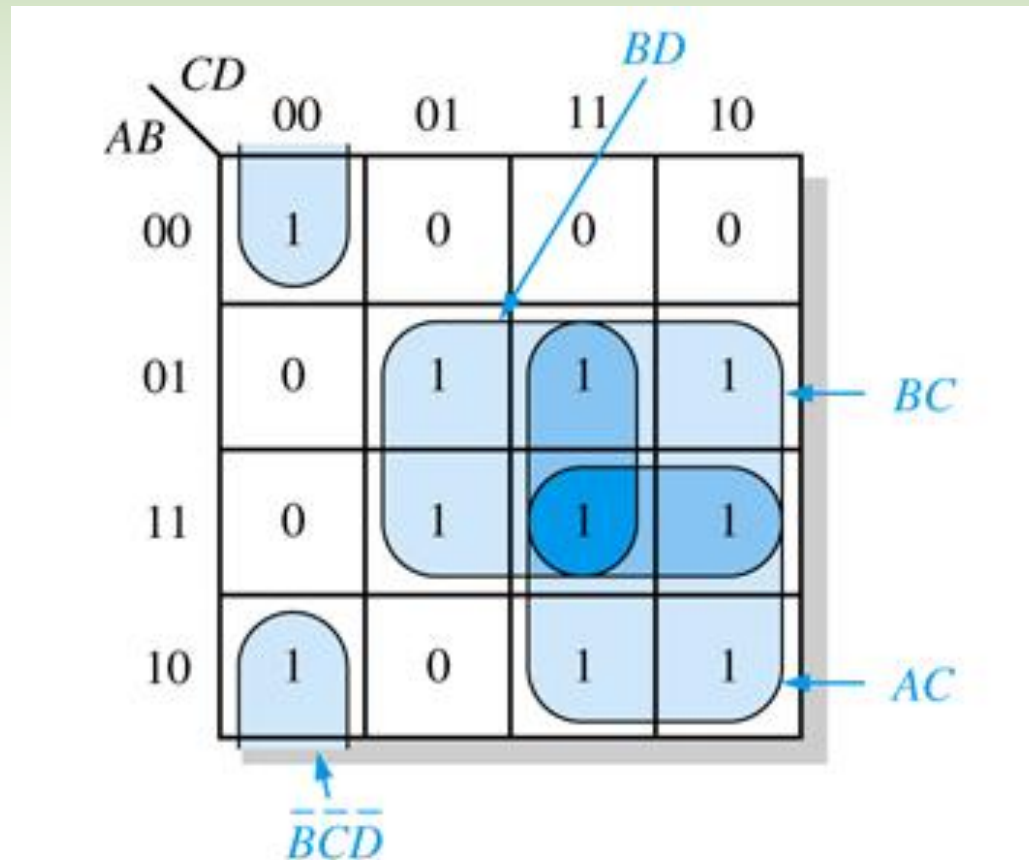


(a) Minimum POS: $(A + B + \bar{C})(\bar{B} + C + D)(B + C + \bar{D})$



(b) Standard SOP:
 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}CD + A\bar{B}\bar{C}D + ABCD$

카르노 맵 합의곱 최소화



(c) Minimum SOP: $AC + BC + BD + \overline{B}\overline{C}\overline{D}$

5-변수 카르노 맵



- 셀 인접 : $A=1$ 맵 위에 $A=0$ 맵이 있다고 가정.

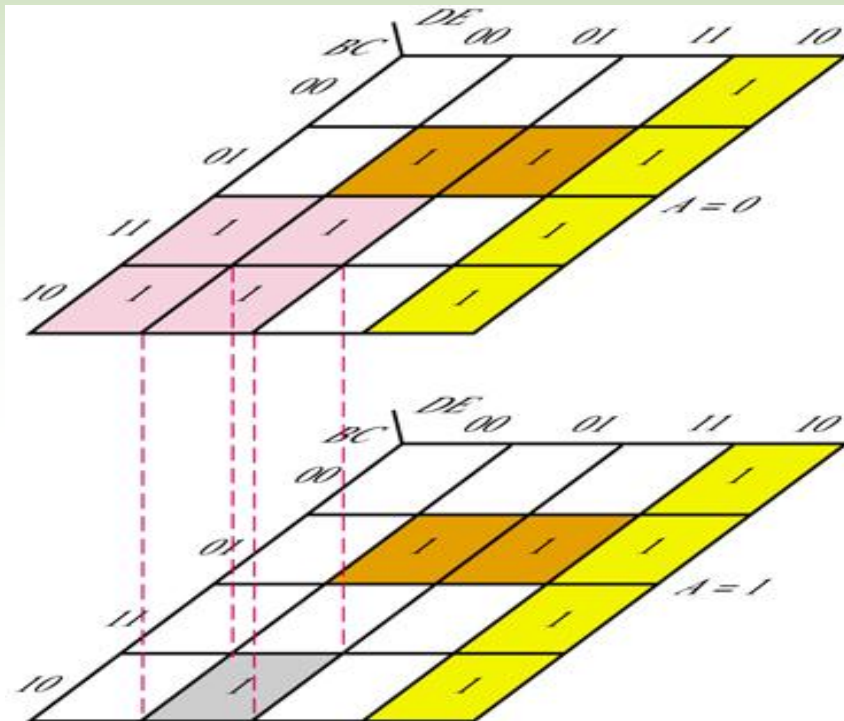
BC \ DE	DE			
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$A = 0$

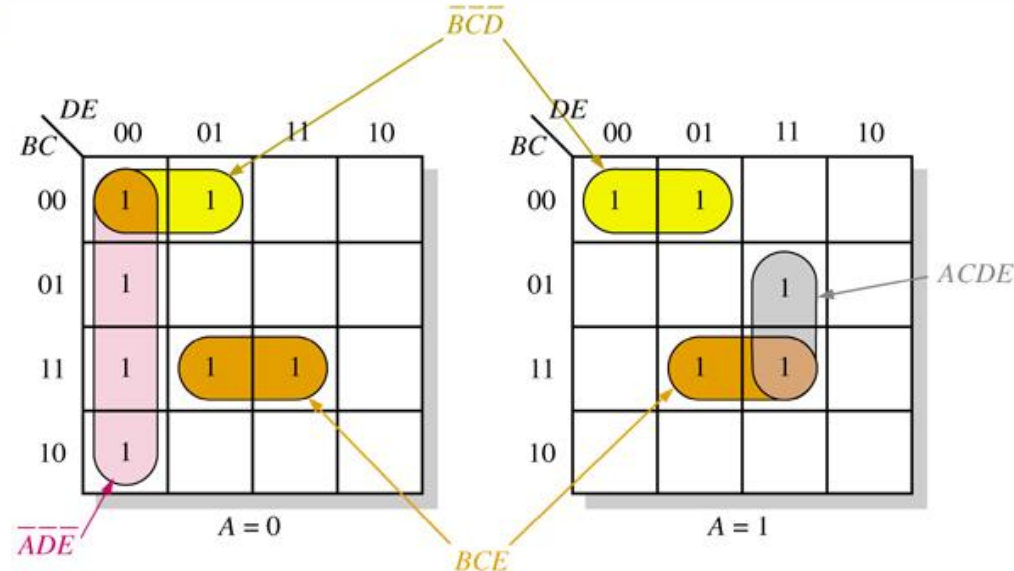
BC \ DE	DE			
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$A = 1$

5-변수 카르노 맵



예제 4-34) 5변수 곱의합



프로그래머블 논리: PAL과 GAL

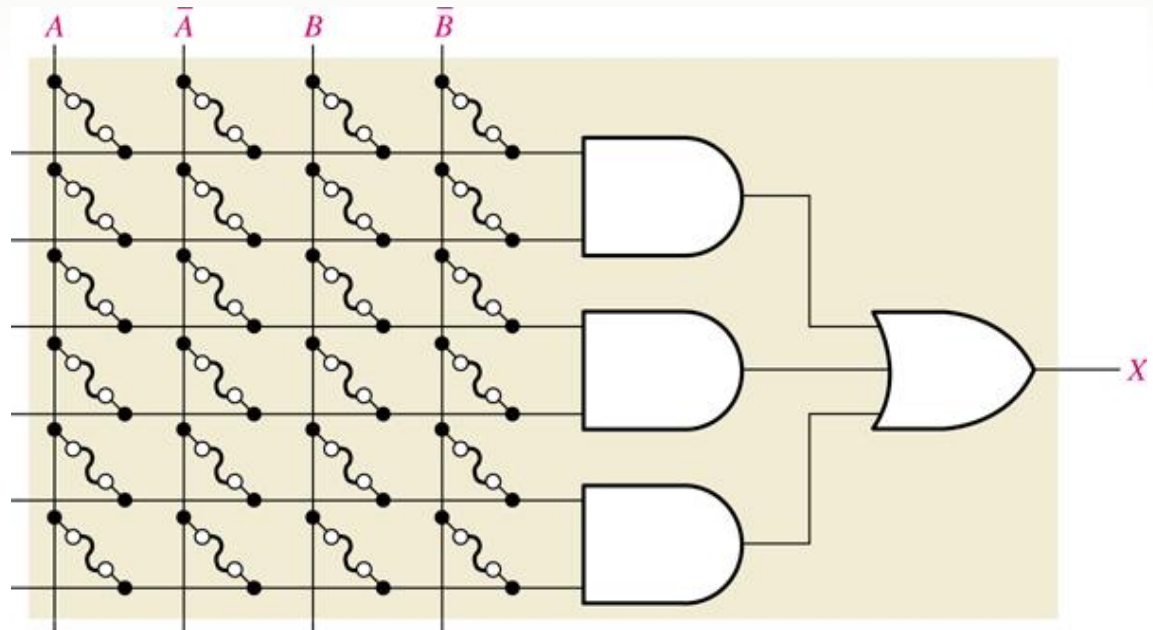


기본적인 PAL의 동작

Programmable Array Logic

한번 프로그램 가능한 AND 게이트 어레이(OTP)
+ 고정된 OR게이트

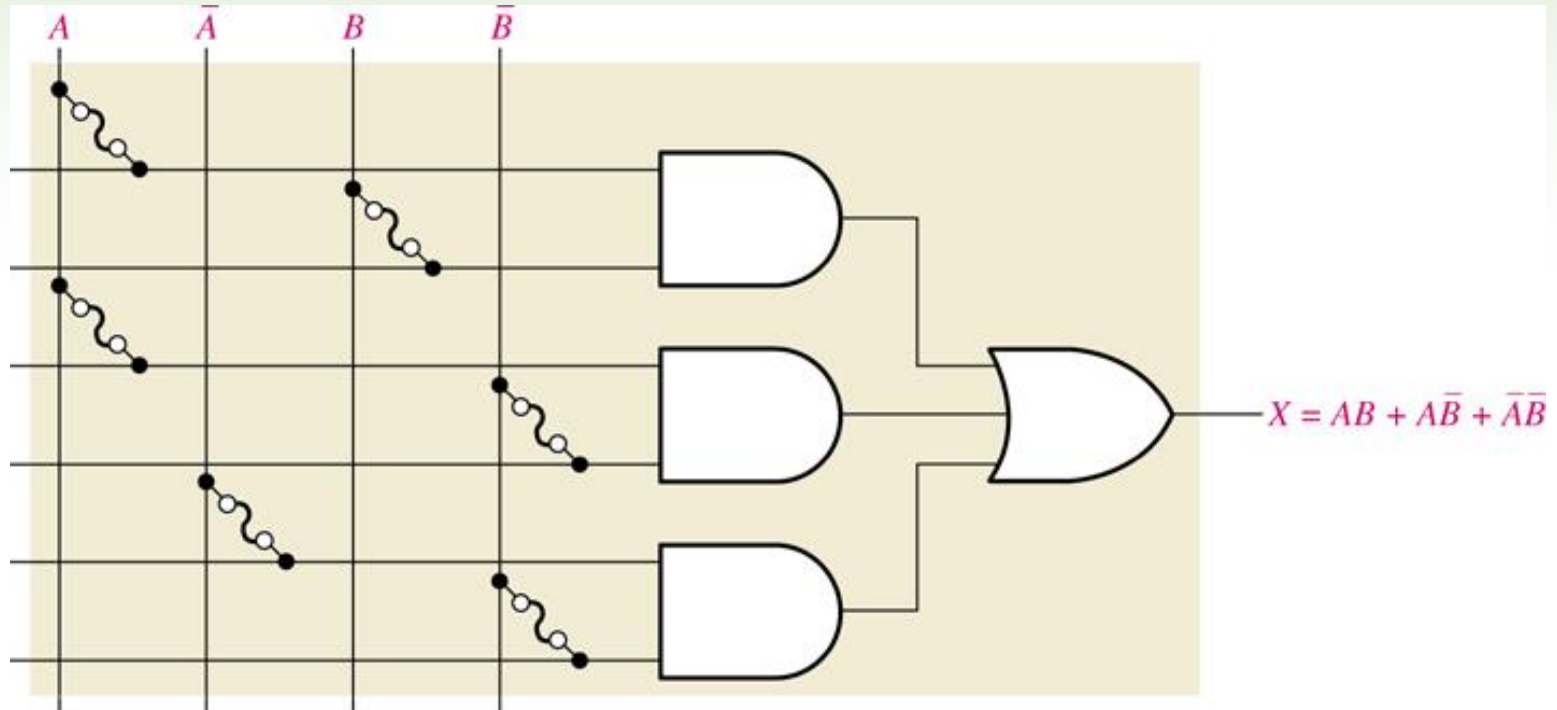
곱의 합 논리식 구현 가능



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



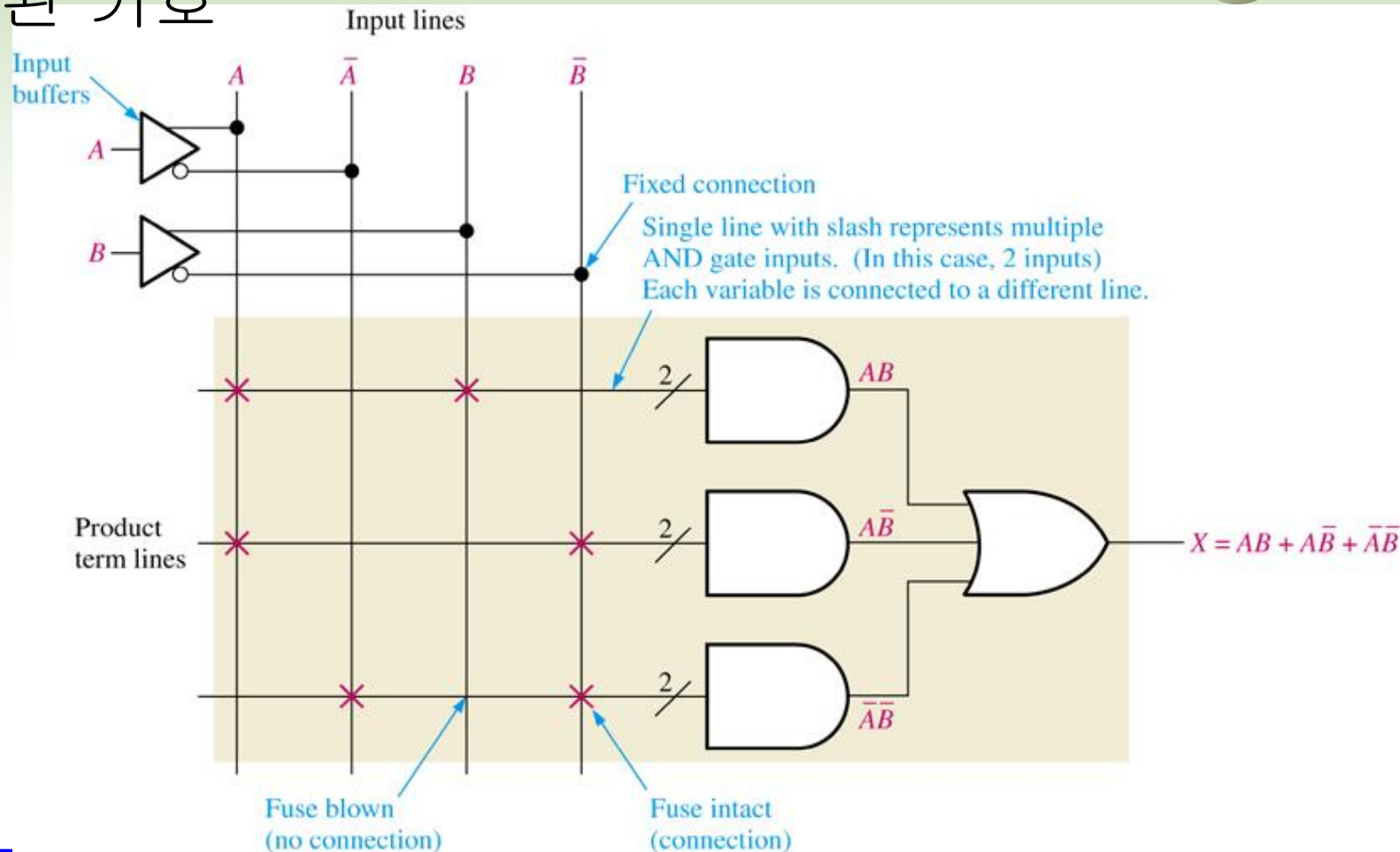
* 곱의합 구현



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



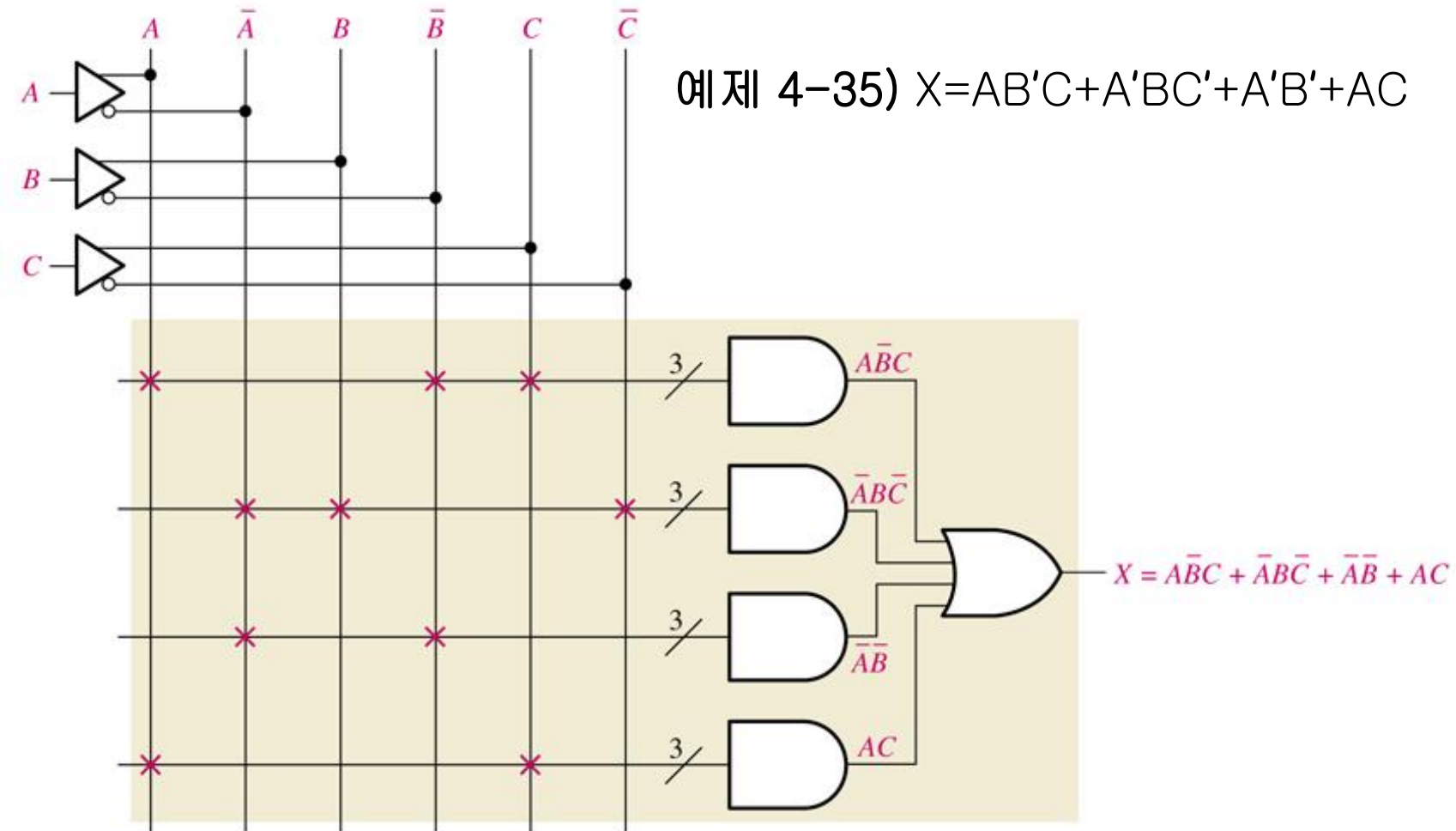
간소화된 기호



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



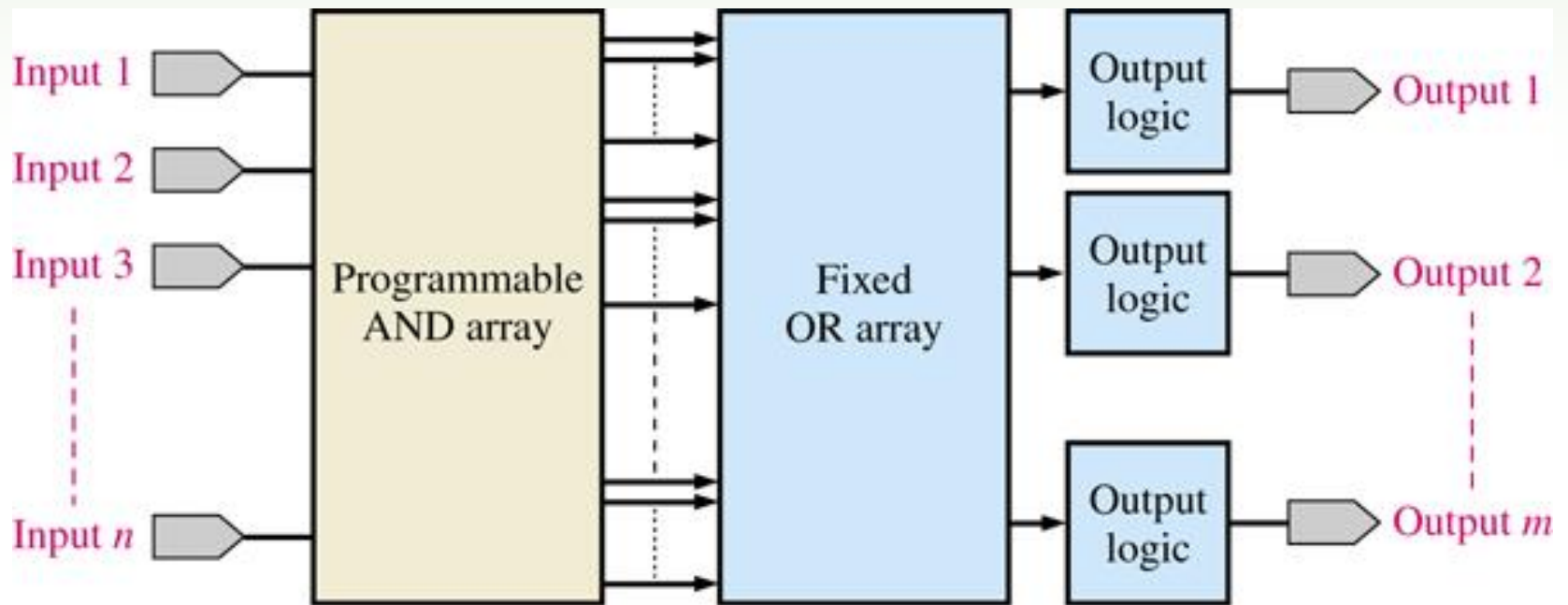
예제 4-35) $X = AB'C + A'BC' + A'B' + AC$



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



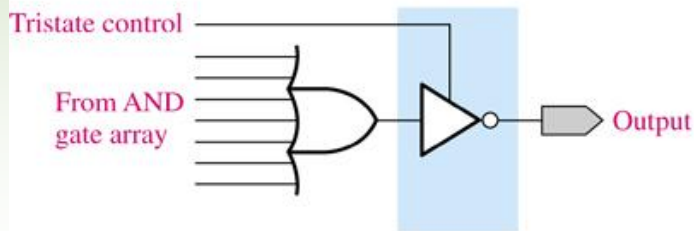
* PAL의 블록도



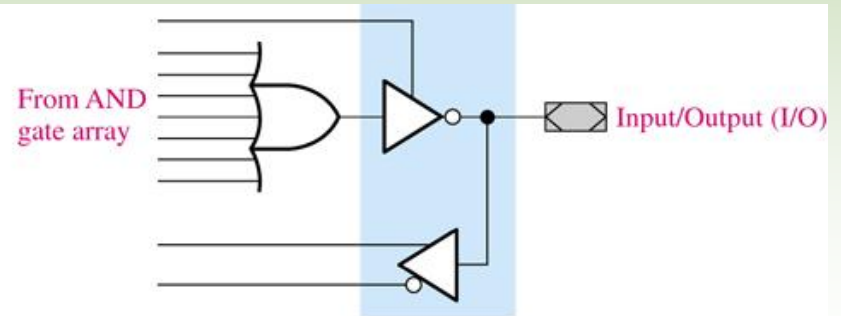
프로그래머블 논리: PAL과 GAL



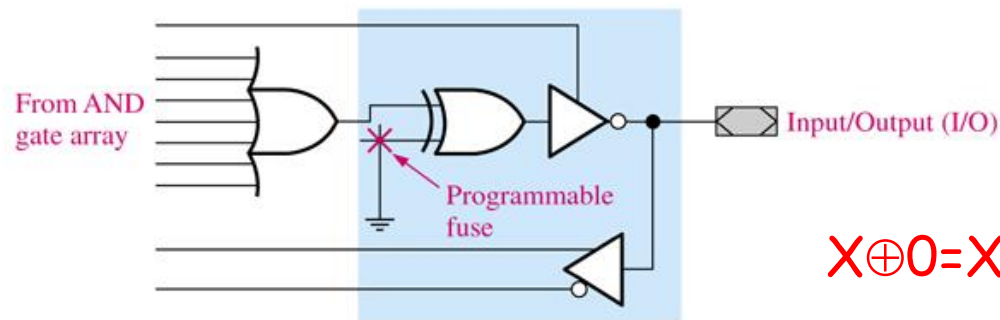
* PAL의 출력 조합논리



(a) Combinational output (active-LOW). An active-HIGH output would be shown without the bubble on the tristate gate symbol.



(b) Combinational input/output (active-LOW)



(c) Programmable polarity output

$$X \oplus 0 = X$$

$$X \oplus 1 = X'$$

프로그래머블 논리

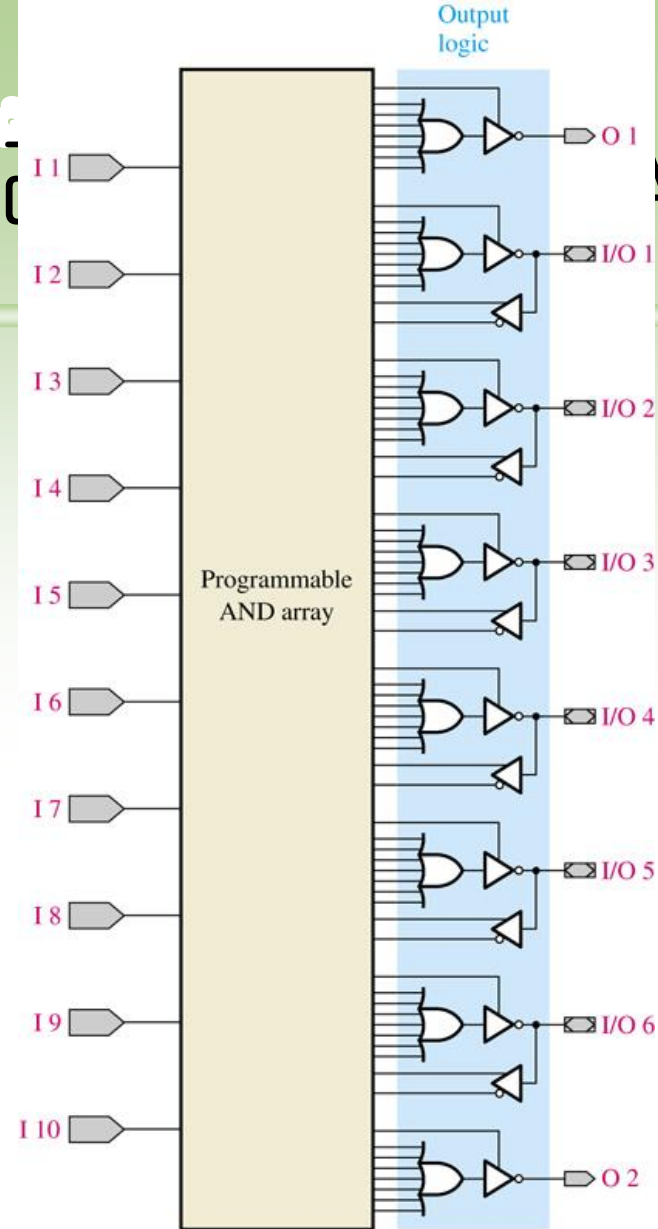
PAL의 예 :

PAL16L8

10개의 입력

2개의 출력

6개의 입/출력



I = input, O = output, I/O = input/output

프로그래머블 논리: PAL과 GAL



◎ 기본적인 GAL의 동작

재프로그램 가능한 AND 게이트 어레이

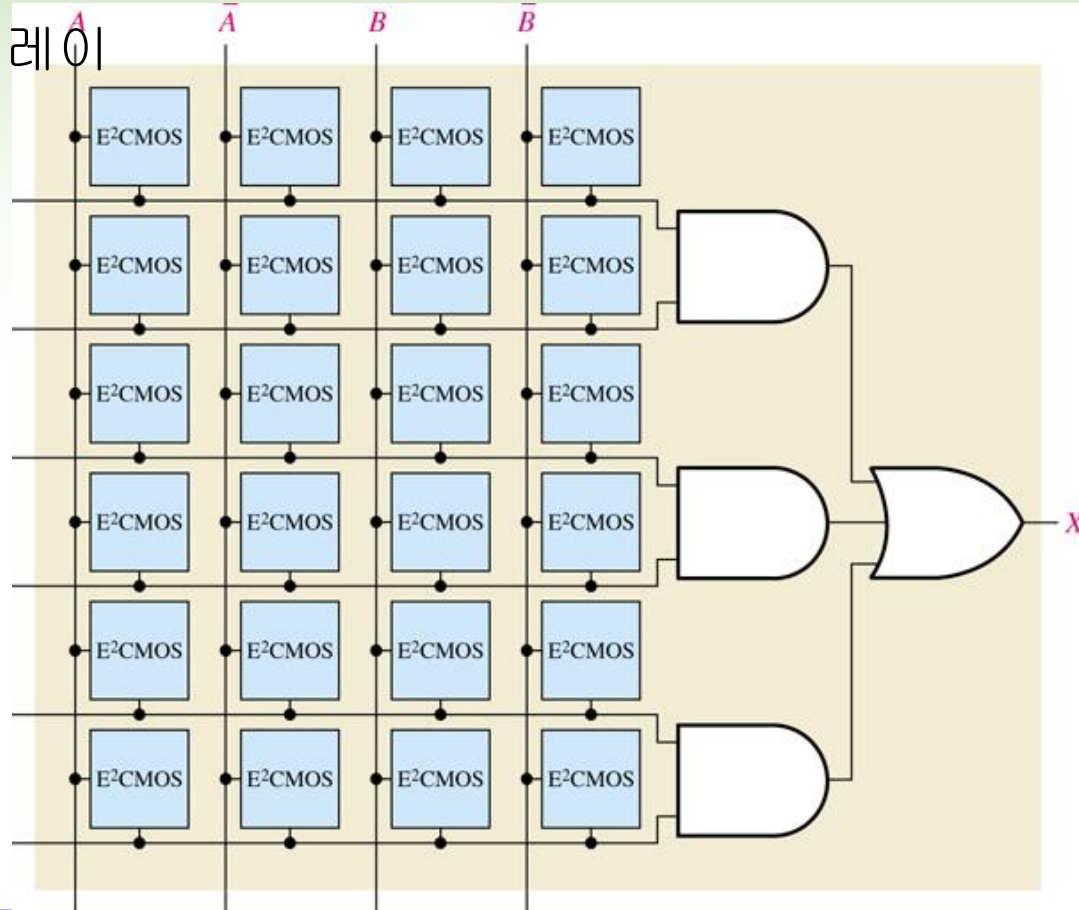
+ 고정된 OR게이트 어레이

+ 프로그램 가능한 출력 로직

곱의 합 논리식 구현 가능

Generic Array Logic

E²CMOS : Electrically Erasable
CMOS



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



곱의합 구현

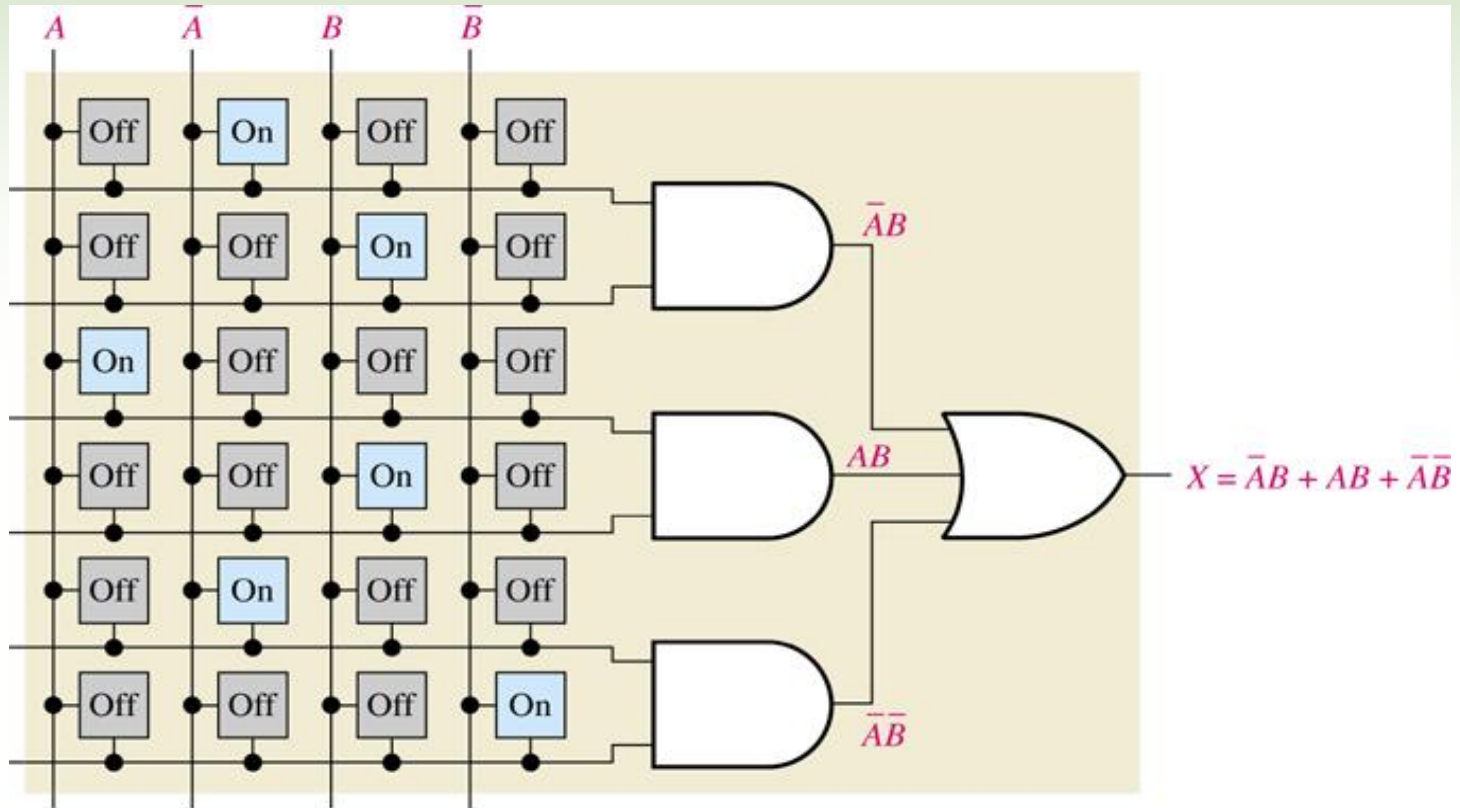
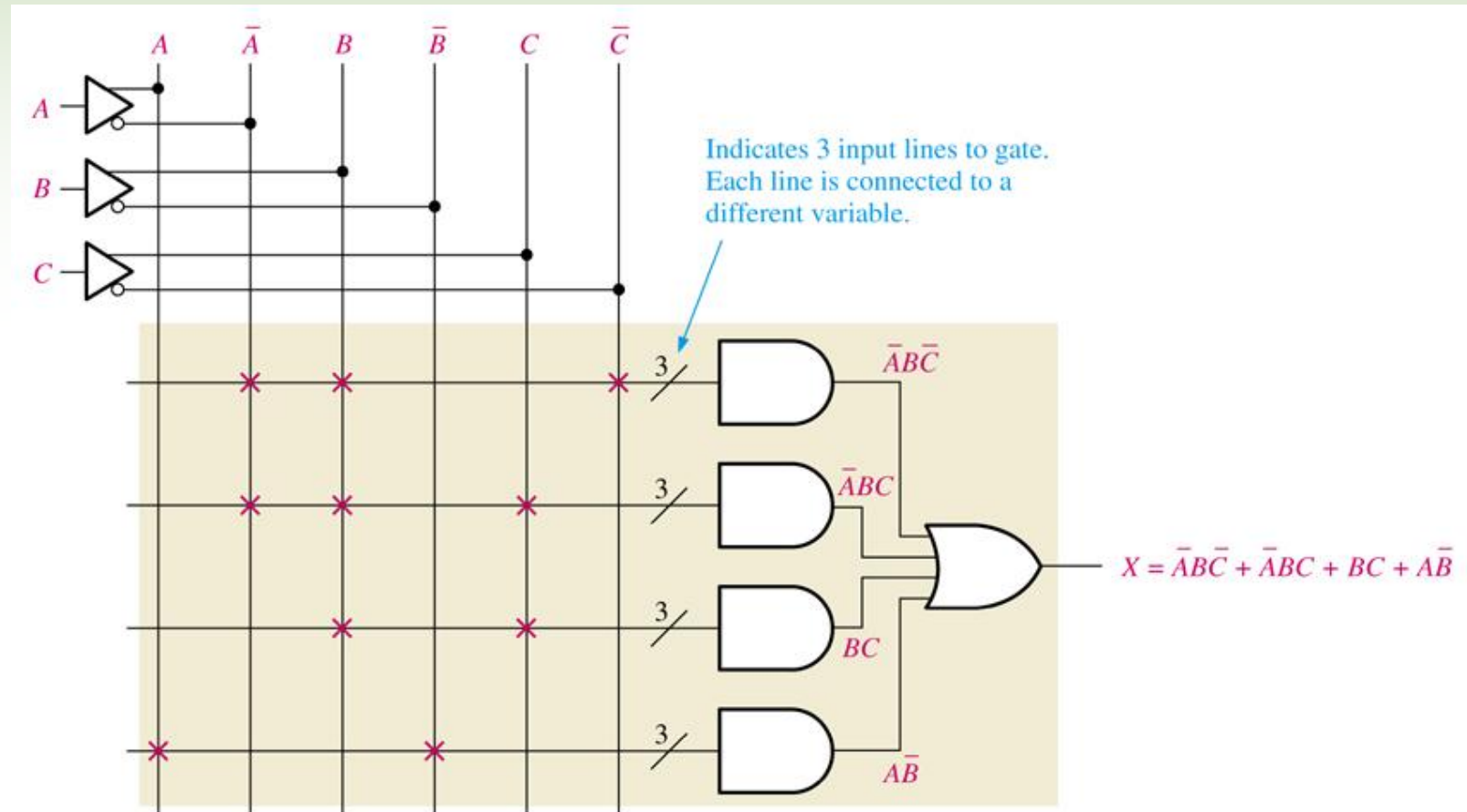


Figure 4-52 GAL implementation of a sum-of-products expression.

프로그래머블 논리: PAL과 GAL



예제 4-36) $X = A'BC' + A'BC + BC + AB'$



프로그래머블 논리: PAL과 GAL



* GAL의 블록도

OLMC : Output Logic Macrocells ; OR 게이트 + 프로그램 가능한 출력 논리

