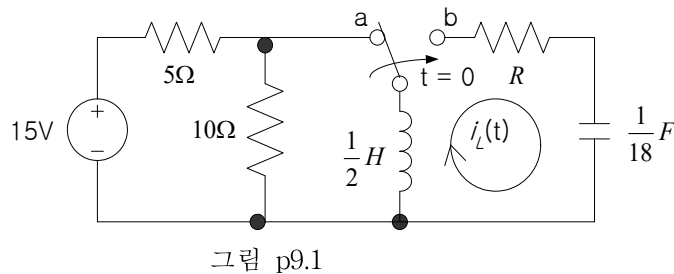


[연습문제]

<< 9.1 RLC직렬회로의 응답 >>

[9.1] 그림 p9.1의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t=0$ 이라 하고 $t=0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$ [V]이다.

- (1) $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $R = 10\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $R = 6\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $R = 1\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (5) $R = 0\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (6) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (7) (2), (3), (4), (5)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 개략적으로 그려라.



[풀이]

[9.1]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $i_L(0^-) = -\frac{15}{5} = -3$ [A]이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ [V]이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = -3$ [A]이다.

(2) $t > 0$ 에서 KVL을 적용하면,

$$\frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} + Ri_L(t) + 18 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 위의 식을 미분한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2R \frac{di_L(t)}{dt} + 36 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

초기치는 $i_L(0^+) = -3[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{1}{2} \frac{di_L(0^+)}{dt} + Ri_L(0^+) + v_c(0^-) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{di_L(0^+)}{dt} &= -2(Ri_L(0^+) + v_c(0^-)) \\ &= 6R [\text{A/sec}] \quad \text{-----} \quad \text{③} \end{aligned}$$

이다.

$R = 10[\Omega]$ 를 식②에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 20 \frac{di_L(t)}{dt} + 36 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

여기서, $i_L(0^+) = -3[\text{A}]$, $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 6R = 60[\text{A/sec}]$ 이다.

식④를 라플라스변환하면,

$$s^2 I_L(s) - si_L(0^+) - \frac{di_L(0^+)}{dt} + 20\{sI_L(s) - i_L(0^+)\} + 36 I_L(s) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \dot{i}_L(0^+) + 20 i_L(0^+)}{s^2 + 20s + 36} \\ &= \frac{-3s + 60 - 60}{s^2 + 20s + 36} \\ &= \frac{-3s}{(s+2)(s+18)} \end{aligned}$$

이다. $I_L(s)$ 를 부분분수로 전개하면,

$$I_L(s) = \frac{k_1}{s+2} + \frac{k_2}{s+18}$$

이다. 여기서, k_1 과 k_2 는 다음과 같은 값이다.

$$\begin{aligned} k_1 &= \left. \frac{-3s}{s+18} \right|_{s=-2} = \frac{3}{8}, \\ k_2 &= \left. \frac{-3s}{s+2} \right|_{s=-18} = -\frac{27}{8} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = \frac{3}{8} e^{-2t} - \frac{27}{8} e^{-18t} [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

$R = 10[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -2, -18$ 이므로 자연응답은 과제동이다.

(3) $R = 6[\Omega]$ 를 식②에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 12 \frac{di_L(t)}{dt} + 36 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad (5)$$

여기서, $i_L(0^+) = -3[\text{A}]$, $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 6R = 36[\text{A/sec}]$ 이다.

식⑤를 라플라스변환하면,

$$s^2 I_L(s) - si_L(0^+) - \frac{di_L(0^+)}{dt} + 12\{sI_L(s) - i_L(0^+)\} + 36 I_L(s) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 12i_L(0^+)}{s^2 + 12s + 36} \\ &= \frac{-3s + 36 - 36}{s^2 + 12s + 36} \\ &= \frac{-3s}{(s+6)^2} \end{aligned}$$

이다. $I_L(s)$ 를 변형하면,

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{-3(s+6) + 18}{(s+6)^2} \\ &= \frac{-3}{s+6} + \frac{18}{(s+6)^2} \end{aligned}$$

이다. 따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = -3e^{-6t} + 18te^{-6t} [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

$R = 6[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -6, -6$ 이므로 자연응답은 임계제동이다.

(4) $R = 1[\Omega]$ 을 식②에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2 \frac{di_L(t)}{dt} + 36 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad (6)$$

여기서, $i_L(0^+) = -3[\text{A}]$, $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 6R = 6[\text{A/sec}]$ 이다.

식⑥을 라플라스변환하면,

$$s^2 I_L(s) - si_L(0^+) - \frac{di_L(0^+)}{dt} + 2\{sI_L(s) - i_L(0^+)\} + 36 I_L(s) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 2i_L(0^+)}{s^2 + 2s + 36} \\ &= \frac{-3s + 6 - 6}{s^2 + 2s + 36} \end{aligned}$$

이다. $I_L(s)$ 를 변형하면,

$$I_L(s) = \frac{-3(s+1) + \frac{3}{\sqrt{35}} \times \sqrt{35}}{(s+1)^2 + (\sqrt{35})^2}$$

이다. 따라서, $i_L(t)$ 는

$$\begin{aligned} i_L(t) &= -3e^{-t} \cos \sqrt{35}t + \frac{3}{\sqrt{35}} e^{-t} \sin \sqrt{35}t \\ &= \frac{3}{\sqrt{35}} e^{-t} (\sin \sqrt{35}t - \sqrt{35} \cos \sqrt{35}t) \text{ [A]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이고, 더 간단히 하면

$$i_L(t) = \frac{18}{\sqrt{35}} e^{-t} \sin(\sqrt{35}t - \tan^{-1} \sqrt{35}) \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

$R = 1[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -1 + j\sqrt{35}$, $-1 - j\sqrt{35}$ 이므로 자연응답은 부족 제동이다.

(5) $R = 0$ 을 식②에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 36 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{7}$$

여기서, $i_L(0^+) = -3[\text{A}]$, $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 6R = 0[\text{A/sec}]$ 이다.

식⑦을 라플라스변환하면,

$$s^2 I_L(s) - s i_L(0^+) - \frac{di_L(0^+)}{dt} + 36 I_L(s) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{s i_L(0^+) + \tilde{i}_L(0^+)}{s^2 + 36} \\ &= \frac{-3s}{s^2 + 36} \end{aligned}$$

이다. 따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = -3 \cos 6t \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

$R = 0[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = +j6$, $-j6$ 이므로 자연응답은 진동이다.

(6) (2), (3), (4) 모두의 경우에 대하여, $i_L(\infty) = 0[\text{A}]$ 이다.

즉, $t = 0$ 에서 인덕터에 저장되었던 에너지가 저항에서 소모되어 시간이 지남에 따라 0으로 된다.

(7) (2), (3), (4), (5)의 경우에 대하여, $i_L(t)$ 의 파형을 그리면 그림 s9.1과 같다.

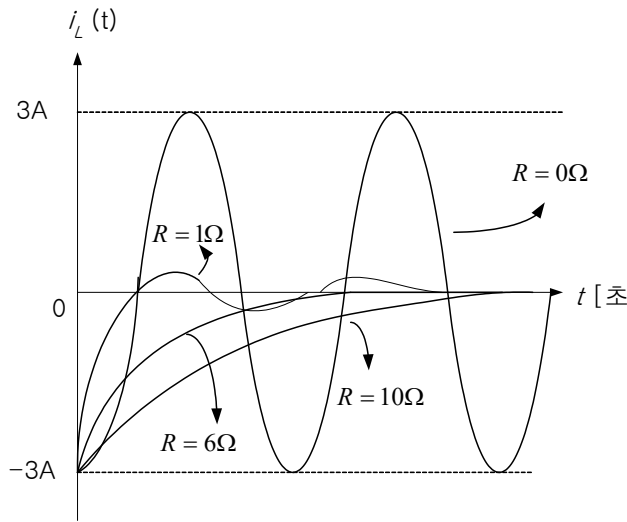


그림 s9.1 $i_L(t)$ 의 파형

[9.2] 그림 p9.2의 회로에서, 스위치를 개방시키는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.

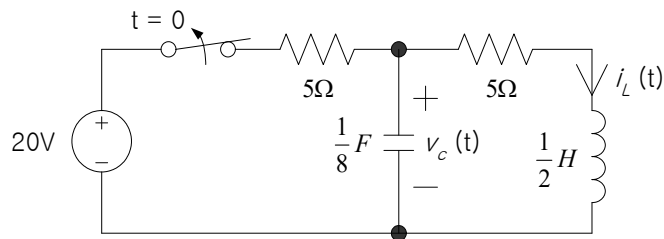


그림 p9.2

[풀이]

[9.2]

- (1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 그림 s9.2a와 같고,

$$v_c(0^-) = 20 \times \frac{5}{10} = 10[\text{V}].$$

$$i_L(0^-) = \frac{20}{10} = 2[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\text{A}]$ 이다.

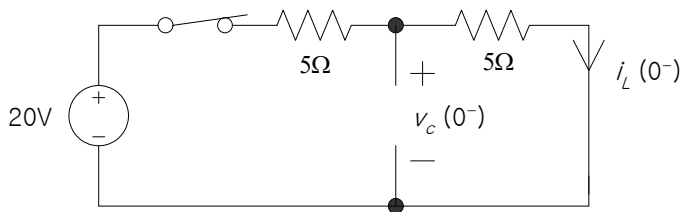


그림 s9.2a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서 KVL을 적용하면,

$$5i_L(t) + \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} + 8 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau - v_c(0^-) = 0 \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, 위의 식을 미분한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 10 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad ②$$

초기치는 $i_L(0^+) = 2[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$5i_L(0^+) + \frac{1}{2} \frac{di_L(0^+)}{dt} - v_c(0^-) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{di_L(0^+)}{dt} &= -2(5i_L(0^+) - v_c(0^-)) \\ &= 0 \text{ [A/sec]} \end{aligned}$$

이다.

식②를 라플라스변환하면,

$$s^2 I_L(s) - si_L(0^+) - \frac{di_L(0^+)}{dt} + 10\{sI_L(s) - i_L(0^+)\} + 16I_L(s) = 0$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \dot{i}_L(0^+) + 10i_L(0^+)}{s^2 + 10s + 16} \\ &= \frac{2s + 20}{s^2 + 10s + 16} \\ &= \frac{\frac{8}{3}}{s+2} + \frac{-\frac{2}{3}}{s+8} \end{aligned}$$

이다. 따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = \frac{8}{3} e^{-2t} - \frac{2}{3} e^{-8t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -2, -8$ 이므로 과제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned}
v_c(t) &= 8 \int_{0^+}^t (-i_L(\tau)) d\tau + v_c(0^-) \\
&= -8 \left[\frac{8}{3} \frac{e^{-2t}}{-2} \Big|_0^t - \frac{2}{3} \frac{e^{-8t}}{-8} \Big|_0^t \right] + 10 \\
&= -8 \left[-\frac{8}{6} (e^{-2t} - 1) + \frac{2}{24} (e^{-8t} - 1) \right] + 10 \\
&= \frac{32}{3} e^{-2t} - \frac{2}{3} e^{-8t} \text{ [V]}, \quad t > 0
\end{aligned}$$

이다.

(4) (2)와 (3)의 결과로부터, $i_L(\infty) = 0\text{[A]}$, $v_c(\infty) = 0\text{[V]}$ 이다.

즉, $t=0$ 에서 커패시터에 저장되었던 에너지가 저항에서 소모되어 시간이 지남에 따라 0으로 된다.

[9.3] 그림 p9.3의 회로에서, 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮기는 순간을 $t=0$ 이라하고 $t=0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $R=5\Omega$ 인 경우, $t>0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $R=4\Omega$ 인 경우, $t>0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $R=2\Omega$ 인 경우, $t>0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (5) (2), (3), (4)의 경우에 대하여, $t=\infty$ 에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$ 와 $i(\infty)$ 를 구하여라.
- (6) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $t\geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.
- (7) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $t\geq 0$ 에서 $i(t)$ 의 파형을 그려라.

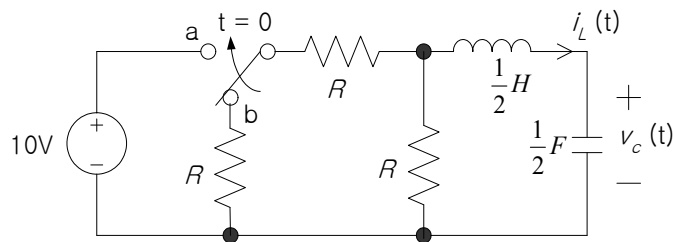


그림 p9.3

[풀이]

[9.3]

(1) $t=0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0\text{[V]}$ 이고, $i(0^-) = 0\text{[A]}$ 이다.

커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서, 주어진 회로를 테브난의 정리를 사용하여 간략화하면, $R_{eq} = 0.5R$ 이고 $v_{oc} = \frac{10}{2} = 5[V]$ 이므로 그림 s9.3a의 회로와 같다.

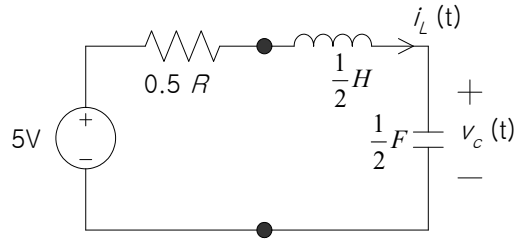


그림 s9.3a

그림 s9.3a의 회로에서, KVL을 적용하면,

$$5 = 0.5Ri_L(t) + 0.5\frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + R\frac{dv_c(t)}{dt} + 4v_c(t) = 4 \times 5 \quad \text{-----} \quad ③$$

여기서, $v_c(0^+) = 0[V]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 2i_L(0^+) = 0[A]$ 이다.

$R = 5[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + 5\frac{dv_c(t)}{dt} + 4v_c(t) = 20 \quad \text{-----} \quad ④$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{20}{s(s^2 + 5s + 4)} \\ &= \frac{20}{s(s+1)(s+4)} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-\frac{20}{3}}{s+1} + \frac{\frac{5}{3}}{s+4} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - \frac{20}{3}e^{-t} + \frac{5}{3}e^{-4t} [V], \quad t > 0$$

이다.

$i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= \frac{10}{3} e^{-t} - \frac{10}{3} e^{-4t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

$R = 5[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -1, -4$ 이므로 과제동이다.

(3) $R = 4[\Omega]$ 를 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 4 \frac{dv_c(t)}{dt} + 4 v_c(t) = 20 \quad \text{-----} \quad \text{⑤}$$

식⑤를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{20}{s(s^2 + 4s + 4)} \\ &= \frac{20}{s(s+2)^2} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5s - 20}{(s+2)^2} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5(s+2) - 10}{(s+2)^2} \\ &= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+2} - \frac{10}{(s+2)^2} \end{aligned}$$

이다. 따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - 5e^{-2t} - 10te^{-2t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

$i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 20te^{-2t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

$R = 4[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -2, -2$ 이므로 임계제동이다.

(4) $R = 2[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_c(t)}{dt} + 4 v_c(t) = 20 \quad \text{-----} \quad \text{⑥}$$

식⑥을 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$V_c(s) = \frac{20}{s(s^2 + 2s + 4)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5}{s} + \frac{-5s - 10}{s^2 + 2s + 4} \\
 &= \frac{5}{s} + \frac{-5(s+1) - 5}{(s+1)^2 + (\sqrt{3})^2}
 \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= 5 - 5e^{-t} \cos \sqrt{3}t - \frac{5}{\sqrt{3}} e^{-t} \sin \sqrt{3}t \\
 &= 5 - \frac{5}{\sqrt{3}} e^{-t} (\sqrt{3} \cos \sqrt{3}t + \sin \sqrt{3}t) \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이고, 더 간단히 하면

$$v_c(t) = 5 - \frac{10}{\sqrt{3}} e^{-t} \sin(\sqrt{3}t + \frac{\pi}{3}) \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

$i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\
 &= \frac{10}{\sqrt{3}} e^{-t} \sin \sqrt{3}t \text{ [A]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

$R = 2[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -1 + j\sqrt{3}$, $-1 - j\sqrt{3}$ 이므로 부족제동이다.

(5) (2), (3), (4) 모두의 경우에 대하여, $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.3b와 같고,

$$v_c(\infty) = 5[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = 0[\text{A}]$$

이다. 시간이 충분히 지나면 커패시터는 공급전압 5V로 충전되고 전류는 흐르지 않는다. 따라서, 직류정상상태에서 인덕터는 단락회로로 동작하고 커패시터는 개방회로로 동작한다.

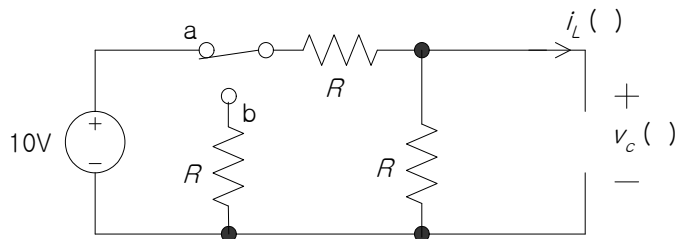


그림 s9.3b $t = \infty$ 에서 등가회로

(6) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 계단응답 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.3c와 같다.

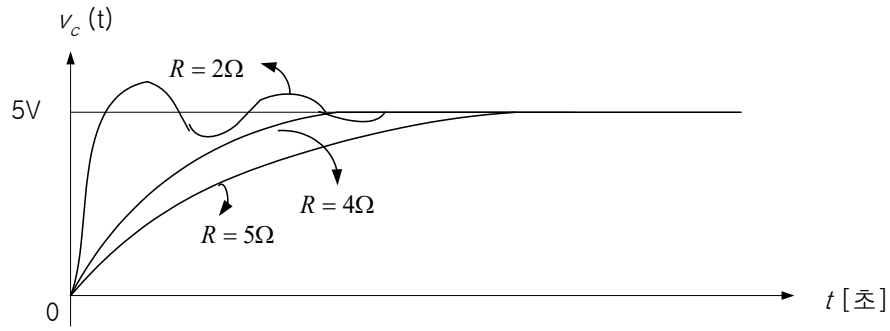


그림 s9.3c 계단응답 $v_c(t)$ 의 파형

(7) (2). (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.3d와 같다.

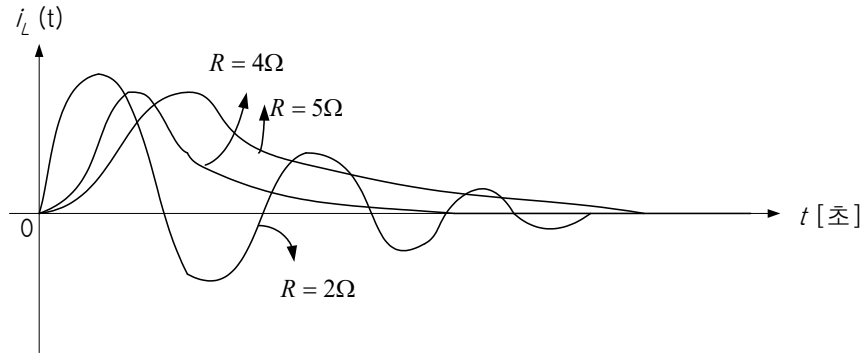


그림 s9.3d $i_L(t)$ 의 파형

[9.4] 그림 p9.4의 회로에서, 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 계단응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(t)$ 의 진동 각주파수 ω 와 진동주기 T 는?
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

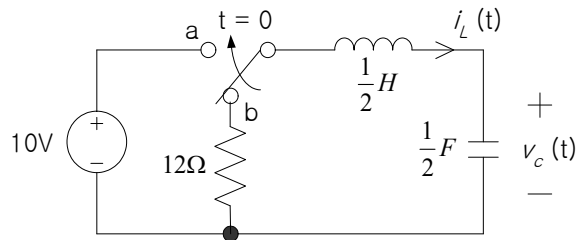


그림 p9.4

[풀이]

[9.4]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KVL을 적용하면,

$$10 = 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} + 2 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 식①을 미분하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 4i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

식②의 초기치는 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이고 $\dot{i}_L(0^+)$ 는 식①로부터

$$\dot{i}_L(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{0.5} = 20[A/sec]$$

이다.

식②를 라플라스변환하고 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{s i_L(0^+) + \dot{i}_L(0^+)}{s^2 + 4} \\ &= \frac{20}{s^2 + 4} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 10 \sin 2t [A], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = j2, -j2$ 이므로 진동이다.

(3) 커패시터에 걸리는 전압 $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 2 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) \\ &= 2 \times 10 \times \frac{-\cos 2t}{2} \Big|_0^t + 0 \\ &= 10(1 - \cos 2t) [V], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) 진동 각주파수 ω 는 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2[\text{rad/sec}]$ 이며, 진동주기 T 는 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi[\text{초}]$

이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 주기 T 는 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 이므로 파형은

그림 s9.4a와 같다.

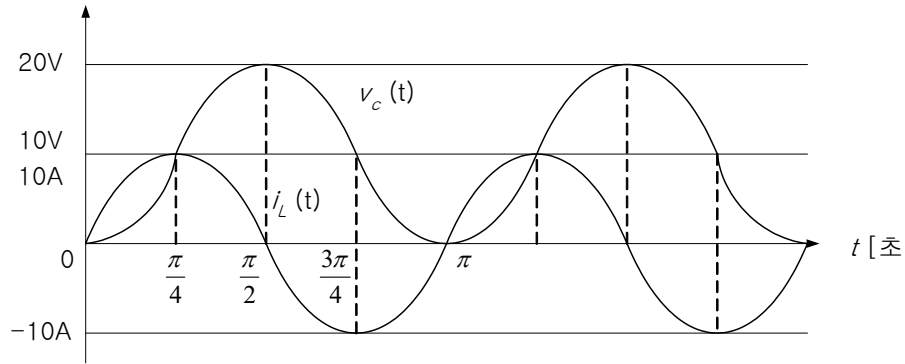


그림 s9.4a $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 파형

[9.5] 그림 p9.5의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $v_c(t)$ 의 진동 각주파수 ω 와 진동주기 T 는?
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.

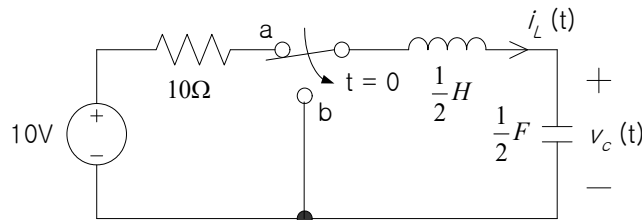


그림 p9.5

[풀이]

[9.5]

- (1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 10[V]$ 이고, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.
- (2) $t > 0$ 에서 KVL을 적용하면,

$$0 = 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \text{ ----- } ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 4 v_c(t) = 0 \text{ ----- } ③$$

여기서, $v_c(0^+) = 10[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 2i_L(0^+) = 0$ 이다.

식③을 라플라스변환하고 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + v_c(0^+)}{s^2 + 4} \\ &= \frac{10s}{s^2 + 4} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 10 \cos 2t [\text{V}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = j2, -j2$ 이므로 진동이다.

(3) 전류 $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= -10 \sin 2t [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) 진동 각주파수 ω 는 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2[\text{rad/sec}]$ 이며, 진동주기 T 는 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi[\text{초}]$

이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 의 주기 T 는 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 이므로 파형은

그림 s9.5a와 같다.

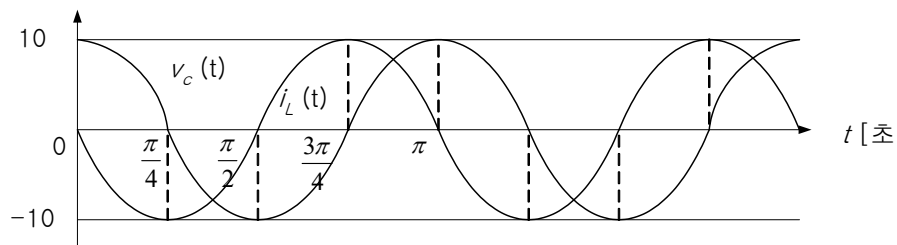


그림 s9.5a $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 의 파형

[9.6] 그림 p9.6의 회로에서, 입력전압 $v_i(t)$ 는 그림 p9.6a와 같고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상 상태에 있다. $R = 20\Omega$ 일 때, 다음 물음에 답하여라. $e^{-1} = 0.368$, $e^{-2} = 0.135$,

$e^{-3} = 0.05$, $e^{-4} = 0.018$, $e^{-5} = 0.007$ 이다.

- (1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $T = 5$ [초]인 경우, $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 를 구하고 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.
- (3) $T = 0.5$ [초]인 경우, $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 를 구하고 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

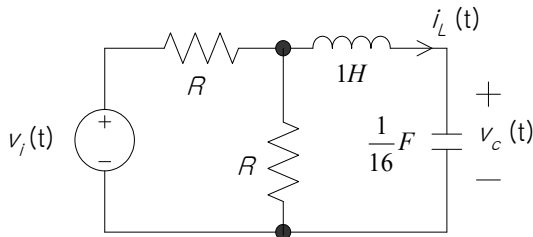


그림 p9.6

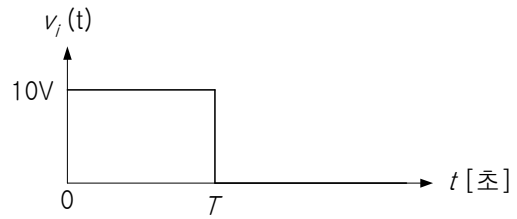


그림 p9.6a

[풀이]

[9.6]

- (1) $t = 0^-$ 에서 그림 p9.6의 회로는 그림 s9.6a 회로와 같고, 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0$ [V]이고, $i(0^-) = 0$ [A]이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ [V]이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0$ [A]이다.

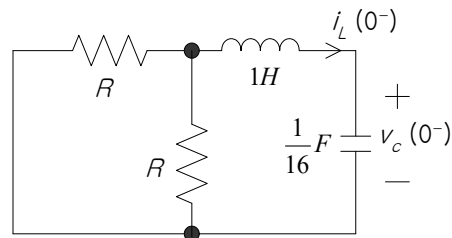


그림 s9.6a $t = 0^-$ 에서 등가회로

- (2) $t > 0$ 에서, 주어진 회로를 테브난의 정리를 사용하여 간략화하면, $R_{eq} = 0.5R$ 이고

$V_{oc} = \frac{v_i(t)}{2}$ 이므로 그림 s9.6b의 회로와 같다.

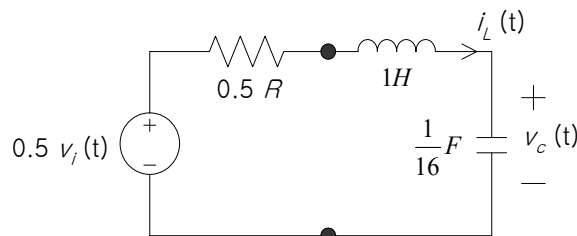


그림 s9.6b

그림 s9.6b의 회로에서, KVL을 적용하면,

$$0.5 v_i(t) = 0.5 R i_L(t) + \frac{d i_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{16} \frac{d v_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 0.5 R \frac{d v_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad ③$$

$R = 20[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 10 \frac{d v_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad ④$$

(i) $0 < t \leq 5[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 10[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = 0[\text{V}]$ 이고 $\frac{d v_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0^+) = 0[\text{V/sec}]$ 이다.

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{80}{s(s^2 + 10s + 16)} \\ &= \frac{80}{s(s+2)(s+8)} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-\frac{20}{3}}{s+2} + \frac{\frac{5}{3}}{s+8} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - \frac{20}{3} e^{-2t} + \frac{5}{3} e^{-8t} [\text{V}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}]$$

이다. 원점에 가장 가까운 극이 -2 이므로 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 $v_c(t)$ 는 정상상태에 도달한다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{d v_c(t)}{dt} \\ &= \frac{5}{6} e^{-2t} - \frac{5}{6} e^{-8t} [\text{A}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

(ii) $5 < t[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 0[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = v_c(5^-) = 5[\text{V}]$ 이고

$$\frac{d v_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(5^-) = 0[\text{V/sec}] \quad \text{이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 V_c(s) &= \frac{sV_c(0^+) + \dot{V}_c(0^+) + 10V_c(0^+)}{s^2 + 10s + 16} \\
 &= \frac{5s + 50}{(s+2)(s+8)} \\
 &= \frac{\frac{20}{3}}{s+2} + \frac{-\frac{5}{3}}{s+8}
 \end{aligned}$$

따라서, $V_c(t)$ 는

$$V_c(t) = \frac{20}{3} e^{-2(t-5)} - \frac{5}{3} e^{-8(t-5)} \text{ [V]}, \quad 5 < t \text{ [초]}$$

이다. 원점에 가장 가까운 극이 -2 이므로 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5 \text{ [초]}$ 이면 $V_c(t)$ 는 정상상태에 도달한다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dV_c(t)}{dt} \\
 &= -\frac{5}{6} e^{-2(t-5)} + \frac{5}{6} e^{-8(t-5)} \text{ [A]}, \quad 5 < t \text{ [초]}
 \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$\begin{aligned}
 V_c(t) &= \begin{cases} 5 - \frac{20}{3} e^{-2t} + \frac{5}{3} e^{-8t}, & 0 < t \leq 5 \\ \frac{20}{3} e^{-2(t-5)} - \frac{5}{3} e^{-8(t-5)}, & 5 < t \end{cases} \text{ [V]} \\
 i_L(t) &= \begin{cases} \frac{5}{6} e^{-2t} - \frac{5}{6} e^{-8t}, & 0 < t \leq 5 \\ -\frac{5}{6} e^{-2(t-5)} + \frac{5}{6} e^{-8(t-5)}, & 5 < t \end{cases} \text{ [A]}
 \end{aligned}$$

이고, $V_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.6c와 같다.

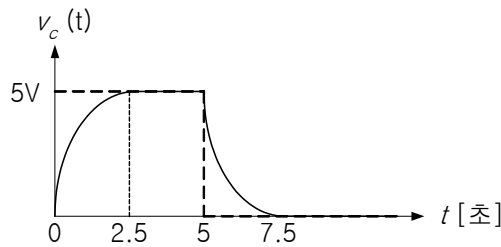


그림 s9.6c $V_c(t)$ 의 파형

(3) $T = 0.5 \text{ [초]}$ 일 때,

(i) $0 < t \leq 0.5 \text{ [초]}$ 일 때, $V_r(t) = 10 \text{ [V]}$ 이고, $V_c(0^+) = 0 \text{ [V]}$ 이고 $\frac{dV_c(0^+)}{dt} =$

$= 16 i_L(0^+) = 0 \text{ [V/sec]}$ 이다.

(2)의 결과에 의하면, $V_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - \frac{20}{3} e^{-2t} + \frac{5}{3} e^{-8t} \text{ [V]}, \quad 0 < t \leq 0.5[\text{초}]$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= \frac{5}{6} e^{-2t} - \frac{5}{6} e^{-8t} \text{ [A]}, \quad 0 < t \leq 0.5[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 0.5 < t[\text{초}] \text{ 일 때, } v_c(t) &= 0[\text{V}] \text{ 이고, } v_c(0^+) = v_c(0.5^-) = 5 - \frac{20}{3} \times e^{-1} + \frac{5}{3} e^{-4} \\ &= 5 - 2.45 - 0.03 = 2.52[\text{V}] \text{ 이며} \end{aligned}$$

$$i_L(0.5^-) = \frac{5}{6} e^{-1} - \frac{5}{6} e^{-4} = 0.307 - 0.015 = 0.292 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서, } \frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0.5^-) = 4.67[\text{V/sec}] \text{ 이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 10 v_c(0^+)}{s^2 + 10s + 16} \\ &= \frac{2.52s + 29.87}{(s+2)(s+8)} \\ &= \frac{4.14}{s+2} + \frac{-1.62}{s+8} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 4.14 e^{-2(t-0.5)} - 1.62 e^{-8(t-0.5)} \text{ [V]}, \quad 0.5 < t[\text{초}]$$

이다. 원점에 가장 가까운 극이 -2 이므로 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 $v_c(t)$ 는 정상상태에 도달한다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= -0.52 e^{-2(t-0.5)} + 0.81 e^{-8(t-0.5)} \text{ [A]}, \quad 0.5 < t[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \begin{cases} 5 - \frac{20}{3} e^{-2t} + \frac{5}{3} e^{-8t} & , 0 < t \leq 0.5 \\ 4.14 e^{-2(t-0.5)} - 1.62 e^{-8(t-0.5)} & , 0.5 < t \end{cases} \text{ [V]} \\ i_L(t) &= \begin{cases} \frac{5}{6} e^{-2t} - \frac{5}{6} e^{-8t} & , 0 < t \leq 0.5 \\ -0.52 e^{-2(t-0.5)} + 0.81 e^{-8(t-0.5)} & , 0.5 < t \end{cases} \text{ [A]} \end{aligned}$$

이고, $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.6d와 같다.

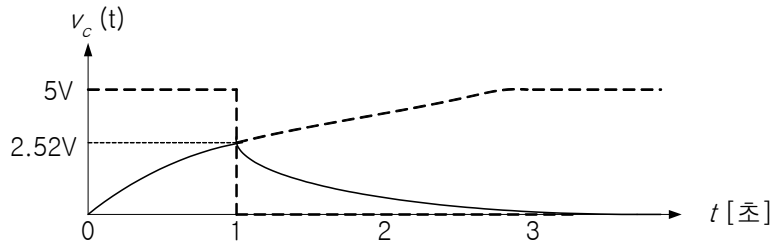


그림 s9.6d $v_c(t)$ 의 파형

[9.7] $R = 16\Omega$ 일 때, [9.6]의 문제에 답하여라.

[풀이]

[9.7]

(1) $t = 0^-$ 에서 그림 p9.6의 회로는 그림 s9.7a 회로와 같고, 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, $i(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0[A]$ 이다.

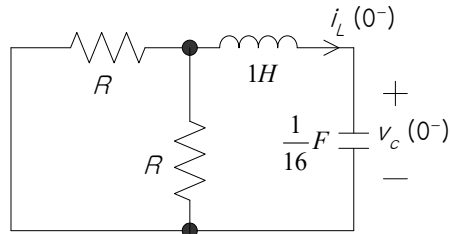


그림 s9.7a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서, 주어진 회로를 테브난의 정리를 사용하여 간략화하면, $R_{eq} = 0.5R$ 이고

$v_{oc} = \frac{v_i(t)}{2}$ 이므로 그림 s9.7b의 회로와 같다.

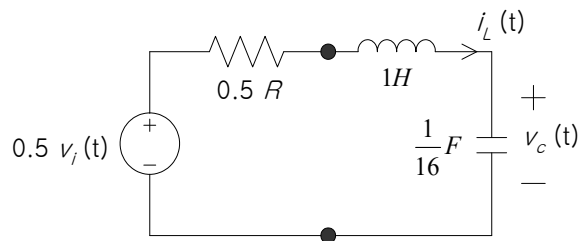


그림 s9.7b

그림 s9.7b의 회로에서, KVL을 적용하면,

$$0.5 v_i(t) = 0.5 R i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad (2)$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 0.5R \frac{dv_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad (3)$$

$R = 16[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 8 \frac{dv_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad (4)$$

(i) $0 < t \leq 5[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 10[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = 0[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0^+) = 0[\text{V/sec}]$ 이다.

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{80}{s(s^2 + 8s + 16)} \\ &= \frac{80}{s(s+4)^2} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5s-40}{(s+4)^2} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5(s+4)-20}{(s+4)^2} \\ &= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+4} - \frac{20}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - 5e^{-4t} - 20te^{-4t} [\text{V}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}]$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 5te^{-4t} [\text{A}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

$$v_c(5^-) = 5 - 5e^{-20} - 20 \times 5e^{-20} = 5[\text{V}] \text{이고, } i_L(5^-) = 5 \times 5e^{-20} = 0[\text{A}] \text{이다.}$$

(ii) $5 < t[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 0[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = v_c(5^-) = 5[\text{V}]$ 이고

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(5^-) = 0[\text{V/sec}] \text{이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 8v_c(0^+)}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{5s+40}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5(s+4) + 20}{(s+4)^2} \\
 &= \frac{5}{s+4} + \frac{20}{(s+4)^2}
 \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5e^{-4(t-5)} + 20(t-5)e^{-4(t-5)} \text{ [V]}, \quad 5 < t[\text{초}]$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\
 &= -5(t-5)e^{-4(t-5)} \text{ [A]}, \quad 5 < t[\text{초}]
 \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= \begin{cases} 5 - 5e^{-4t} - 20te^{-4t} & , 0 < t \leq 5 \\ 5e^{-4(t-5)} + 20(t-5)e^{-4(t-5)} & , 5 < t \end{cases} \text{ [V]} \\
 i_L(t) &= \begin{cases} 5te^{-4t} & , 0 < t \leq 5 \\ -5(t-5)e^{-4(t-5)} & , 5 < t \end{cases} \text{ [A]}
 \end{aligned}$$

이고, $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.7c와 같다.

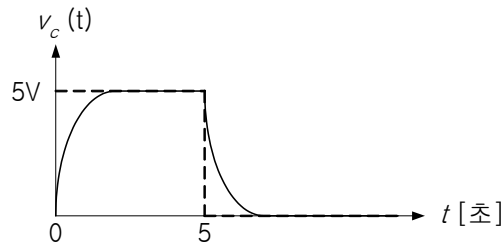


그림 s9.7c $v_c(t)$ 의 파형

(3) $T = 0.5[\text{초}]$ 일 때,

(i) $0 < t \leq 0.5[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 10[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = 0[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16i_L(0^+) = 0[\text{V/sec}]$ 이다.

(2)의 결과에 의하면, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - 5e^{-4t} - 20te^{-4t} \text{ [V]}, \quad 0 < t \leq 0.5[\text{초}]$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\
 &= 5te^{-4t} \text{ [A]}, \quad 0 < t \leq 0.5[\text{초}]
 \end{aligned}$$

이다.

$$v_c(0.5^-) = 5 - 5e^{-2} - 20 \times 0.5e^{-2} = 5 - 0.675 - 1.35 = 2.98[\text{V}] \text{이고,}$$

$$i_L(0.5^-) = 5 \times 0.5 e^{-2} = 0.34[\text{A}] \text{이다.}$$

(ii) $0.5 < t[\text{초}]$ 일 때, $v_L(t) = 0[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = v_c(0.5^-) = 2.98[\text{V}]$ 이며

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0.5^-) = 5.44[\text{V/sec}] \text{이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{s v_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 8 v_c(0^+)}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{2.98s + 29.28}{(s+4)^2} \\ &= \frac{2.98(s+4) + 17.36}{(s+4)^2} \\ &= \frac{2.98}{s+4} + \frac{17.36}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 2.98 e^{-4(t-0.5)} + 17.36(t-0.5) e^{-4(t-0.5)} [\text{V}], \quad 0.5 < t[\text{초}]$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 0.34 e^{-4(t-0.5)} - 4.34(t-0.5) e^{-4(t-0.5)} [\text{A}], \quad 0.5 < t[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \begin{cases} 5 - 5e^{-4t} - 20te^{-4t} & , 0 < t \leq 0.5 \\ 2.98 e^{-4(t-0.5)} + 17.36(t-0.5) e^{-4(t-0.5)} & , 0.5 < t \end{cases} [\text{V}] \\ i_L(t) &= \begin{cases} 5te^{-4t} & , 0 < t \leq 0.5 \\ 0.34 e^{-4(t-0.5)} - 4.34(t-0.5) e^{-4(t-0.5)} & , 0.5 < t \end{cases} [\text{A}] \end{aligned}$$

이고, $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.7d와 같다.

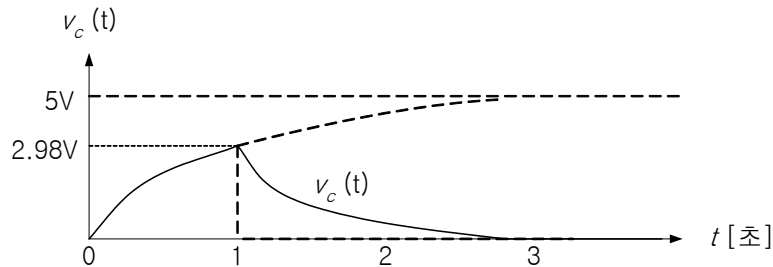


그림 s9.7d $v_c(t)$ 의 파형

[9.8] $R = 4\Omega$ 일 때, [9.6]의 문제에 답하여라.

[풀이]

[9.8]

- (1) $t = 0^-$ 에서 그림 p9.6의 회로는 그림 s9.8a 회로와 같고, 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, $i(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0[A]$ 이다.

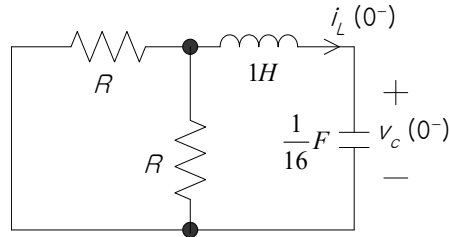


그림 s9.8a $t = 0^-$ 에서 등가회로

- (2) $t > 0$ 에서, 주어진 회로를 테브난의 정리를 사용하여 간략화하면, $R_{eq} = 0.5R$ 이고 $v_{oc} = \frac{v_i(t)}{2}$ 이므로 그림 s9.8b의 회로와 같다.

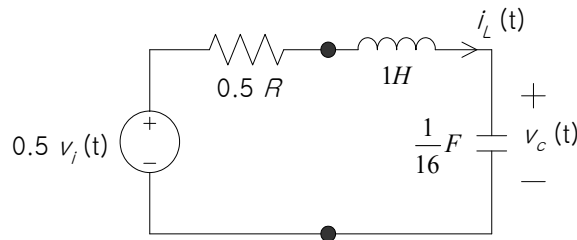


그림 s9.8b

그림 s9.8b의 회로에서, KVL을 적용하면,

$$0.5 v_i(t) = 0.5 R i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 0.5 R \frac{dv_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad ③$$

$R = 4[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_c(t)}{dt} + 16 v_c(t) = 8 v_i(t) \quad \text{-----} \quad ④$$

- (i) $0 < t \leq 5[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 10[V]$ 이고, $v_c(0^+) = 0[V]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0^+)$

= 0[V/sec]이다.

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{80}{s(s^2 + 2s + 16)} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5s - 10}{(s+1)^2 + (\sqrt{15})^2} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-5(s+1) - 5}{(s+1)^2 + (\sqrt{15})^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 5 - 5e^{-t} \cos \sqrt{15}t - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15}t \\ &= 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15}t + \sin \sqrt{15}t) \quad [\text{V}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}] \end{aligned}$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15}t \quad [\text{A}], \quad 0 < t \leq 5[\text{초}] \end{aligned}$$

이다.

$$v_c(5^-) = 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-5} (\sqrt{15} \sin 5\sqrt{15} + \sin 5\sqrt{15}) = 5[\text{V}] \text{이고,}$$

$$i_L(5^-) = \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-5} \sin 5\sqrt{15} = 0[\text{A}] \text{이다.}$$

(ii) $5 < t[\text{초}]$ 일 때, $v_i(t) = 0[\text{V}]$ 이고, $v_c(0^+) = v_c(5^-) = 5[\text{V}]$ 이고

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16i_L(5^-) = 0[\text{V/sec}] \text{이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 2v_c(0^+)}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{5s + 10}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{5(s+1) + 5}{(s+1)^2 + (\sqrt{15})^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 5e^{-(t-5)} \cos \sqrt{15}(t-5) + \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-(t-5)} \sin \sqrt{15}(t-5) \\ &= \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-(t-5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15}(t-5) + \sin \sqrt{15}(t-5) \} [\text{V}], \quad 5 < t[\text{초}] \end{aligned}$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\
 &= -\frac{5}{\sqrt{15}} e^{-(t-5)} \sin \sqrt{15} (t-5) \text{ [A]}, \quad 5 < t [\text{초}]
 \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} t + \sin \sqrt{15} t) & , 0 < t \leq 5 \\ \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-(t-5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15} (t-5) + \sin \sqrt{15} (t-5) \} & , 5 < t \end{cases} \text{ [V]}$$

$$i_L(t) = \begin{cases} \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t & , 0 < t \leq 5 \\ -\frac{5}{\sqrt{15}} e^{-(t-5)} \sin \sqrt{15} (t-5) & , 5 < t \end{cases} \text{ [A]}$$

이 고, $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.8c와 같다.

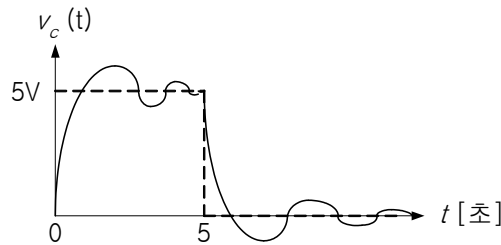


그림 s9.8c $v_c(t)$ 의 파형

(3) $T = 0.5$ [초]일 때,

(i) $0 < t \leq 0.5$ [초]일 때, $v_i(t) = 10$ [V]이고, $v_c(0^+) = 0$ [V]이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0^+) = 0$ [V/sec]이다.

(2)의 결과에 의하면, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} t + \sin \sqrt{15} t) \text{ [V]}, \quad 0 < t \leq 0.5 [\text{초}]$$

$$i_L(t) = \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t \text{ [A]}, \quad 0 < t \leq 0.5 [\text{초}]$$

이다.

$$\begin{aligned}
 v_c(0.5^-) &= 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-0.5} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} \times 0.5 + \sin \sqrt{15} \times 0.5) \\
 &= 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} 1.65 \times 0.45 \\
 &= 4 \text{ [V]}
 \end{aligned}$$

이 고,

$$i_L(0.5^-) = \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-0.5} \sin \sqrt{15} \times 0.5$$

$$= 2.0 \text{ [A]}$$

이다.

(ii) $0.5 < t$ [초] 일 때, $v_i(t) = 0$ [V] 이고, $v_c(0^+) = v_c(0.5^-) = 4$ [V] 이며

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 16 i_L(0.5^-) = 32 \text{ [V/sec]} \text{ 이다.}$$

식④를 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{s v_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 2 v_c(0^+)}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{4s + 40}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{4(s+1) + 36}{(s+1)^2 + (\sqrt{15})^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 4 e^{-(t-0.5)} \cos \sqrt{15} (t-0.5) + \frac{36}{\sqrt{15}} e^{-(t-0.5)} \sin \sqrt{15} (t-0.5) \\ &= \frac{4}{\sqrt{15}} e^{-(t-0.5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15} (t-0.5) + 9 \sin \sqrt{15} (t-0.5) \} \text{ [V], } 0.5 < t \text{ [초]} \end{aligned}$$

이다. 이 기간동안 $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= \frac{2}{\sqrt{15}} e^{-(t-0.5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15} (t-0.5) - 3 \sin \sqrt{15} (t-0.5) \} \text{ [A], } 0.5 < t \text{ [초]} \end{aligned}$$

이다.

즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 5 - \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} t + \sin \sqrt{15} t) & , 0 < t \leq 0.5 \\ \frac{4}{\sqrt{15}} e^{-(t-0.5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15} (t-0.5) + 9 \sin \sqrt{15} (t-0.5) \} & , 0.5 < t \end{cases} \text{ [V]}$$

$$i_L(t) = \begin{cases} \frac{5}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t & , 0 < t \leq 0.5 \\ \frac{2}{\sqrt{15}} e^{-(t-0.5)} \{ \sqrt{15} \cos \sqrt{15} (t-0.5) - 3 \sin \sqrt{15} (t-0.5) \} & , 0.5 < t \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.8d와 같다.

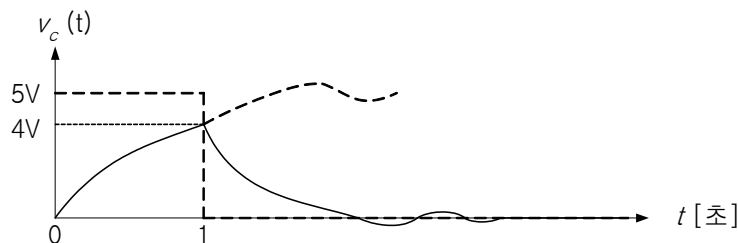


그림 s9.8d $v_c(t)$ 의 파형

[9.9] 그림 p9.9의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

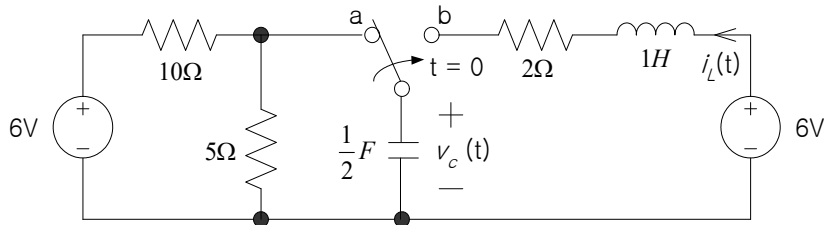


그림 p9.9

[풀이]

[9.9]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로, $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.9a와 같고, $v_c(0^-) = 6 \times \frac{5}{15} = 2[\text{V}]$ 이고, $i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다.

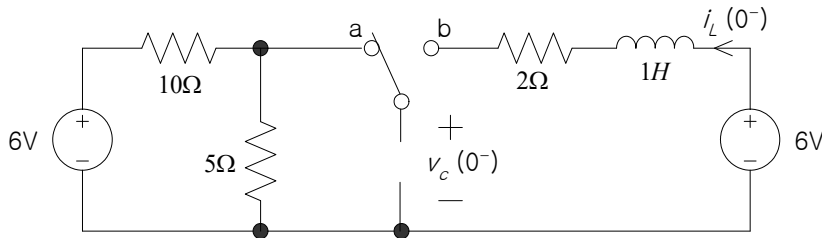


그림 s9.9a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$6 = \frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \text{ ----- } \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_c(t)}{dt} + 2 v_c(t) = 12 \text{ ----- } \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 2[V]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 2i_L(0^+) = 0[V/sec]$ 이다.

식③을 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + v_c(0^+) + 2v_c(0^+)}{s^2 + 2s + 2} + \frac{12}{s(s^2 + 2s + 2)} \\ &= \frac{2s + 4}{s^2 + 2s + 2} + \frac{12}{s(s^2 + 2s + 2)} \\ &= \frac{2(s+1) + 2}{(s+1)^2 + 1} + \frac{12}{s(s^2 + 2s + 2)} \\ &= \frac{2(s+1) + 2}{(s+1)^2 + 1} + \frac{6}{s} + \frac{-6s - 12}{s^2 + 2s + 2} \\ &= \frac{2(s+1) + 2}{(s+1)^2 + 1} + \frac{6}{s} + \frac{-6(s+1) - 6}{(s+1)^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 6 - 4e^{-t} \cos t - 4e^{-t} \sin t \\ &= 6 - 4e^{-t}(\cos t + \sin t) [V] \end{aligned}$$

이다. 더 간단히 하면 $v_c(t)$ 는 다음과 같다.

$$v_c(t) = 6 - 4e^{-t} \sin(t + \frac{\pi}{4}) [V]$$

회로의 극점은 $s = -1 + j, -1 - j$ 이므로 부족제동이다.

(3) $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 4e^{-t} \sin t [A] \end{aligned}$$

이다.

(4) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.9b와 같고,

$$v_c(\infty) = 6,$$

$$i_L(\infty) = 0$$

이다. 이 값들은 (2)의 결과에 극한을 취한 것과 같다.

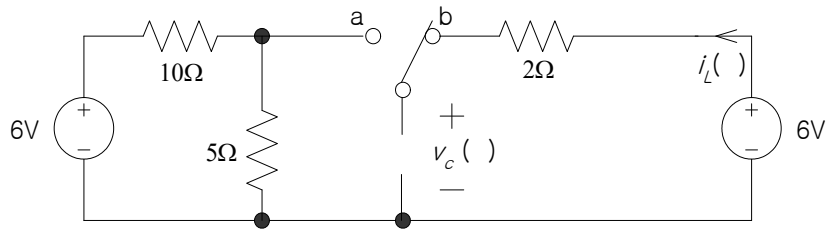


그림 s9.9b $t = \infty$ 에서 등가회로

- (5) $v_c(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5$ [초]이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.9c와 같다.

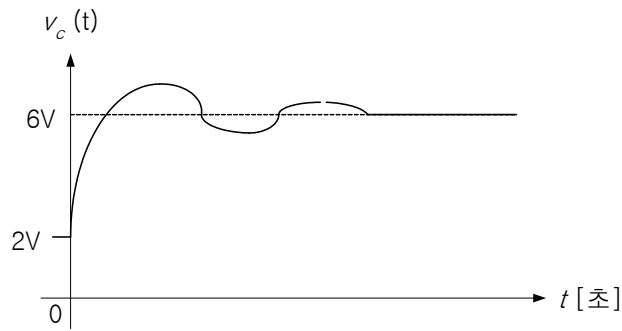


그림 s9.9c

- (6) $i_L(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5$ [초]이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.9d와 같다.

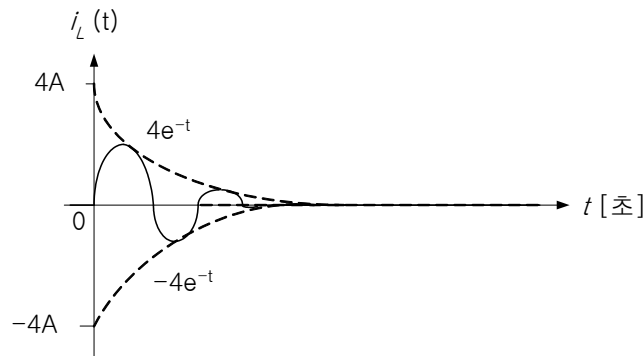


그림 s9.9d

[9.10] 그림 p9.10의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$ [V]이다.

- (1) $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?

- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

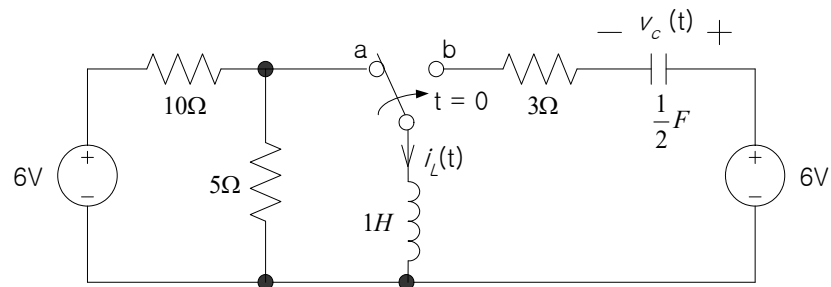


그림 p9.10

[풀이]

[9.10]

- (1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로, $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.10a와 같고, $v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, $i_L(0^-) = \frac{6}{10} = 0.6[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0.6[A]$ 이다.

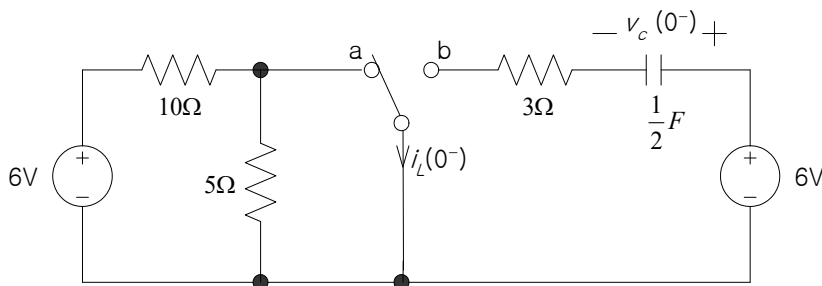


그림 s9.10a $t = 0^-$ 에서 등가회로

- (2) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$6 = 2 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) + 3i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 식①을 미분하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 3 \frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

여기서, $i_L(0^+) = 0.6[A]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = 6 - v_c(0^-) - 3i_L(0^+) = 4.2 \text{ [A/sec]}$$

이다.

식②를 라플라스변환하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + i_L(0^+) + 3i_L(0^+)}{s^2 + 3s + 2} \\ &= \frac{0.6s + 4.2 + 1.8}{s^2 + 3s + 2} \\ &= \frac{0.6s + 6}{(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{5.4}{s+1} - \frac{4.8}{s+2} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 5.4e^{-t} - 4.8e^{-2t} \text{ [A]}$$

이다.

회로의 극점은 $s = -1, -2$ 이므로 과제동이다.

(3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 2 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) \\ &= 2 \left\{ 5.4 \frac{e^{-t}}{-1} \Big|_0^t - 4.8 \frac{e^{-2t}}{-2} \Big|_0^t \right\} + 0 \\ &= 6 - 10.8e^{-t} + 4.8e^{-2t} \text{ [V]} \end{aligned}$$

이다.

(4) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.10b와 같고,

$$i_L(\infty) = 0 \text{ [A]},$$

$$v_c(\infty) = 6 \text{ [V]}$$

이다. 이 값들은 (2)와 (3)의 결과에 극한을 취한 값과 같다.

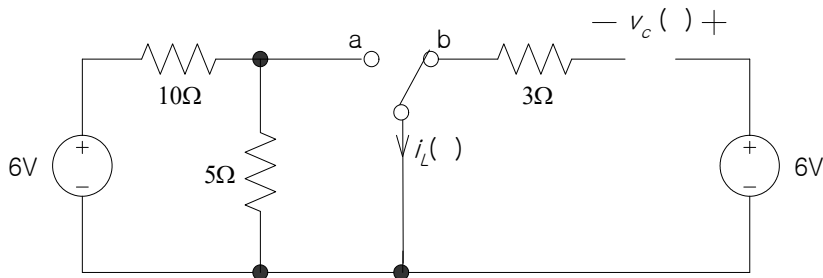


그림 s9.10b $t = \infty$ 에서 등가회로

(5) $t = 1 \times 5 = 5$ [초]이면 정상상태에 도달하므로 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.10c와 같다.

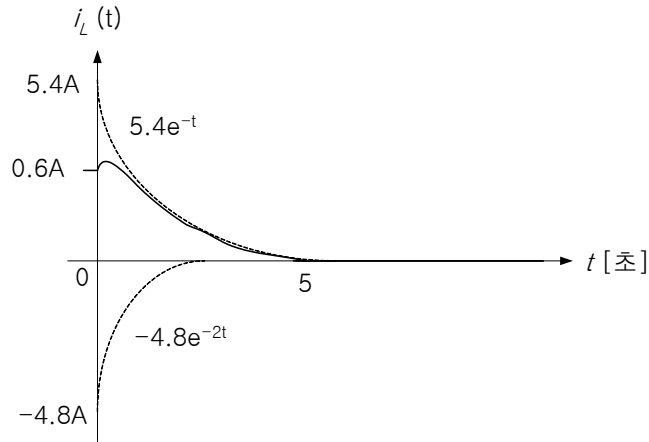


그림 s9.10c $i_L(t)$ 의 개략적인 파형

(6) $t = 1 \times 5 = 5$ [초]이면 정상상태에 도달하므로 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.10d와 같다.

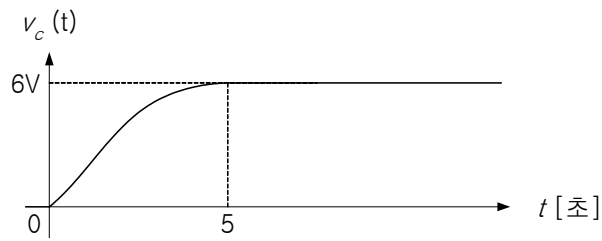


그림 s9.10d $v_c(t)$ 의 개략적인 파형

[9.11] 그림 p9.11의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$ [V]이다.

- (1) $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

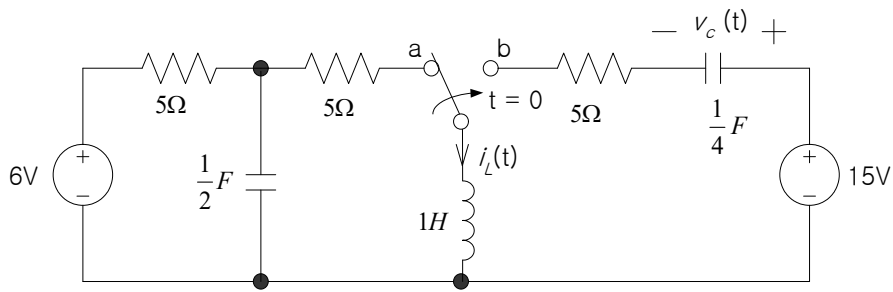


그림 p9.11

[풀이]

[9.11]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로, $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.11a와 같고, $v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, $i_L(0^-) = \frac{6}{10} = 0.6[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0.6[A]$ 이다.

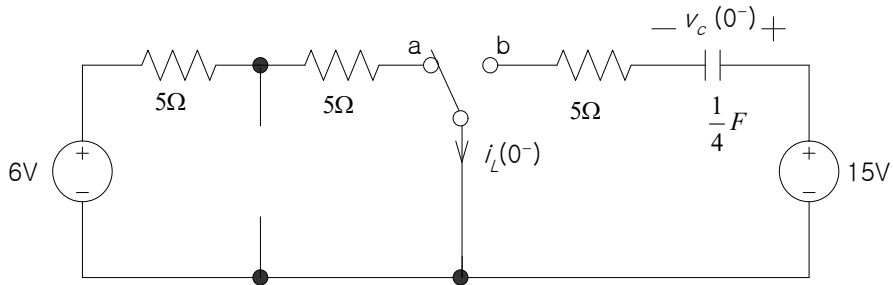


그림 s9.11a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$15 = 4 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) + 5i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 식①을 미분하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 5 \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

여기서, $i_L(0^+) = 0.6[A]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = 15 - v_c(0^-) - 5i_L(0^+) = 12 [A/sec]$$

이다.

식②를 라플라스변환하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + i_L(0^+) + 5i_L(0^+)}{s^2 + 5s + 4} \\
 &= \frac{0.6s + 12 + 3}{s^2 + 5s + 4} \\
 &= \frac{0.6s + 15}{(s+1)(s+4)} \\
 &= \frac{4.8}{s+1} - \frac{4.2}{s+4}
 \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 4.8e^{-t} - 4.2e^{-4t} \text{ [A]}$$

이다.

회로의 극점은 $s = -1, -4$ 이므로 과제동이다.

(3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= 4 \int_{0^+}^t i_L(\tau) d\tau + v_c(0^-) \\
 &= 4 \left\{ 4.8 \frac{e^{-t}}{-1} \Big|_0^t - 4.2 \frac{e^{-4t}}{-4} \Big|_0^t \right\} + 0 \\
 &= 15 - 19.2e^{-t} + 4.2e^{-4t} \text{ [V]}
 \end{aligned}$$

이다.

(4) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.11b와 같고,

$$i_L(\infty) = 0 \text{ [A]},$$

$$v_c(\infty) = 15 \text{ [V]}$$

이다. 이 값들은 (2)와 (3)의 결과에 극한을 취한 것과 같다.

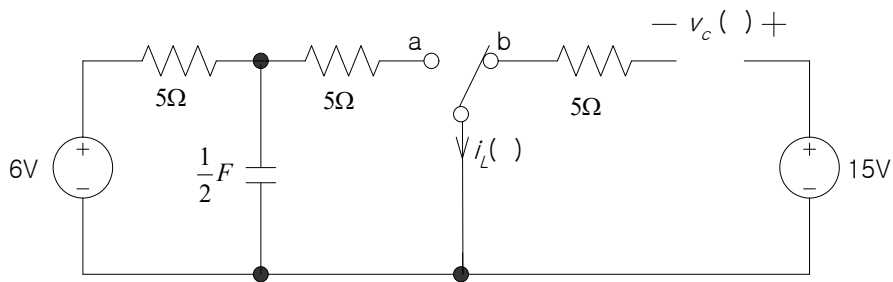


그림 s9.11b $t = \infty$ 에서 등가회로

(5) $t = 1 \times 5 = 5$ [초]이면 정상상태에 도달하므로 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.11c와 같다.

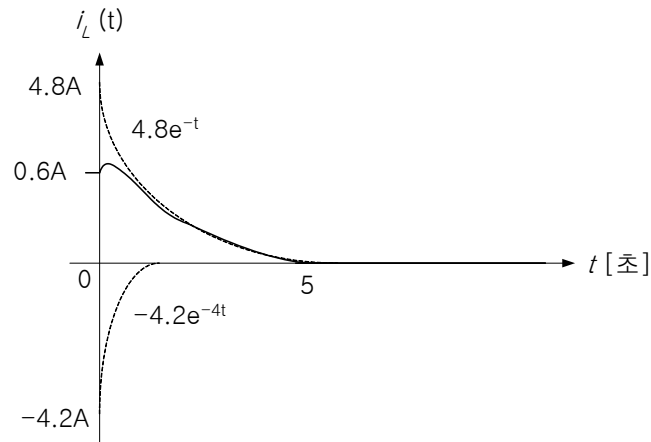


그림 s9.11c $i_L(t)$ 의 개략적인 파형

(6) $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하므로 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.11d와 같다.

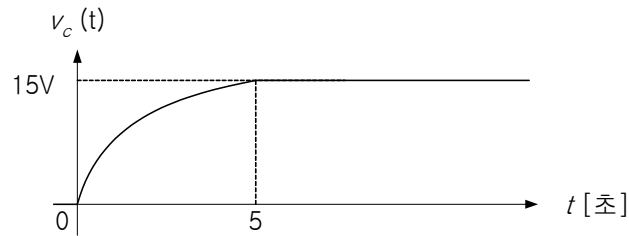


그림 s9.11d $v_c(t)$ 의 개략적인 파형

[9.12] 그림 p9.12의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

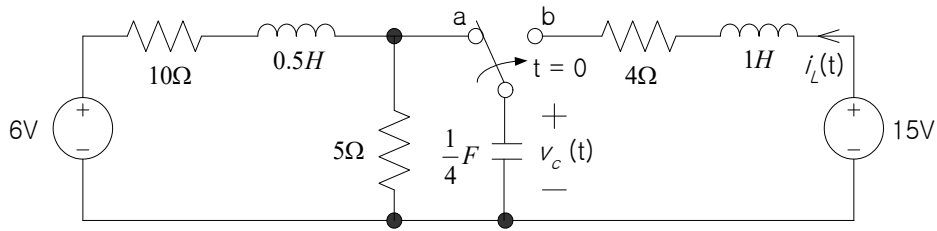


그림 p9.12

[풀이]

[9.12]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로, $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.12a와 같고, $v_c(0^-) = 6 \times \frac{5}{15} = 2[\text{V}]$ 이고, $i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다.

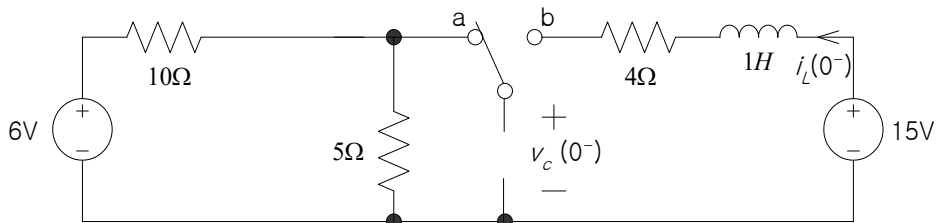


그림 s9.12a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$15 = \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) + v_c(t) \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + 4 \frac{dv_c(t)}{dt} + 4v_c(t) = 60 \quad \text{-----} \quad ③$$

여기서, $v_c(0^+) = 2[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 4i_L(0^+) = 0[\text{V/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$V_c(s) = \frac{s v_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 4 v_c(0^+)}{s^2 + 4s + 4} + \frac{60}{s(s^2 + 4s + 4)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2s+8}{s^2+4s+4} + \frac{60}{s(s^2+4s+4)} \\
&= \frac{2(s+2)+4}{(s+2)^2} + \frac{60}{s(s+2)^2} \\
&= \frac{2(s+2)+4}{(s+2)^2} + \frac{15}{s} + \frac{-15s-60}{(s+2)^2} \\
&= \frac{2}{s+2} + \frac{4}{(s+2)^2} + \frac{15}{s} + \frac{-15(s+2)-30}{(s+2)^2} \\
&= \frac{2}{s+2} + \frac{4}{(s+2)^2} + \frac{15}{s} - \frac{15}{s+2} - \frac{30}{(s+2)^2}
\end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 15 - 13e^{-2t} - 26te^{-2t} \text{ [V]}$$

이다.

회로의 극점은 $s = -2, -2$ 이므로 임계제동이다.

(3) $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned}
i_L(t) &= \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \\
&= 13te^{-2t} \text{ [A]}
\end{aligned}$$

이다.

(4) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.12b와 같고,

$$v_c(\infty) = 15[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = 0[\text{A}]$$

이다. 이 값들은 (2)와 (3)의 결과에 극한을 취한 것과 같다.

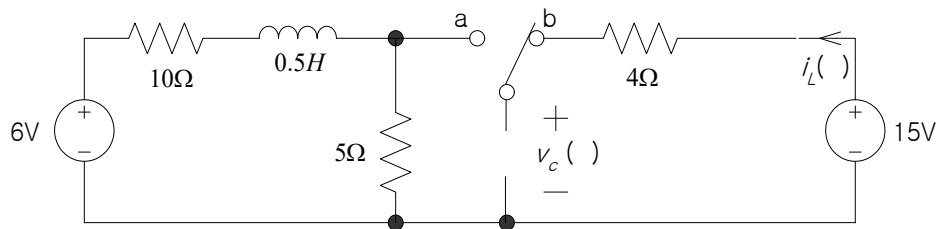


그림 s9.12b $t = \infty$ 에서 등가회로

(5) $v_c(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.12c와 같다.

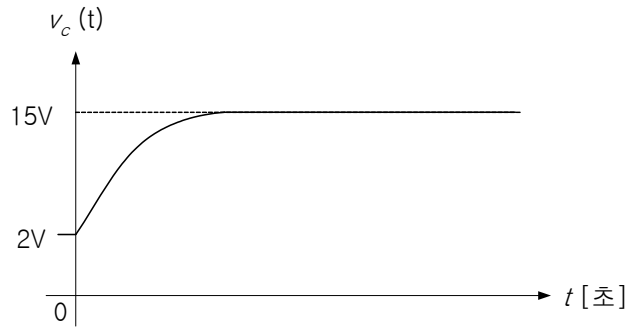


그림 s9.12c

(6) $i_L(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.12d와 같



그림 s9.12d

[9.13] 그림 p9.13의 회로에서, 스위치를 a의 위치에서 b의 위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

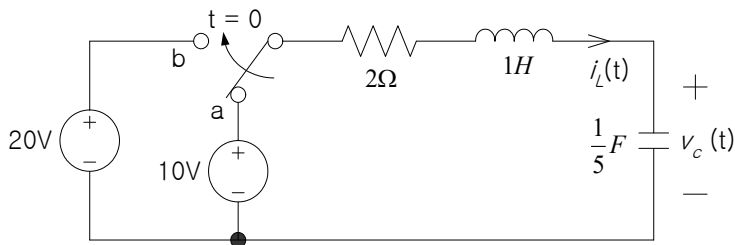


그림 p9.13

[풀이]

[1013]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로, $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.13a와 같고, $v_c(0^-) = 10[\text{V}]$ 이고, $i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i(0^+) = i(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다.

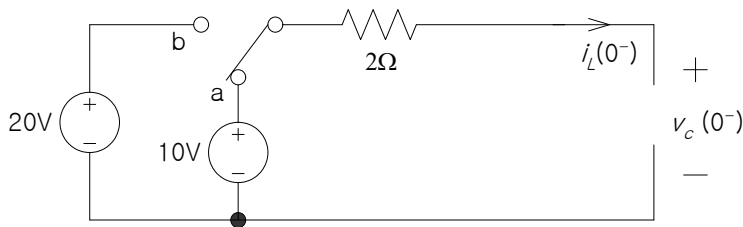


그림 s9.13a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$20 = 2i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{5} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_c(t)}{dt} + 5v_c(t) = 100 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 10[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 5i_L(0^+) = 0[\text{V/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + v_c(0^+) + 2v_c(0^+)}{s^2 + 2s + 5} + \frac{100}{s(s^2 + 2s + 5)} \\ &= \frac{10s + 20}{s^2 + 2s + 5} + \frac{100}{s(s^2 + 2s + 5)} \\ &= \frac{10s + 20}{s^2 + 2s + 5} + \frac{20}{s} + \frac{-20s - 40}{s^2 + 2s + 5} \\ &= \frac{20}{s} + \frac{-10s - 20}{s^2 + 2s + 5} \\ &= \frac{20}{s} - \frac{10(s+1) + 10}{(s+1)^2 + 2^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 20 - 10e^{-t}\cos 2t - 5e^{-t}\sin 2t \\ &= 20 - 5e^{-t}(\sin 2t + 2\cos 2t) \text{ [V]} \end{aligned}$$

이다.

회로의 극점은 $s = -1 + j2, -1 - j2$ 이므로 부족제동이다.

(3) $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 5e^{-t} \sin 2t \text{ [A]} \end{aligned}$$

이다.

(4) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.13b와 같고,

$$v_c(\infty) = 20\text{[V]},$$

$$i_L(\infty) = 0\text{[A]}$$

이다. 이 값들은 (2)와 (3)의 결과에 극한을 취한 것과 같다.

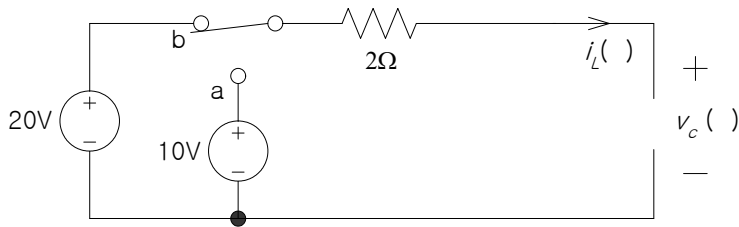


그림 s9.13b $t = \infty$ 에서 등가회로

(5) $v_c(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.13c와 같다.

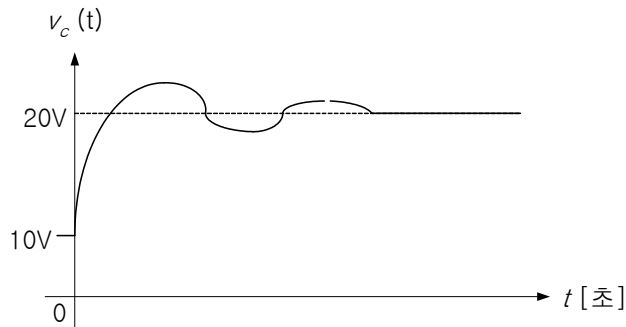


그림 s9.13c

(6) $i_L(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5\text{[초]}$ 이면 정상상태에 도달하고, 파형은 그림 s9.13d와 같다.

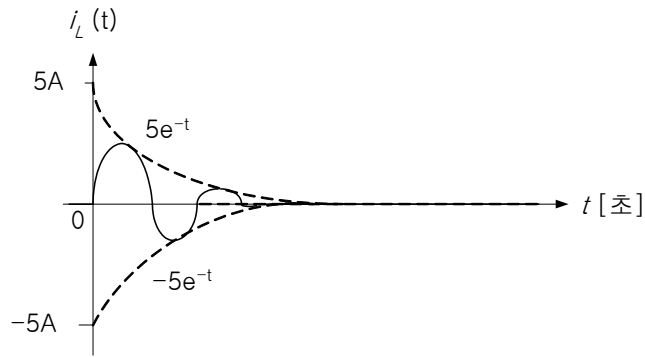


그림 s9.13d

<< 9.2 RLC병렬회로의 응답 >>

[9.14] 그림 p9.14의 회로에서, 스위치를 a위치에서 b위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

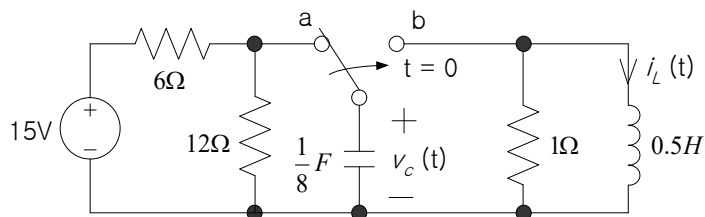


그림 p9.14

[풀이]

[9.14]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.14a와 같고,

$$v_c(0^-) = 15 \times \frac{12}{18} = 10[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = 0[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는

전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다.

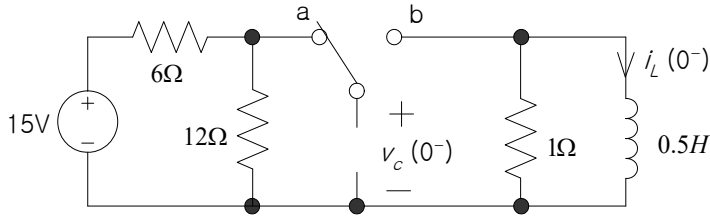


그림 s9.14a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{1}{8} \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{1} + i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 8 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $i_L(0^+) = 0[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 2 v_c(0^+) = 20[\text{A/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \tilde{i}_L(0^+) + 8i_L(0^+)}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{20}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{20}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 20te^{-4t} [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -4, -4$ 이므로 임계제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= 10(1-4t)e^{-4t} [\text{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 0[\text{A}]$ 이고, (3)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0[\text{V}]$ 이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.14b와 같다.

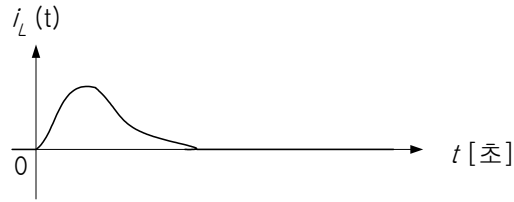


그림 s9.14b $i_L(t)$ 의 파형

(6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.14c와 같다.

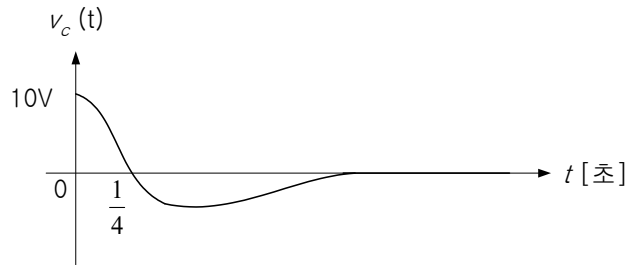


그림 s9.14c $v_c(t)$ 의 파형

[9.15] 그림 p9.15의 회로에서, 스위치를 a위치에서 b위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 자연응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

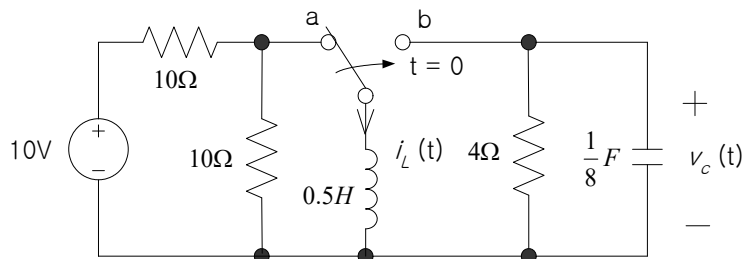


그림 p9.15

[풀이]

[9.15]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.15a와 같고,

$$v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = \frac{10}{10} = 1[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\text{A}]$ 이다.

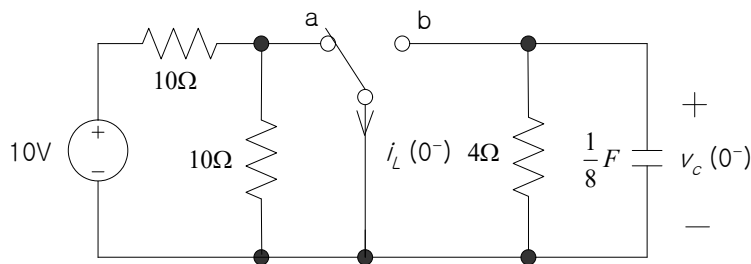


그림 s9.15a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{1}{8} \frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{4} + i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $i_L(0^+) = 1[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 2 v_c(0^+) = 0[\text{A/sec}]$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 2i_L(0^+)}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{s+2}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{(s+1) + 1}{(s+1)^2 + 15} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= e^{-t} \cos \sqrt{15} t + \frac{1}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t \\
 &= \frac{1}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} t + \sin \sqrt{15} t) \text{ [A]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다. 더 간단히 하면 $i_L(t)$ 는 다음과 같다.

$$i_L(t) = \frac{4}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin(\sqrt{15} t + \tan^{-1} \sqrt{15}) \text{ [A]}, \quad t > 0$$

회로의 극은 $s = -1 + j\sqrt{15}$, $-1 - j\sqrt{15}$ 이므로 부족제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= 0.5 \frac{di_L(t)}{dt} \\
 &= -\frac{8}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 0 \text{ [A]}$ 이고, (3)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0 \text{ [V]}$ 이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.15b와 같다.

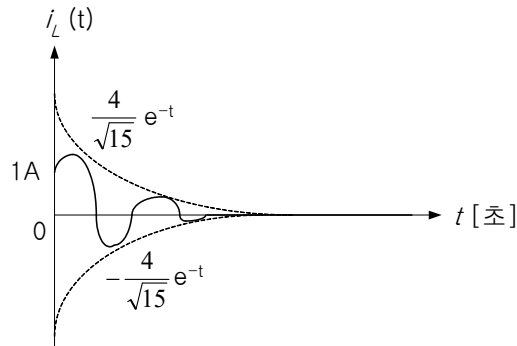


그림 s9.15b $i_L(t)$ 의 파형

(6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.15c와 같다.

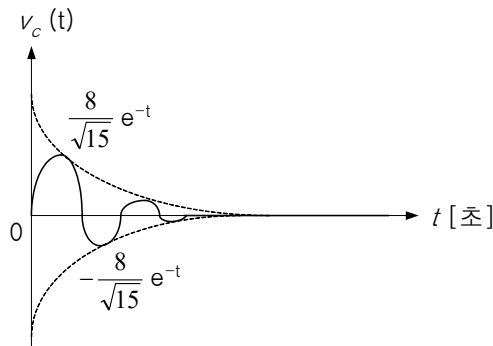


그림 s9.15c $v_c(t)$ 의 파형

[9.16] 그림 p9.16의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $R = 0.8\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $R = 1\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $R = 2\Omega$ 인 경우, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 강제응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (5) (2), (3), (4)의 경우에 대하여, $t = \infty$ 에서의 등가회로를 그리고 $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (7) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (8) (2), (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

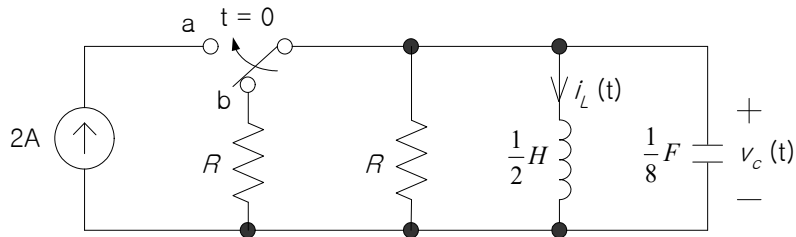


그림 p9.16

[풀이]

[9.16]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KVL을 적용하면,

$$2 = \frac{v_c(t)}{R} + i_L(t) + \frac{1}{8} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 인덕터에 걸리는 전압과 전류 사이의 관계는

$$v_c(t) = \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{8}{R} \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 32 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $i_L(0^+) = 0[\text{V}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = 2 v_c(0^+) = 0[\text{A/sec}]$ 이다.

$R = 0.8[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 10 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 32 \quad \text{-----} \quad ④$$

식④를 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{32}{s(s^2 + 10s + 16)} \\ &= \frac{2}{s} + \frac{-\frac{8}{3}}{s+2} + \frac{\frac{2}{3}}{s+8} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 2 - \frac{8}{3} e^{-2t} + \frac{2}{3} e^{-8t}$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= \frac{8}{3} e^{-2t} - \frac{8}{3} e^{-8t} [\text{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

$R = 0.8[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -2, -8$ 이므로 과제동이다.

(3) $R = 1[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 8 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 32 \quad \text{-----} \quad ⑤$$

초기치가 0이므로 식⑤를 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{32}{s(s^2 + 8s + 16)} \\ &= \frac{2}{s} + \frac{-2s - 16}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{2}{s} + \frac{-2(s+4) - 8}{(s+4)^2} \\ &= \frac{2}{s} - \frac{2}{s+4} - \frac{8}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 2 - 2e^{-4t} - 8te^{-4t}, \quad t > 0$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} \\
 &= 16te^{-4t} \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

$R = 1[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -4, -4$ 이므로 임계제동이다.

(4) $R = 2[\Omega]$ 을 식③에 대입하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 4 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 32 \quad \text{-----} \quad \textcircled{6}$$

초기치가 0이므로 식⑥을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_L(s) &= \frac{32}{s(s^2 + 4s + 16)} \\
 &= \frac{2}{s} + \frac{-2s - 8}{s^2 + 4s + 16} \\
 &= \frac{2}{s} + \frac{-2(s+2) - 4}{(s+2)^2 + 12}
 \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= 2 - 2e^{-2t} \cos \sqrt{12} t - \frac{4}{\sqrt{12}} e^{-2t} \sin \sqrt{12} t \\
 &= 2 - 2e^{-2t} \left(\cos 2\sqrt{3} t + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin 2\sqrt{3} t \right) \text{ [A]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} \\
 &= \frac{8\sqrt{3}}{3} e^{-2t} \sin 2\sqrt{3} t \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

$R = 2[\Omega]$ 인 경우, 회로의 극은 $s = -2 + j2\sqrt{3}, -2 - j2\sqrt{3}$ 이므로 부족제동이다.

(5) (2), (3), (4) 모두의 경우에 대하여, $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.16a와 같고,

$$i_L(\infty) = 2[\text{A}],$$

$$v_c(\infty) = 0[\text{V}]$$

이다.

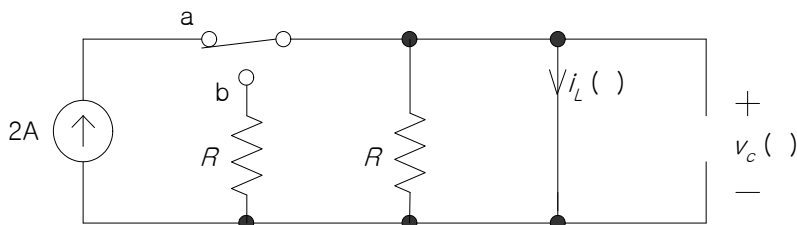


그림 s9.16a $t = \infty$ 에서 등가회로

(6) (2). (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.16b와 같다.

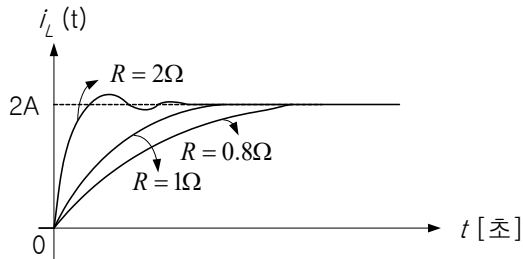


그림 s9.16b $i_L(t)$ 의 파형은

(7) (2). (3), (4)의 경우에 대하여 $t \geq 0$ 에서 계단응답 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.16c와 같다.

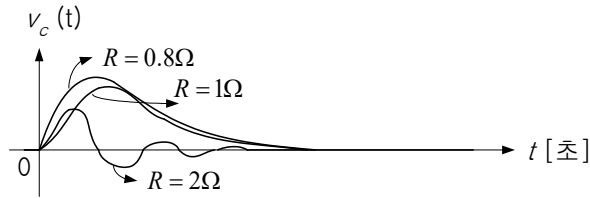


그림 s9.16c $v_c(t)$ 의 파형은

[9.17] 그림 p9.17의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t = \infty$ 에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.

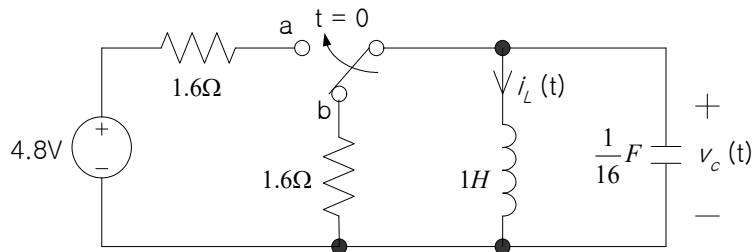


그림 p9.17

[풀이]

[9.17]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{4.8 - v_c(t)}{1.6} = i_L(t) + \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식과 같다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 16i_L(t) + 10v_c(t) = 48 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 사이의 관계는 다음과 같다.

$$i_L(t) = \frac{1}{1} \int_{0^+}^t v_c(\tau) d\tau + i_L(0^-) \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

식②를 식①에 대입한 후 미분하여 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + 10\frac{dv_c(t)}{dt} + 16v_c(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 0[V]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 48 - 16i_L(0^+) - 10v_c(0^+) = 48[V/\text{sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 10v_c(0^+)}{s^2 + 10s + 16} \\ &= \frac{48}{s^2 + 10s + 16} \\ &= \frac{48}{(s+2)(s+8)} \\ &= \frac{8}{s+2} + \frac{-8}{s+8} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 8e^{-2t} - 8e^{-8t} [V], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -2, -8$ 이므로 과제동이다.

(* 이 문제는 전압원을 전류원으로 변환하면 RLC병렬회로가 되므로 병렬회로의 해석법으로 풀어도 된다.)

(3) $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \int_{0^+}^t v_c(\tau) d\tau + i_L(0^-) \\ &= 3 - 4e^{-2t} + e^{-8t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0\text{[V]}$ 이고, (3)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 3\text{[A]}$ 이다..

(5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.17a와 같다.

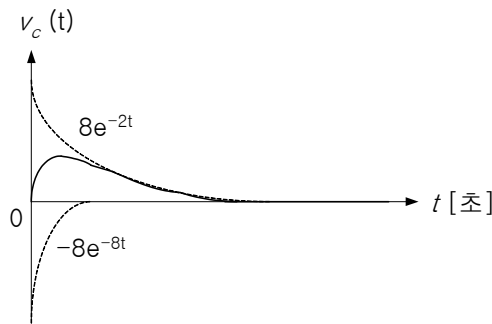


그림 s9.17a

(6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그림 s9.17b와 같다.

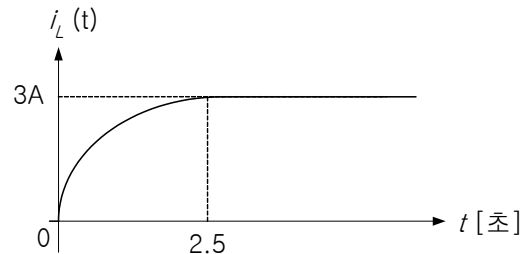


그림 s9.17b

[9.18] 그림 p9.18의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

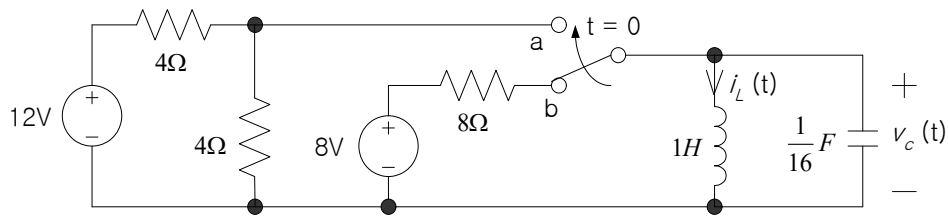


그림 p9.18

[풀이]

[9.18]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.18a와 같고,

$$v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = \frac{8}{8} = 1[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\text{A}]$ 이다.

<<회로 수정요망>>

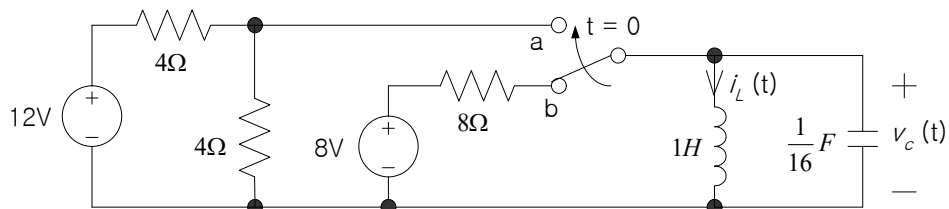


그림 s9.18a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) 직접 KCL을 적용하여 풀 수도 있으나 노턴의 정리를 이용하여 풀어보자.

$R_{eq} = 4 // 4 = 2[\Omega]$ 이고 $I_{sc} = \frac{12}{4} = 3[\text{A}]$ 이므로, $t > 0$ 에서의 회로를 노턴의 등가회로로 바꾸면 그림 s9.18b 회로와 같이 RLC병렬회로로 된다.

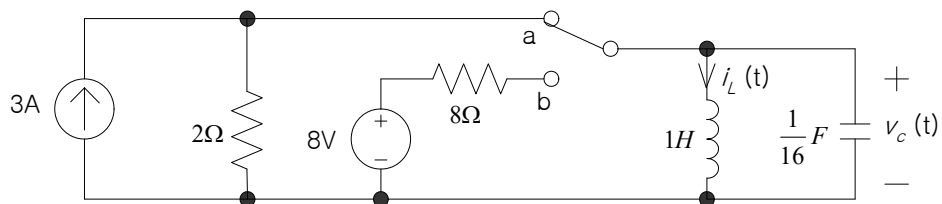


그림 s9.18b $t > 0$ 에서 노턴의 등가회로

KCL을 적용하면,

$$3 = \frac{v_c(t)}{2} + i_L(t) + \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 8 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 3 \times 16 \quad \text{-----} \quad ③$$

여기서, $i_L(0^+) = 1[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) = 0[\text{A/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 8i_L(0^+)}{s^2 + 8s + 16} + \frac{48}{s(s^2 + 8s + 16)} \\ &= \frac{s+8}{s^2 + 8s + 16} + \frac{3}{s} + \frac{-3s-24}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{3}{s} + \frac{-2s-16}{s^2 + 8s + 16} \\ &= \frac{3}{s} + \frac{-2(s+4)-8}{(s+4)^2} \\ &= \frac{3}{s} - \frac{2}{s+4} - \frac{8}{(s+4)^2} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 3 - 2e^{-4t} - 8te^{-4t} \quad [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -4, -4$ 이므로 임계제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= 32te^{-4t} \quad [\text{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 3[\text{A}]$ 이고, (3)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0[\text{V}]$ 이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.18c와 같다.

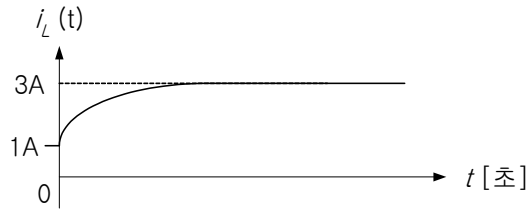


그림 s9.18c $i_L(t)$ 의 파형

(6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.18d와 같다.

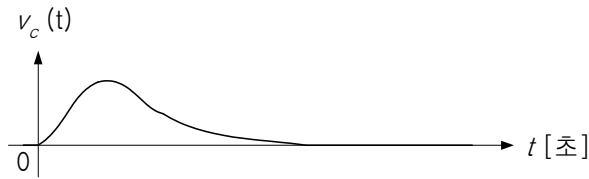


그림 s9.18d $v_c(t)$ 의 파형

[9.19] 그림 p9.19의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $R = 0.8\Omega$ 일 때, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $R = 1\Omega$ 일 때, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (4) $R = 2\Omega$ 일 때, $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (5) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (6) (2), (3), (4)의 경우 $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (7) (2), (3), (4)의 경우 $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

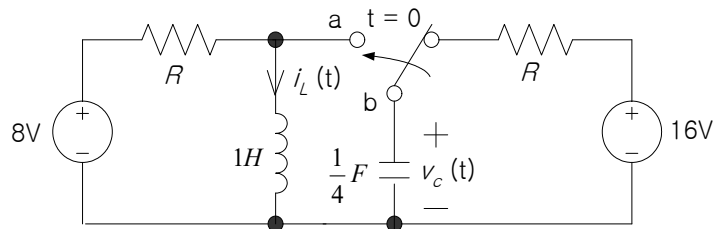


그림 p9.19

[풀이]

[9.19]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로

$$v_c(0^-) = 16[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = \frac{8}{R} [\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 16[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{8}{R} [\text{A}]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{8 - v_c(t)}{R} = i_L(t) + \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{8}{R} = \frac{v_c(t)}{R} + i_L(t) + \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

한편, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \frac{4}{R} \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) = \frac{32}{R} \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $i_L(0^+) = \frac{8}{R} [\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) = 16 [\text{A/sec}]$ 이다.

식③에 $R = 0.8$ 을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 5 \frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) = 40, \quad i_L(0^+) = 10, \quad \frac{di_L(0^+)}{dt} = 16 \quad \text{-----} \quad \textcircled{4}$$

식④를 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 5i_L(0^+)}{s^2 + 5s + 4} + \frac{40}{s(s^2 + 5s + 4)} \\ &= \frac{10s + 66}{s^2 + 5s + 4} + \frac{10}{s} + \frac{-10s - 50}{s^2 + 5s + 4} \\ &= \frac{10}{s} + \frac{16}{s^2 + 5s + 4} \\ &= \frac{10}{s} + \frac{\frac{16}{3}}{s+1} + \frac{-\frac{16}{3}}{s+4} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 10 + \frac{16}{3} e^{-t} - \frac{16}{3} e^{-4t} [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\
 &= -\frac{16}{3}e^{-t} + \frac{64}{3}e^{-4t} \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

회로의 극은 $s = -1, -4$ 이므로 과제동이다.

(3) 식③에 $R = 1$ 을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 4\frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) = 32, \quad i_L(0^+) = 8, \quad \frac{di_L(0^+)}{dt} = 16 \quad \text{----- ⑤}$$

식⑤를 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \tilde{i}_L(0^+) + 4i_L(0^+)}{s^2 + 4s + 4} + \frac{32}{s(s^2 + 4s + 4)} \\
 &= \frac{8s + 48}{s^2 + 4s + 4} + \frac{8}{s} + \frac{-8s - 32}{s^2 + 4s + 4} \\
 &= \frac{8}{s} + \frac{16}{s^2 + 4s + 4} \\
 &= \frac{8}{s} + \frac{16}{(s+2)^2}
 \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 8 + 16te^{-2t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
 v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\
 &= 16e^{-2t} - 32te^{-2t} \text{ [V]}, \quad t > 0
 \end{aligned}$$

이다.

회로의 극은 $s = -2, -2$ 이므로 임계제동이다.

(4) 식③에 $R = 2$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2\frac{di_L(t)}{dt} + 4i_L(t) = 16, \quad i_L(0^+) = 4, \quad \frac{di_L(0^+)}{dt} = 16 \quad \text{----- ⑥}$$

식⑥을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \tilde{i}_L(0^+) + 2i_L(0^+)}{s^2 + 2s + 4} + \frac{16}{s(s^2 + 2s + 4)} \\
 &= \frac{4s + 24}{s^2 + 2s + 4} + \frac{4}{s} + \frac{-4s - 8}{s^2 + 2s + 4} \\
 &= \frac{4}{s} + \frac{16}{s^2 + 2s + 4} \\
 &= \frac{4}{s} + \frac{16}{(s+1)^2 + 3}
 \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 4 + \frac{16}{\sqrt{3}} e^{-t} \sin \sqrt{3} t \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

$v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= \frac{16}{\sqrt{3}} e^{-t} (-\sin \sqrt{3} t + \sqrt{3} \cos \sqrt{3} t) \text{ [V]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

회로의 극은 $s = -1 + j\sqrt{3}$, $-1 - j\sqrt{3}$ 이므로 부족제동이다.

(5) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.19a와 같으므로 $i_L(\infty) = \frac{8}{R}$ [A], $v_c(\infty) = 0$ [V]이다.

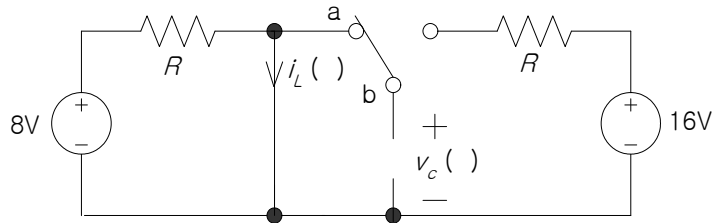


그림 s9.19a $t = \infty$ 에서 등가회로

(6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.19b와 같다.

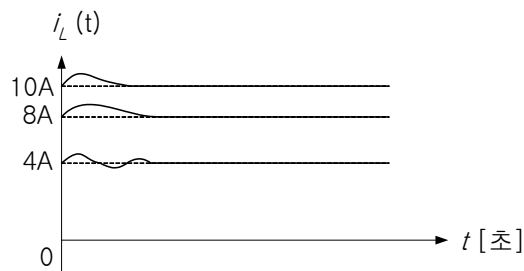


그림 s9.19b $i_L(t)$ 의 파형

(7) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.19c와 같다.

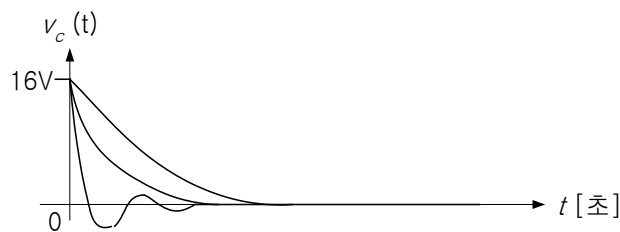


그림 s9.19c $v_c(t)$ 의 파형

[9.20] 그림 p9.20의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

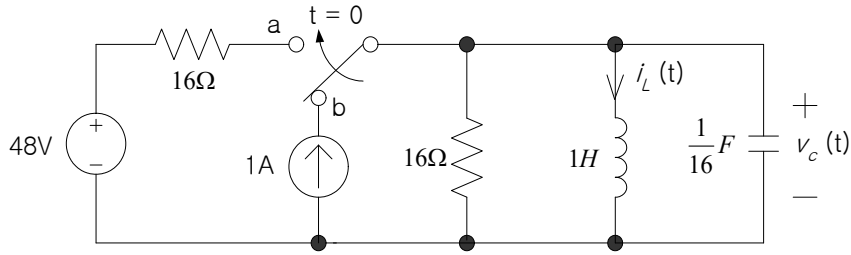


그림 p9.20

[풀이]

[9.20]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.20a와 같고,

$$v_c(0^-) = 0[V],$$

$$i_L(0^-) = 1[A]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[A]$ 이다.

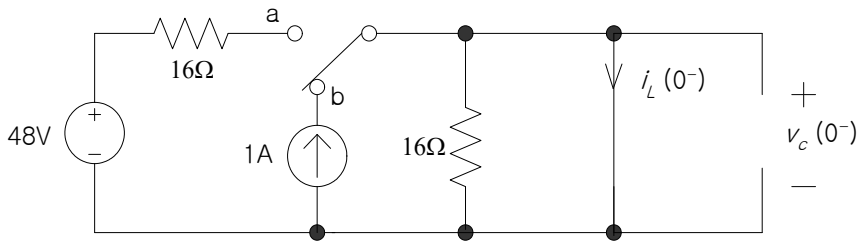


그림 s9.20a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{48 - v_c(t)}{16} = \frac{v_c(t)}{16} + i_L(t) + \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 2v_c(t) + 6i_L(t) = 3 \times 16 \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 48 \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

여기서, $i_L(0^+) = 1[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) = 0[\text{A/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \tilde{i}_L(0^+) + 2i_L(0^+)}{s^2 + 2s + 16} + \frac{48}{s(s^2 + 2s + 16)} \\ &= \frac{s+2}{s^2 + 2s + 16} + \frac{3}{s} + \frac{-3s-6}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{3}{s} + \frac{-2s-4}{s^2 + 2s + 16} \\ &= \frac{3}{s} + \frac{-2(s+1)-2}{(s+1)^2 + 15} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 3 - 2e^{-t} \cos \sqrt{15} t - \frac{2}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t \\ &= 3 - \frac{2}{\sqrt{15}} e^{-t} (\sqrt{15} \cos \sqrt{15} t + \sin \sqrt{15} t) \quad [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다. 더 간단히 하면 $i_L(t)$ 는 다음과 같다.

$$i_L(t) = 3 - \frac{8}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin(\sqrt{15} t + \tan^{-1} \sqrt{15}) \quad [\text{A}], \quad t > 0$$

회로의 극은 $s = -1 + j\sqrt{15}$, $-1 - j\sqrt{15}$ 이므로 부족제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= \frac{32}{\sqrt{15}} e^{-t} \sin \sqrt{15} t \quad [\text{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 3[\text{A}]$ 이고, (3)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0[\text{V}]$ 이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.20b와 같다.

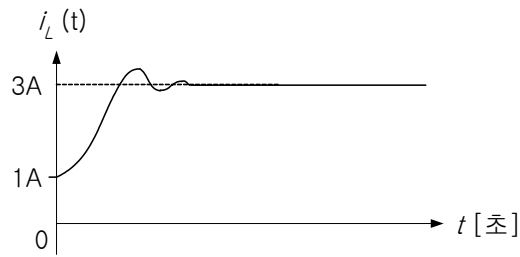


그림 s9.20b $i_L(t)$ 의 파형

(6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.20c와 같다.

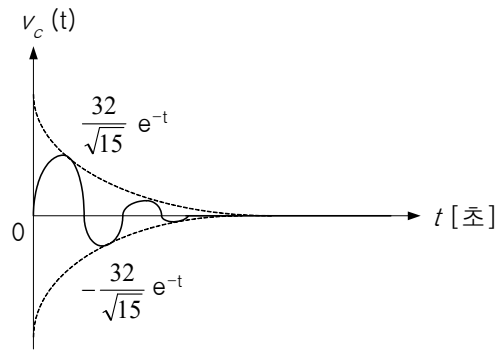


그림 s9.20c $v_c(t)$ 의 파형

[9.21] 그림 p9.21의 회로에서, 스위치를 a위치에서 b위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (4) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

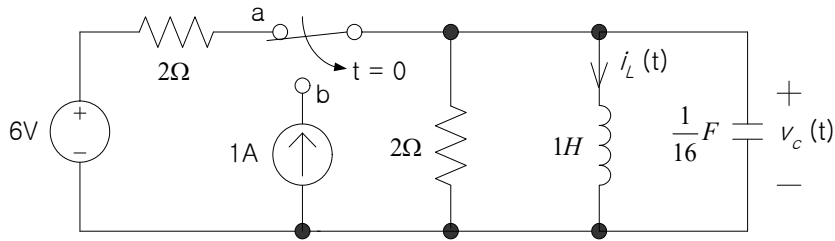


그림 p9.21

[풀이]

[9.21]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.21a와 같고,

$$v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = 3[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[\text{A}]$ 이다.

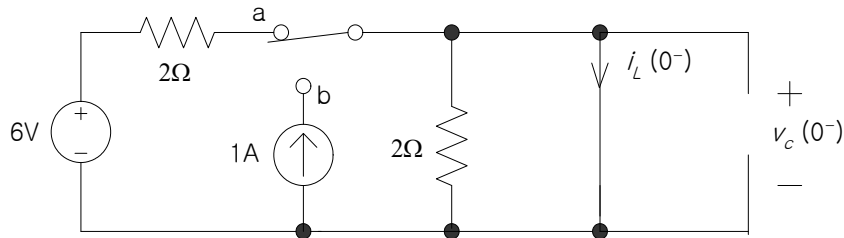


그림 s9.21a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$1 = \frac{v_c(t)}{2} + i_L(t) + \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ①$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는

$$v_c(t) = \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 8 \frac{di_L(t)}{dt} + 16 i_L(t) = 16 \quad \text{-----} \quad ③$$

여기서, $i_L(0^+) = 3[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) = 0[\text{A/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + \bar{i}_L(0^+) + 8i_L(0^+)}{s^2 + 8s + 16} + \frac{16}{s(s^2 + 8s + 16)} \\
&= \frac{3s + 24}{s^2 + 8s + 16} + \frac{1}{s} + \frac{-s - 8}{s^2 + 8s + 16} \\
&= \frac{1}{s} + \frac{2s + 16}{s^2 + 8s + 16} \\
&= \frac{1}{s} + \frac{2(s + 4) + 8}{(s + 4)^2} \\
&= \frac{1}{s} + \frac{2}{s + 4} + \frac{8}{(s + 4)^2}
\end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 1 + 2e^{-4t} + 8te^{-4t} \quad [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -4, -4$ 이므로 임계제동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned}
v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\
&= -32te^{-4t} \quad [\text{V}], \quad t > 0
\end{aligned}$$

이다.

(4) (2)의 결과로부터 $i_L(\infty) = 1[\text{A}]$ 이고, (3)의 결과로부터 $v_c(\infty) = 0[\text{V}]$ 이다.

(5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.21b와 같다.

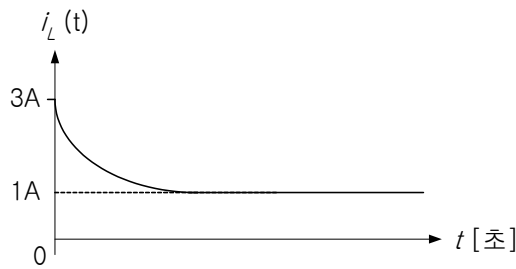


그림 s9.21b $i_L(t)$ 의 파형

(6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.21c와 같다.

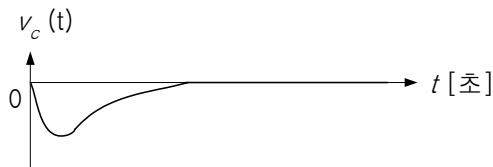


그림 s9.21c $v_c(t)$ 의 파형

[9.22] 그림 p9.22의 회로에서, 스위치를 a위치에서 b위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (4) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 진동주기 T 를 구하여라.
- (5) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 의 파형을 그려라.

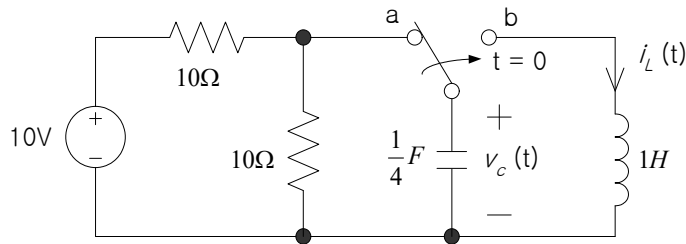


그림 s9.22

[풀이]

[9.22]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 5[V]$, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 5[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$i_L(t) = -\frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 사이의 관계는 다음과 같다.

$$i_L(t) = \frac{1}{1} \int_{0^+}^t v_c(\tau) d\tau + i_L(0^-) \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

식②를 식①에 대입한 후 미분하여 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 4 v_c(t) = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 5[V]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = -4 i_L(0^+) = 0[V/sec]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$V_c(s) = \frac{sV_c(0^+) + \dot{V}_c(0^+)}{s^2 + 4}$$

$$= \frac{5s}{s^2 + 4}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 5 \cos 2t \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다. 극은 $s = +j2, -j2$ 이므로 진동이다.

(3) $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$i_L(t) = -\frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= \frac{5}{2} \sin 2t \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

(4) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 진동각주파수 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2$ 이므로 진동주기 T 는

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi [\text{초}]$$

이다.

(5) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 의 파형은 그림 s9.22a와 같다.

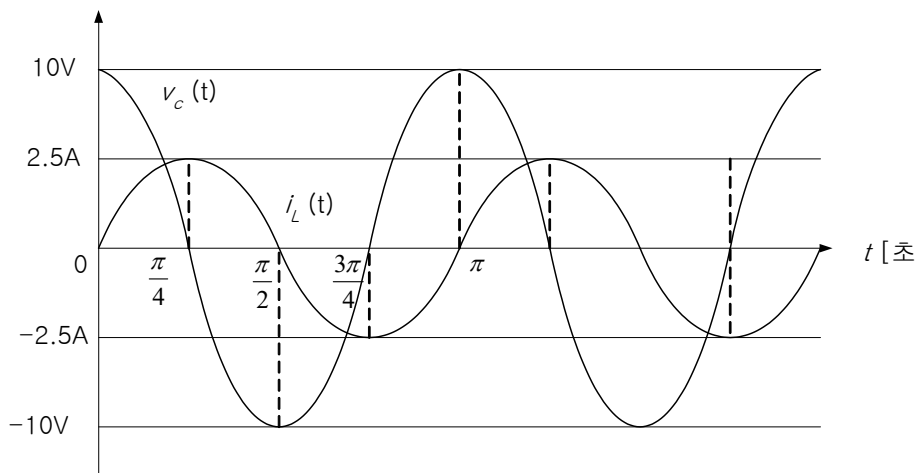


그림 s9.22a

[9.23] 그림 p9.23의 회로에서, 스위치를 b위치에서 a위치로 옮기는 순간을 $t = 0$ 이라 하고 $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동. 진동 중 어느 것인가?
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.

- (4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 진동주기 T 를 구하여라.
 (5) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 파형을 그려라.

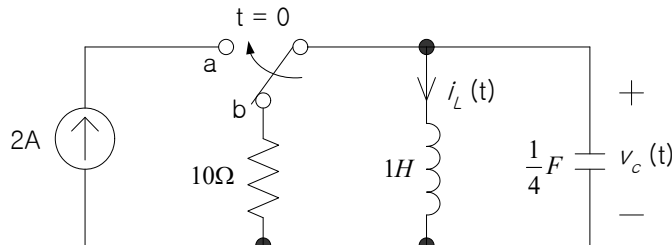


그림 p9.23

[풀이]

[9.23]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0[V]$, $i_L(0^-) = 0[A]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$ 이고, 인덕터에 흐르는 전류도 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[A]$ 이다.

(2) $t > 0$ 에서 KCL을 적용하면,

$$2 = i_L(t) + \frac{1}{4} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $v_c(t)$ 와 $i_L(t)$ 사이의 관계는 다음과 같다.

$$v_c(t) = \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

식②를 식①에 대입한 후 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 4i_L(t) = 2 \times 4 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $i_L(0^+) = 0[V]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) = 0[V/\text{sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{8}{s(s^2 + 4)} \\ &= \frac{2}{s} + \frac{-2s}{s^2 + 4} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 2 - 2 \cos 2t \quad [A], \quad t > 0$$

이다. 극은 $s = +j2, -j2$ 이므로 진동이다.

(3) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= 4 \sin 2t \text{ [V]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 진동각주파수 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2$ 이므로 진동주기 T 는

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi [\text{초}]$$

이다.

(5) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 의 파형은 그림 s9.23a와 같다.

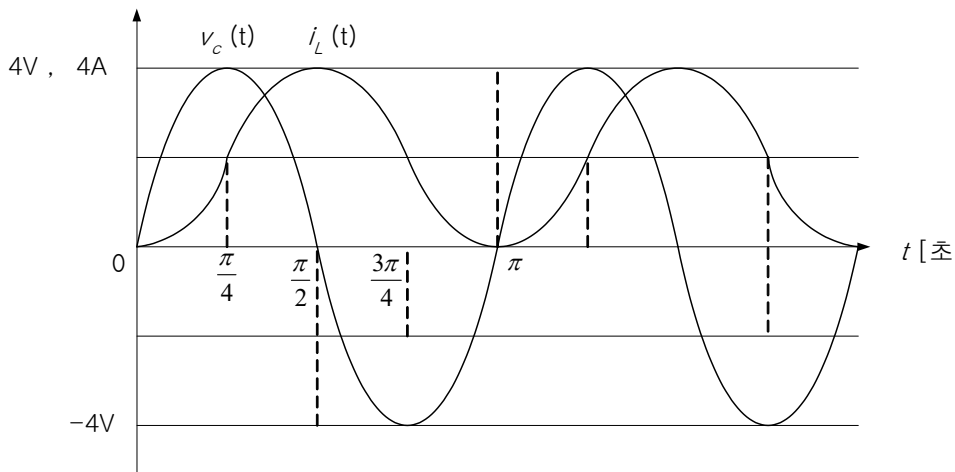


그림 s9.23a

<< 9.3 기타의 2차회로들의 응답 >>

[9.24] 그림 p9.24의 회로에서, 스위치를 닫는 순간을 $t = 0$ 이라고 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_1(0^+)$ 와 $v_2(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $v_1(\infty)$ 와 $v_2(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $v_2(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $v_1(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_2(t)$ 와 $v_1(t)$ 의 파형을 그려라.

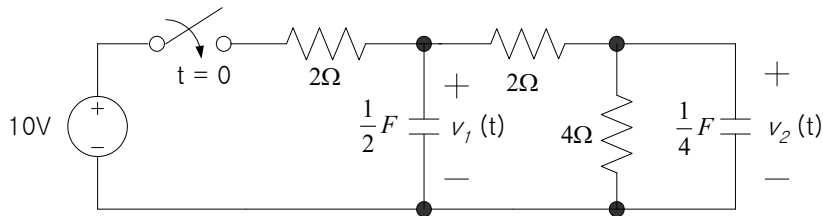


그림 p9.24

[풀이]

[9.24]

(1) $t = 0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.24a와 같고, $v_1(0^-) = 0[\text{V}]$, $v_2(0^-) = 0[\text{V}]$ 이다. 커패시터 양단전압은 연속적이므로 $v_1(0^+) = v_1(0^-) = 0[\text{V}]$, $v_2(0^+) = v_2(0^-) = 0[\text{V}]$ 이다.

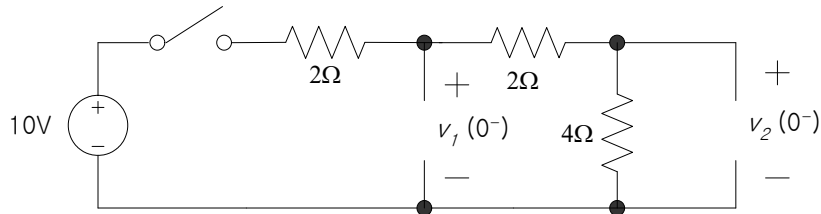


그림 s9.24a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.24b와 같으므로

$$v_2(\infty) = 10 \times \frac{4}{8} = 5[\text{V}],$$

$$v_1(\infty) = 10 \times \frac{6}{8} = \frac{15}{2}[\text{V}]$$

이다.

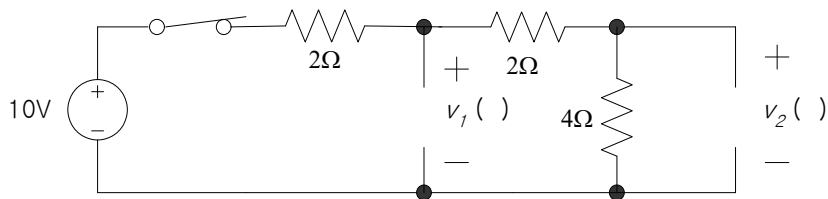


그림 s9.24b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) 마디전압을 구하는 문제이므로 마디해석법으로 $v_2(t)$ 를 구해보자.

$\frac{1}{2}F$ 의 커패시터가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{10 - v_1}{2} = \frac{1}{2} \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1 - v_2}{2}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$v_2 = \dot{v}_1 + 2v_1 - 10 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

$\frac{1}{4}F$ 의 커패시터가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{v_2}{4} + \frac{1}{4} \frac{dv_2}{dt}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$v_1 = \frac{1}{2} \{ \dot{v}_2 + 3v_2 \} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_2(t)}{dt^2} + 5 \frac{dv_2(t)}{dt} + 4v_1(t) = 20 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $v_2(0^+) = 0[V]$ 이고 $\frac{dv_2(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{dv_2(0^+)}{dt} = 2v_1(0^+) - 3v_2(0^+) = 0[V/sec]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_2(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_2(s) &= \frac{20}{s(s^2 + 5s + 4)} \\ &= \frac{20}{s(s+1)(s+4)} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{\frac{-20}{3}}{s+1} + \frac{\frac{5}{3}}{s+4} \end{aligned}$$

따라서, $v_2(t)$ 는

$$v_2(t) = 5 - \frac{20}{3} e^{-t} + \frac{5}{3} e^{-4t} [V], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -1, -4$ 이므로 과제동이다.

(4) $v_1(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \frac{1}{2} (\dot{v}_2 + 3v_2) \\ &= \frac{15}{2} - \frac{20}{3} e^{-t} - \frac{5}{6} e^{-4t} [V], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(5) 실수축에 가장 가까운 극이 $s = -1$ 이므로 $v_2(t)$ 와 $v_1(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하며, 파형은 그림 s9.24c와 같다.

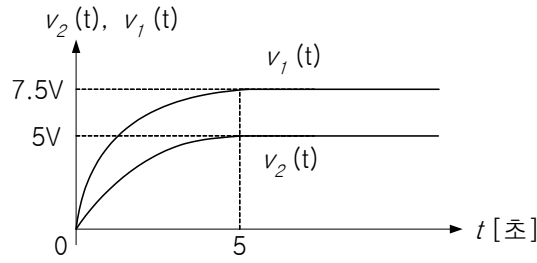


그림 s9.24c $v_2(t)$ 와 $v_1(t)$ 의 파형

[9.25] 그림 p9.25의 회로에서, 스위치를 닫는 순간을 $t=0$ 이라 하고, $t=0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $i_1(0^+)$ 와 $i_2(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $i_1(\infty)$ 와 $i_2(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t>0$ 에서 $i_1(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t>0$ 에서 $i_2(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t\geq 0$ 에서 $i_1(t)$ 와 $i_2(t)$ 의 파형을 그려라.

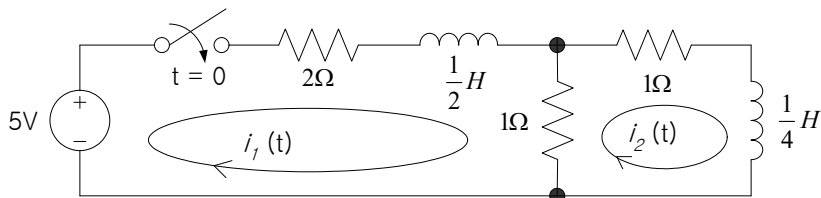


그림 p9.25

[풀이]

[9.25]

(1) $t=0^-$ 에서 회로는 직류정상상태에 있으므로 $t=0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.25a와 같고, $i_1(0^-) = 0[A]$, $i_2(0^-) = 0[A]$ 이다. 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $i_1(0^+) = i_1(0^-) = 0[A]$, $i_2(0^+) = i_2(0^-) = 0[A]$ 이다.

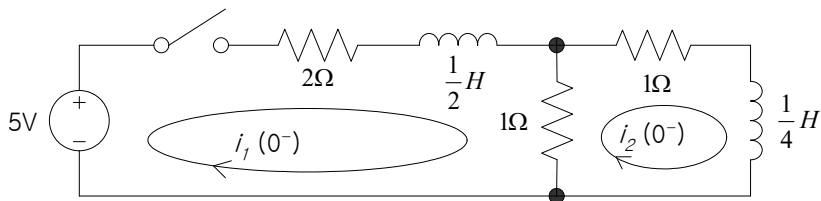


그림 s9.25a $t=0^-$ 에서 등가회로

(2) $t=\infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.25b와 같으므로

$$i_1(\infty) = \frac{5}{2.5} = 2[\text{A}],$$

$$i_2(\infty) = \frac{i_1}{2} = 1[\text{A}]$$

이다.

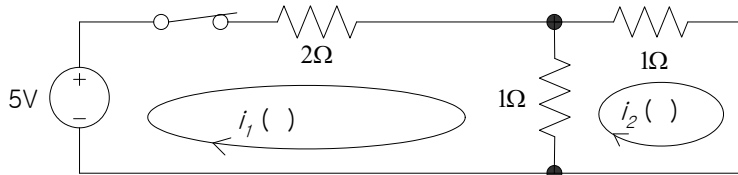


그림 s9.25b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) $t > 0$ 에서 루프전류를 구하는 문제이므로 루프해석법으로 $i_1(t)$ 를 구해보자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$5 = 3i_1 + \frac{1}{2} \frac{di_1}{dt} - i_2$$

이고, i_2 는 다음과 같다.

$$i_2 = 3i_1 + \frac{1}{2} \frac{di_1}{dt} - 5 \quad \text{-----} \quad ①$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$i_1 - i_2 = i_2 + \frac{1}{4} \frac{di_2}{dt}$$

이므로 i_1 은 다음과 같다.

$$i_1 = 2i_2 + \frac{1}{4} \frac{di_2}{dt} = 0 \quad \text{-----} \quad ②$$

식①을 식②에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_1(t)}{dt^2} + 14 \frac{di_1(t)}{dt} + 40 i_1(t) = 80 \quad \text{-----} \quad ③$$

여기서, $i_1(0^+) = 0[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_1(0^+)}{dt}$ 는 식①로부터

$$\frac{di_1(0^+)}{dt} = 2\{i_2(0^+) - 3i_1(0^+) + 5\} = 10 [\text{A/sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_1(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1(s) &= \frac{si_1(0^+) + \dot{i}_1(0^+) + 14i_1(0^+)}{s^2 + 14s + 40} + \frac{80}{s(s^2 + 14s + 40)} \\ &= \frac{10}{s^2 + 14s + 40} + \frac{80}{s(s^2 + 14s + 40)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{10}{s^2 + 14s + 40} + \frac{2}{s} + \frac{-2s - 28}{s^2 + 14s + 40} \\
&= \frac{2}{s} + \frac{-2s - 18}{(s+4)(s+10)} \\
&= \frac{2}{s} + \frac{-\frac{5}{3}}{s+4} + \frac{-\frac{1}{3}}{s+10}
\end{aligned}$$

따라서, $i_1(t)$ 는

$$i_1(t) = 2 - \frac{5}{3}e^{-4t} - \frac{1}{3}e^{-10t} \quad [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -4, -10$ 이므로 과제동이다.

(4) $i_2(t)$ 는 식①로부터

$$\begin{aligned}
i_2 &= 3i_1 + \frac{1}{2} \frac{di_1}{dt} - 5 \\
&= 1 - \frac{5}{3}e^{-4t} + \frac{2}{3}e^{-10t} \quad [\text{A}], \quad t > 0
\end{aligned}$$

이다.

(5) 실수축에 가장 가까운 극이 $s = -4$ 이므로 $i_1(t)$ 와 $i_2(t)$ 는 $t = \frac{1}{4} \times 5 = 1.25$ [초]이면 정상상태에 도달하며, 파형은 그림 s9.25c와 같다.

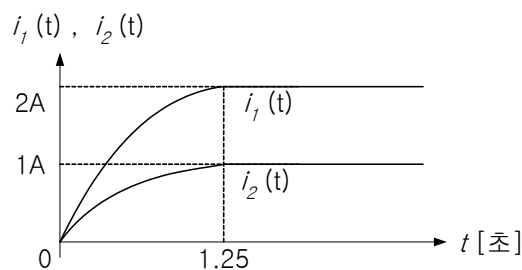


그림 s9.25c $i_1(t)$ 와 $i_2(t)$ 의 파형

[9.26] 그림 p9.26의 회로에서, 스위치를 여는 순간을 $t = 0$ 이라 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^+)$ 와 $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

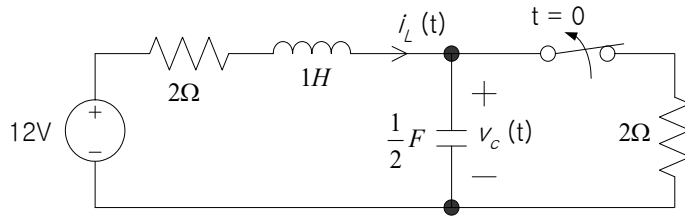


그림 p9.26

[풀이]

[9.26]

- (1) $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.26a 회로와 같고, $v_c(0^-) = 12 \times \frac{1}{2} = 6[\text{V}]$, $i_L(0^-) = \frac{12}{4} = 3[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압과 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 6[\text{V}]$, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[\text{A}]$ 이다.

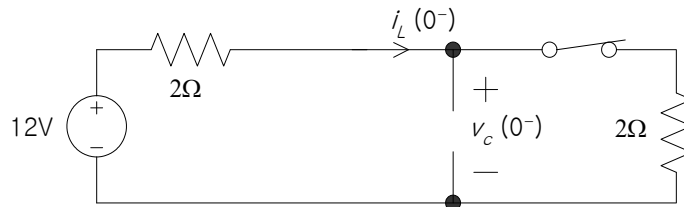


그림 s9.26a $t = 0^-$ 에서 등가회로

- (2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.26b와 같으므로

$$v_c(\infty) = 12[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = 0[\text{A}]$$

이다.

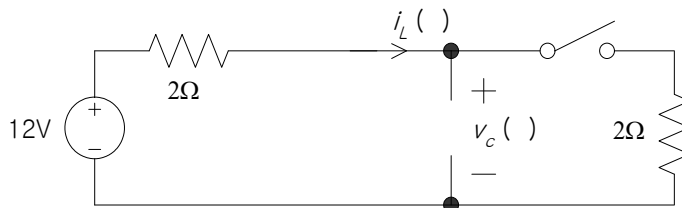


그림 s9.26b $t = \infty$ 에서의 등가회로

- (3) $t > 0$ 에서, KVL을 적용하면,

$$12 = 2i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, 커패시터에 흐르는 전류와 전압 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \text{ ----- } \textcircled{2}$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_c(t)}{dt} + 2 v_c(t) = 24 \text{ ----- } \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 6[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터 $\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 2i_L(0^+) = 6[\text{V/sec}]$ 이다.

식③을 라플라스변환하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + v_c(0^+) + 2v_c(0^+)}{s^2 + 2s + 2} + \frac{24}{s(s^2 + 2s + 2)} \\ &= \frac{6s + 18}{s^2 + 2s + 2} + \frac{24}{s(s^2 + 2s + 2)} \\ &= \frac{6s + 18}{s^2 + 2s + 2} + \frac{12}{s} + \frac{-12s - 24}{s^2 + 2s + 2} \\ &= \frac{12}{s} + \frac{-6s - 6}{s^2 + 2s + 2} \\ &= \frac{12}{s} - \frac{6(s+1)}{(s+1)^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 12 - 6e^{-t} \cos t \text{ [V]}$$

이다.

회로의 극점은 $s = -1 + j, -1 - j$ 이므로 부족제동이다.

(4) $i_L(t)$ 는 ②식으로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 3e^{-t}(\sin t + \cos t) \text{ [A]} \\ &= 3\sqrt{2}e^{-t} \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ [A]} \end{aligned}$$

이다.

(5) $v_c(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.26c와 같다.

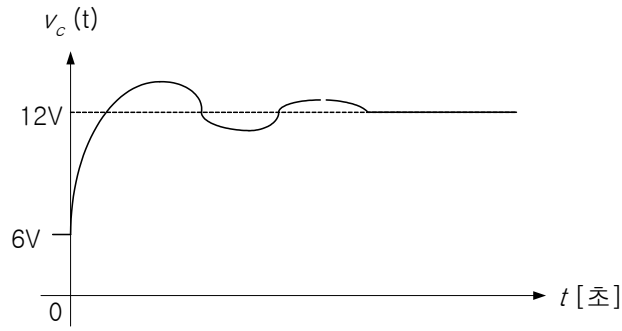


그림 s9.26c

(6) $i_L(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.26d와 같다.

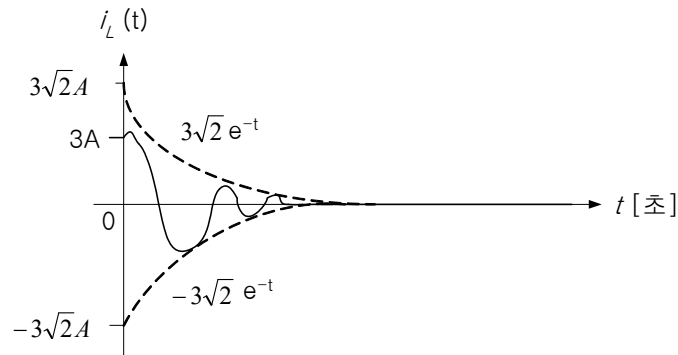
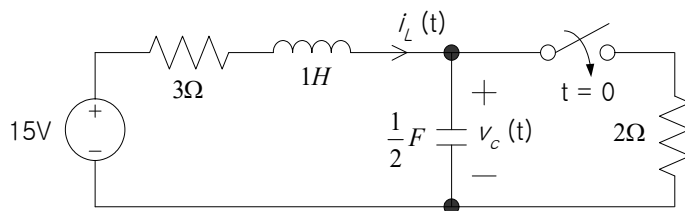


그림 s9.26d

[9.27] 그림 p9.27의 회로에서, 스위치를 닫는 순간을 $t = 0$ 이라 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^+)$ 와 $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.



[풀이]

[9.27]

(1) $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.27a 회로와 같고, $v_c(0^-) = 15[\text{V}]$, $i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압과 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 15[\text{V}]$, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\text{A}]$ 이다.

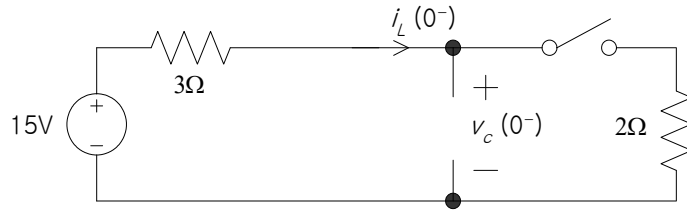


그림 s9.27a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.27b와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15 \times \frac{2}{5} = 6[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = \frac{15}{5} = 3[\text{A}]$$

이다.

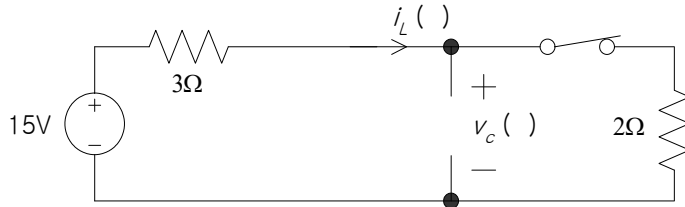


그림 s9.27b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) $t > 0$ 에서, 첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$15 = 3i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $\frac{1}{2}F$ 의 커패시터가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$i_L(t) = \frac{1}{2} \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c(t)}{2} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다.

식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 4 \frac{dv_c(t)}{dt} + 5 v_c(t) = 30 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

여기서, $v_c(0^+) = 15[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 2i_L(0^+) - v_c(0^+) = -15[\text{V/sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{sv_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 4v_c(0^+)}{s^2 + 4s + 5} + \frac{30}{s(s^2 + 4s + 5)} \\ &= \frac{15s + 45}{s^2 + 4s + 5} + \frac{6}{s} + \frac{-6s - 24}{s^2 + 4s + 5} \\ &= \frac{6}{s} + \frac{9s + 21}{s^2 + 4s + 5} \\ &= \frac{6}{s} + \frac{9(s+2)+3}{(s+2)^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 6 + 9e^{-2t}\cos t + 3e^{-2t}\sin t \\ &= 6 + 3e^{-2t}(\sin t + 3\cos t) \\ &= 6 + 6e^{-2t}\sin(t + \tan^{-1}3) \quad [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

회로의 극은 $s = -2 + j, -2 - j$ 이므로 부족제동이다.

(4) $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{2} \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c(t)}{2} \\ &= 3 - 3e^{-2t}(2\sin t + \cos t) \quad [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(5) $v_c(t)$ 는 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.27c와 같다.

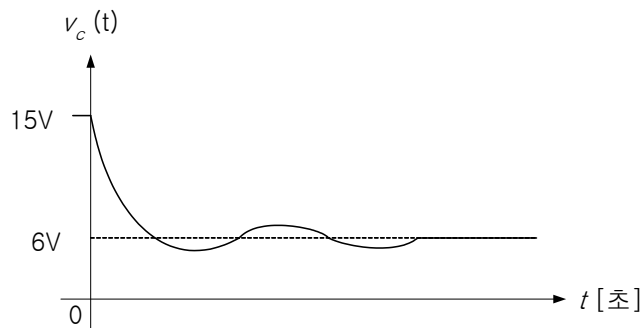


그림 s9.27c

(6) $i_L(t)$ 는 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.27d와 같다.

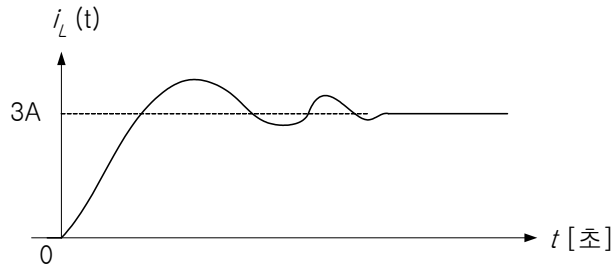


그림 s9.27d

[9.28] 그림 p9.28의 회로에서, 스위치를 닫는 순간을 $t = 0$ 이라 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $i_L(0^+)$ 와 $v_c(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $i_L(\infty)$ 와 $v_c(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

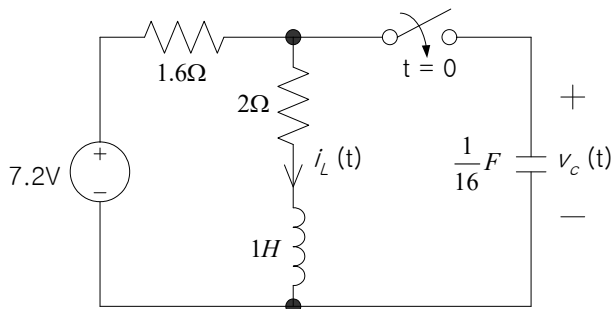


그림 p9.28

[풀이]

[9.28]

- (1) $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.28a 회로와 같고, $v_c(0^-) = 0[\text{V}]$, $i_L(0^-) = \frac{7.2}{3.6} = 2[\text{A}]$ 이다. 커패시터 양단전압과 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\text{A}]$ 이다.

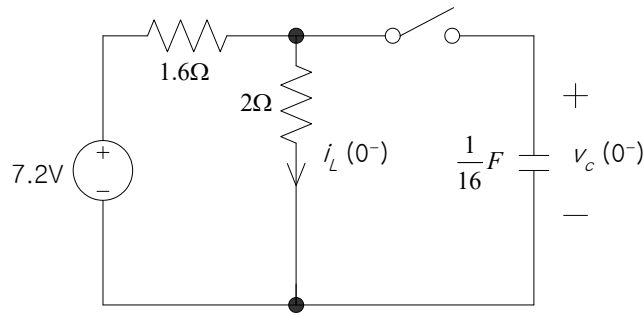


그림 s9.28a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.28b와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{7.2}{3.6} = 2[\text{A}],$$

$$v_c(\infty) = 7.2 \times \frac{2}{3.6} = 4[\text{V}]$$

이다.

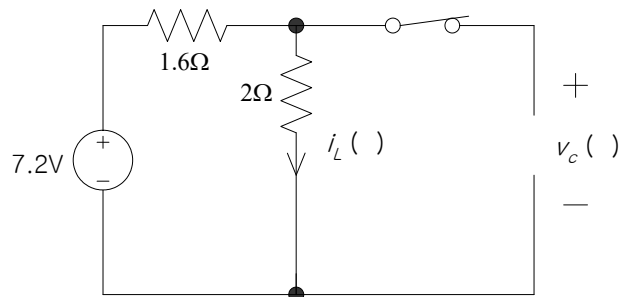


그림 s9.28b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) $t > 0$ 에서, $2[\Omega]$ 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{7.2 - v_c}{1.6} = i_L(t) + \frac{1}{16} \frac{dv_c}{dt}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$i_L(t) = \frac{9}{2} - \frac{v_c(t)}{1.6} - \frac{1}{16} \frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

$\frac{1}{16} F$ 의 커패시터가 포함된 두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$v_c(t) = 2i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

이다. 식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 12 \frac{di_L(t)}{dt} + 36 i_L(t) = 72 \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

여기서, $i_L(0^+) = 2[\text{A}]$ 이고 $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{di_L(0^+)}{dt} = v_c(0^+) - 2i_L(0^+) = -4[\text{A/sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $I_L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{si_L(0^+) + i_L(0^+) + 12i_L(0^+)}{s^2 + 12s + 36} + \frac{72}{s(s^2 + 12s + 36)} \\ &= \frac{2s - 4 + 24}{s^2 + 12s + 36} + \frac{72}{s(s^2 + 12s + 36)} \\ &= \frac{2s + 20}{s^2 + 12s + 36} + \frac{2}{s} + \frac{-2s - 24}{s^2 + 12s + 36} \\ &= \frac{2}{s} - \frac{4}{s^2 + 12s + 36} \\ &= \frac{2}{s} - \frac{4}{(s+6)^2} \end{aligned}$$

따라서, $i_L(t)$ 는

$$i_L(t) = 2 - 4te^{-6t} \quad [\text{A}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -6, -6$ 이므로 임계제동이다.

(4) $v_c(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} v_c(t) &= 2i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} \\ &= 4 - 4e^{-6t} + 16te^{-6t} \quad [\text{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(5) $i_L(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.28c와 같다.

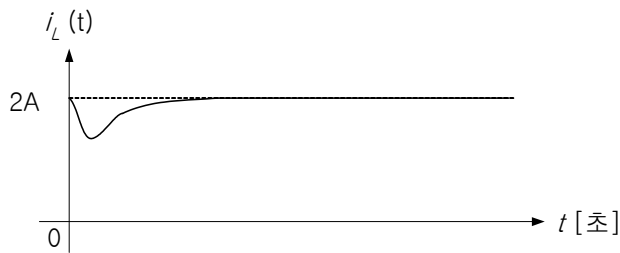


그림 s9.28c

(6) $v_c(t)$ 의 개략적인 파형은 그림 s9.28d와 같다.

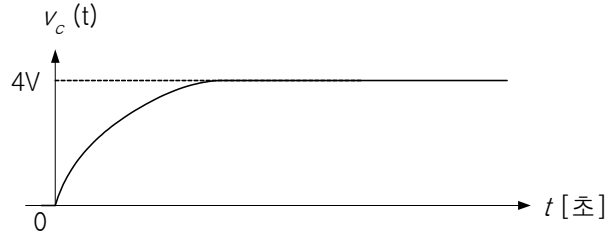


그림 s9.28d

[9.29] 그림 p9.29의 회로에서, 스위치를 여는 순간을 $t = 0$ 이라 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^+)$ 와 $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

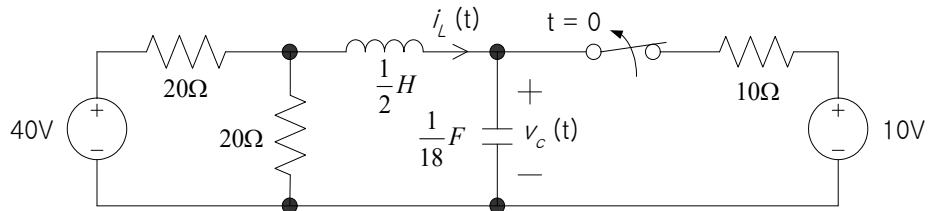


그림 p9.29

[풀이]

[9.29]

(1) $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.29a 회로와 같고, 그림 s9.29a 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 s9.29aa 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 20 \times \frac{1}{2} + 10 \times \frac{1}{2} = 15[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = \frac{20 - 10}{20} = 0.5[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압과 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 15$ [V], $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.5[\text{A}]$ 이다.

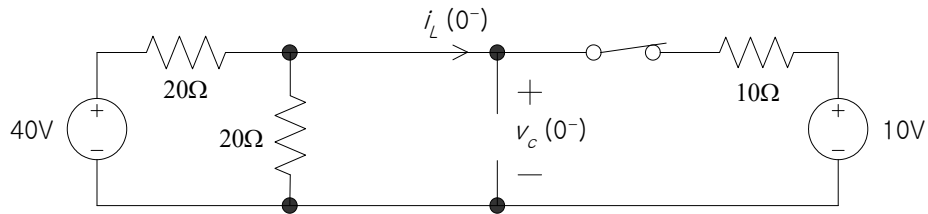


그림 s9.29a $t = 0^-$ 에서 등가회로

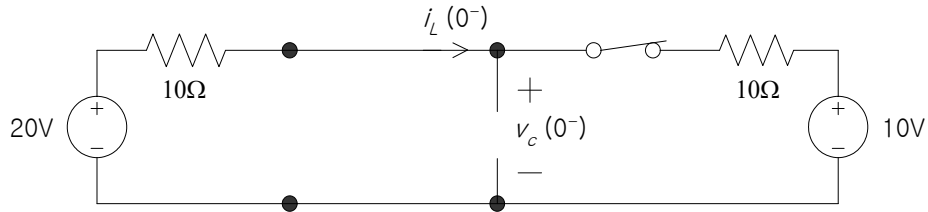


그림 p9.29aa 그림 s9.29a의 등가회로

(2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.29b와 같으므로

$$v_c(\infty) = 40 \times \frac{1}{2} = 20[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = 0[\text{A}]$$

이다.

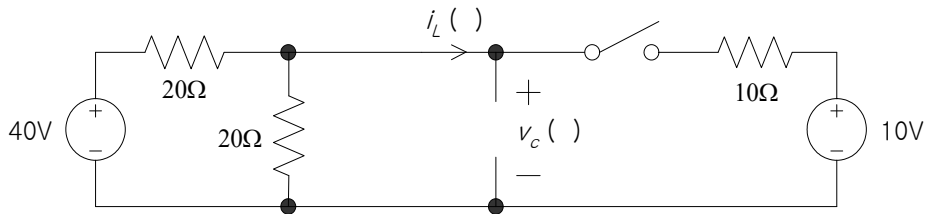


그림 s9.29b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) $t > 0$ 에서, 등가회로는 그림 s9.29c 회로와 같다.

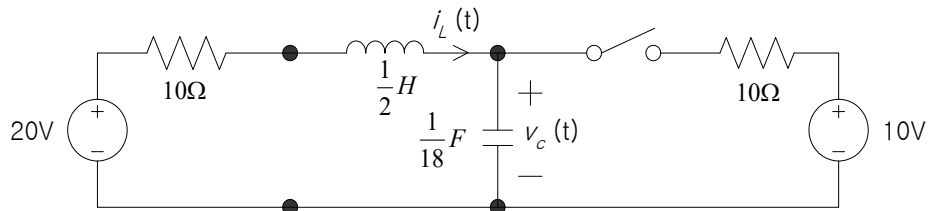


그림 s9.29c $t > 0$ 에서, 등가회로

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$20 = 10i_L(t) + \frac{1}{2} \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{18} \frac{dv_c}{dt} \quad \text{-----} \quad (2)$$

이다.

식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 20 \frac{dv_c(t)}{dt} + 36 v_c(t) = 20 \times 36 \quad \text{-----} \quad (3)$$

여기서, $v_c(0^+) = 15[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 18 i_L(0^+) = 9[\text{V/sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{s v_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 20 v_c(0^+)}{s^2 + 20s + 36} + \frac{720}{s(s^2 + 20s + 36)} \\ &= \frac{15s + 309}{s^2 + 20s + 36} + \frac{20}{s} + \frac{-20s - 400}{s^2 + 20s + 36} \\ &= \frac{20}{s} + \frac{-5s - 91}{s^2 + 20s + 36} \\ &= \frac{20}{s} + \frac{-\frac{81}{16}}{s+2} + \frac{\frac{1}{16}}{s+18} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 20 - \frac{81}{16} e^{-2t} + \frac{1}{16} e^{-18t} \quad [\text{V}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -2, -18$ 이므로 과제동이다.

(4) $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{18} \frac{dv_c}{dt} \\ &= \frac{9}{16} e^{-2t} - \frac{1}{16} e^{-18t} \quad [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(5) $v_c(t)$ 는 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.29d와 같다.

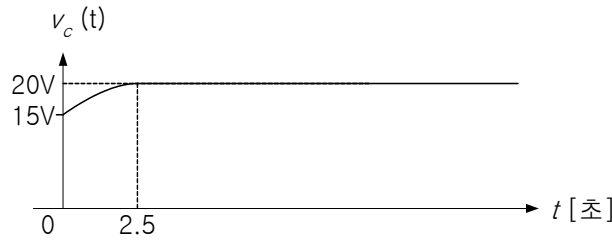


그림 s9.29d

(6) $i_L(t)$ 는 $t = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.29e와 같다.



그림 s9.29e

[9.30] 그림 p9.30의 회로에서, 스위치를 여는 순간을 $t = 0$ 이라 하고, $t = 0^-$ 에서 회로는 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) $v_c(0^+)$ 와 $i_L(0^+)$ 를 구하여라.
- (2) $v_c(\infty)$ 와 $i_L(\infty)$ 를 구하여라.
- (3) $t > 0$ 에서 $v_c(t)$ 를 구하여라. 이 때, 응답은 과제동, 임계제동, 부족제동, 진동 중 어느 것인가?
- (4) $t > 0$ 에서 $i_L(t)$ 를 구하여라.
- (5) $t \geq 0$ 에서 $v_c(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.
- (6) $t \geq 0$ 에서 $i_L(t)$ 의 개략적인 파형을 그려라.

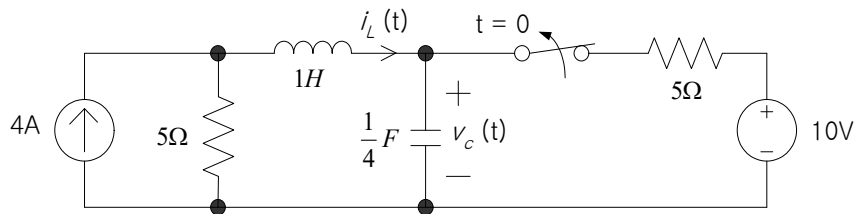


그림 p10.30

[풀이]

[9.30]

- (1) $t = 0^-$ 에서 등가회로는 그림 s9.30a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 4 \times \frac{5}{2} + 10 \times \frac{1}{2} = 15[\text{V}],$$

$$i_L(0^-) = 4 \times \frac{1}{2} - \frac{10}{10} = 1[\text{A}]$$

이다. 커패시터 양단전압과 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 15$ [V], $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\text{A}]$ 이다.

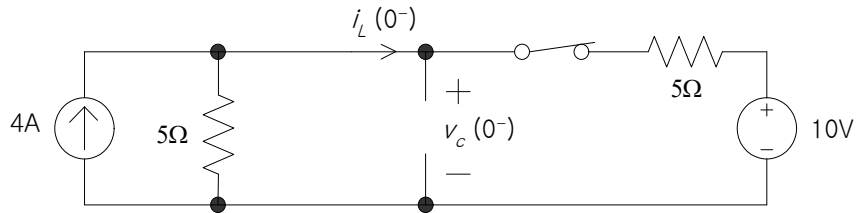


그림 s9.30a $t = 0^-$ 에서 등가회로

(2) $t = \infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.30b와 같으므로

$$v_c(\infty) = 4 \times 5 = 20[\text{V}],$$

$$i_L(\infty) = 0[\text{A}]$$

이다.

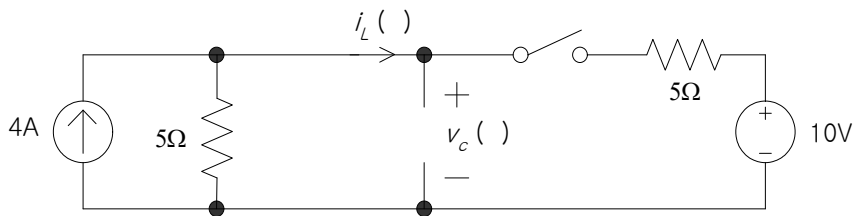


그림 s9.30b $t = \infty$ 에서의 등가회로

(3) $t > 0$ 에서, 등가회로는 그림 s9.30c 회로와 같다.

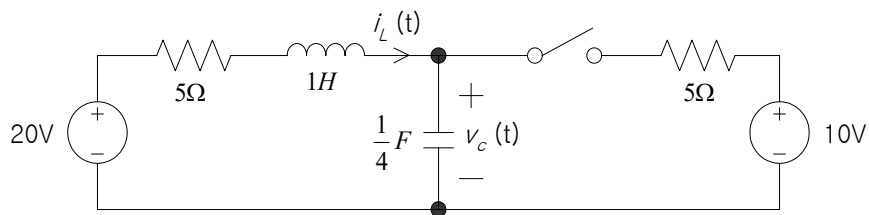


그림 s9.30c $t > 0$ 에서, 등가회로

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면,

$$20 = 5i_L(t) + \frac{di_L(t)}{dt} + v_c(t) \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $i_L(t)$ 와 $v_c(t)$ 사이의 관계는

$$i_L(t) = \frac{1}{4} \frac{dv_c}{dt} \quad \text{-----} \quad (2)$$

이다.

식②를 식①에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + 5 \frac{dv_c(t)}{dt} + 4 v_c(t) = 80 \quad \text{-----} \quad (3)$$

여기서, $v_c(0^+) = 15[\text{V}]$ 이고 $\frac{dv_c(0^+)}{dt}$ 는 식②로부터

$$\frac{dv_c(0^+)}{dt} = 4 i_L(0^+) = 4[\text{V/sec}]$$

이다.

식③을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_c(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{s v_c(0^+) + \dot{v}_c(0^+) + 5 v_c(0^+)}{s^2 + 5s + 4} + \frac{80}{s(s^2 + 5s + 4)} \\ &= \frac{15s + 4 + 75}{s^2 + 5s + 4} + \frac{20}{s} + \frac{-20s - 100}{s^2 + 5s + 4} \\ &= \frac{20}{s} + \frac{-5s - 21}{(s+1)(s+4)} \\ &= \frac{20}{s} + \frac{-\frac{16}{3}}{s+1} + \frac{\frac{1}{3}}{s+4} \end{aligned}$$

따라서, $v_c(t)$ 는

$$v_c(t) = 20 - \frac{16}{3} e^{-t} + \frac{1}{3} e^{-4t} \quad [\text{V}], \quad t > 0$$

이다.

회로의 극은 $s = -1, -4$ 이므로 과제동이다.

(4) $i_L(t)$ 는 식②로부터

$$\begin{aligned} i_L(t) &= \frac{1}{4} \frac{dv_c}{dt} \\ &= \frac{4}{3} e^{-t} - \frac{1}{3} e^{-4t} \quad [\text{A}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(5) $v_c(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.30d와 같다.

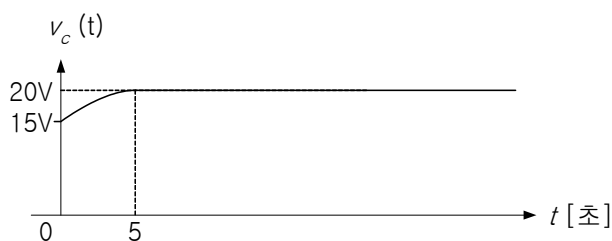


그림 s9.30d

(6) $i_L(t)$ 는 $t = 1 \times 5 = 5[\text{초}]$ 이면 정상상태에 도달하고, 개략적인 파형은 그림 s9.30e와 같다.

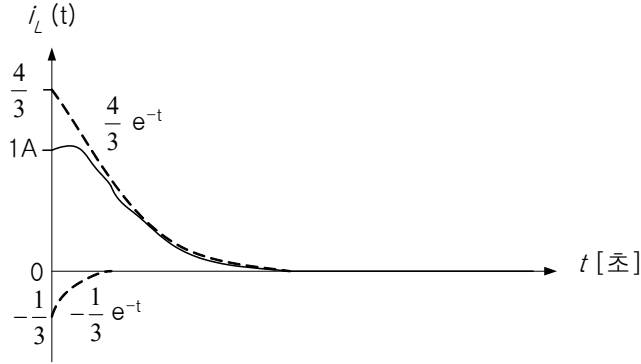


그림 s9.30e

<< 9.4 OP앰프를 포함하는 2차회로의 응답 >>

[9.31] 그림 p9.31의 회로에서 C_1 과 C_2 두 커패시터의 초기전압이 0V일 때, 다음 물음에라.

- (1) $v_i(t)$ 와 $v_o(t)$ 사이의 관계를 나타내는 미분방정식을 구하여라.
- (2) $R = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = 5\mu\text{F}$, $C_2 = 10\mu\text{F}$ 이고, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V일 때, $t > 0$ 에서 출력전압 $v_o(t)$ 와 마디 a의 전압 $v_a(t)$ 를 구하여라.
- (3) $v_o(\infty)$, $v_a(\infty)$, $v_b(\infty)$ 를 구하여라.

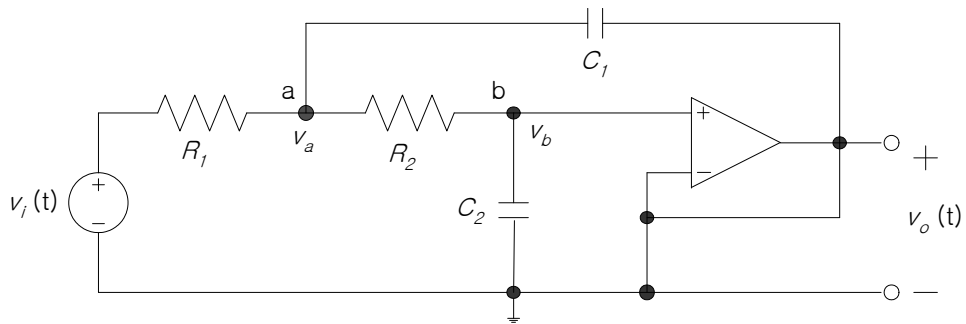


그림 p9.31

[풀이]

[9.31]

(1) OP앰프에서 $v_+ = v_-$ 이므로 마디 b의 전압 v_b 는

$$v_b = v_o(t) \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

이다. 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - v_a}{R_1} = C_1 \frac{d(v_a - v_o)}{dt} + \frac{v_a - v_o}{R_2}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$v_i = (1 + \frac{R_1}{R_2}) v_a + R_1 C_1 \frac{dv_a}{dt} - \frac{R_1}{R_2} v_o - R_1 C_1 \frac{dv_o}{dt} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

마디 b에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{v_a - v_o}{R_2} = C_2 \frac{dv_o(t)}{dt}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식③과 같다.

$$v_a = v_o + R_2 C_2 \frac{dv_o(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식③을 식②에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + (\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1}) \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} v_o(t) = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} v_i(t) \quad \text{---} \quad \text{④}$$

(2) $R_1 = R_2 = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = \frac{10}{3} \mu\text{F}$, $C_2 = \frac{15}{4} \mu\text{F}$, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V를 식④에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + 6 \frac{dv_o(t)}{dt} + 8 v_o(t) &= 8 v_i(t) \\ &= 40 u_s(t) \quad \text{-----} \quad \text{⑤} \end{aligned}$$

이다. 여기서, 커패시터 C_2 의 초기전압이 0V이므로 $v_o(0^+) = v_o(0^-) = 0[\text{V}]$ 이고 식①로부터

$$v_o(0^+) = v_b(0^+) = 0[\text{V}] \quad \text{-----} \quad \text{⑥}$$

이다. 커패시터 C_1 의 초기전압이 0V이므로 $v_a(0^+) - v_o(0^+) = v_a(0^-) - v_o(0^-) = 0[\text{V}]$

이고, 식⑥에서 $v_o(0^+) = 0[\text{V}]$ 이므로 $v_a(0^+) = 0[\text{V}]$ 이다. 따라서, $\frac{dv_o(0^+)}{dt}$ 는 식③으로부터

$$\frac{dv_o(0^+)}{dt} = 0[\text{V/sec}] \quad \text{-----} \quad \text{⑦}$$

이다.

식⑤를 라플라스변환한 후 정리하면 $V_o(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{40}{s(s^2 + 6s + 8)} \\ &= \frac{40}{s(s+2)(s+4)} \\ &= \frac{5}{s} + \frac{-10}{s+2} + \frac{5}{s+4} \end{aligned}$$

따라서, $v_o(t)$ 는

$$v_o(t) = 5 - 10e^{-2t} + 5e^{-4t} [\text{V}], \quad t > 0$$

이다.

$v_a(t)$ 는 식③으로부터

$$\begin{aligned} v_a &= v_o + \frac{3}{8} \frac{dv_o(t)}{dt} \\ &= 5 - \frac{5}{2} e^{-2t} - \frac{5}{2} e^{-4t} \text{ [V], } t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(3) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.31a와 같으므로,

$$v_a(\infty) = v_b(\infty) = v_o(\infty) = 5\text{[V]}$$

이다. (2)의 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

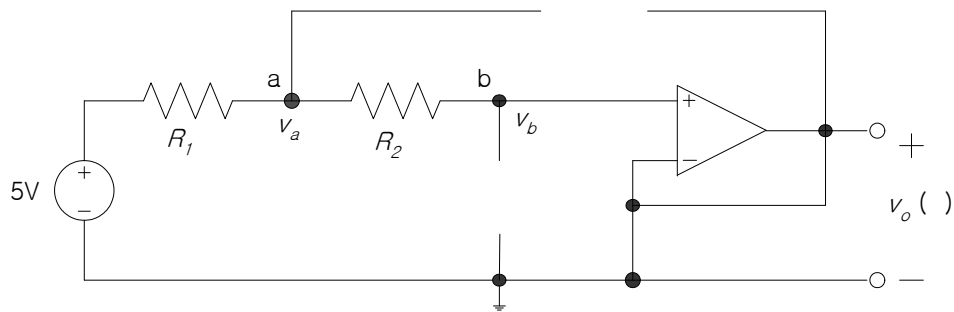


그림 s9.31a $t = \infty$ 에서 등가회로

[9.32] 그림 p9.32의 회로에서 $v_i(t)$ 와 $v_o(t)$ 사이의 관계를 나타내는 미분방정식을 구하여라.

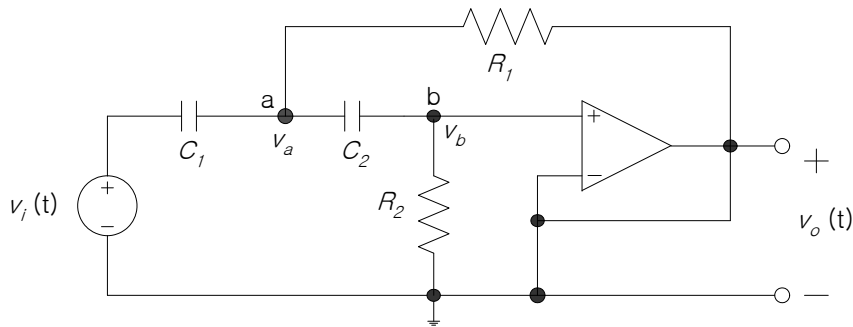


그림 p9.32

[풀이]

[9.32] OP앰프에서 $v_+ = v_-$ 이므로 마디 b의 전압 v_b 는

$$v_b = v_o(t) \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

이다. 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$C_1 \frac{d(v_i - v_a)}{dt} = C_2 \frac{d(v_a - v_o)}{dt} + \frac{v_a - v_o}{R_1}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$C_1 \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{R_1} v_a + (C_1 + C_2) \frac{dv_a}{dt} - \frac{1}{R_1} v_o - C_2 \frac{dv_o}{dt} \quad \text{-----}$$

②

마디 b에서 KCL을 적용하면,

$$C_2 \frac{d(v_a - v_o)}{dt} = \frac{v_o}{R_2}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식③과 같다.

$$\frac{dv_a}{dt} = \frac{1}{R_2 C_2} v_o + \frac{dv_o(t)}{dt} \quad \text{-----} \quad ③$$

식③을 적분하면

$$v_a(t) = \frac{1}{R_2 C_2} \int_0^t v_o(\tau) d\tau + v_o(t) \quad \text{-----} \quad ④$$

이다. 식③과 식④를 식②에 대입하고 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{dv_o(t)}{dt} + \left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) v_o(t) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \int_0^t v_o(\tau) d\tau = \frac{dv_i(t)}{dt} \quad \text{----} \quad ⑤$$

식⑤를 미분하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} v_o(t) = \frac{d^2 v_i(t)}{dt^2} \quad \text{---} \quad ⑥$$

[9.33] 그림 p9.33의 회로에서 C_1 과 C_2 두 커패시터의 초기전압이 0V일 때, 다음 물음에
라.

- (1) $v_i(t)$ 와 $v_o(t)$ 사이의 관계를 나타내는 미분방정식을 구하여라.
- (2) $R = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = 5\mu\text{F}$, $C_2 = 10\mu\text{F}$ 이고, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V일 때, $t > 0$ 에서
출력전압 $v_o(t)$ 를 구하여라.

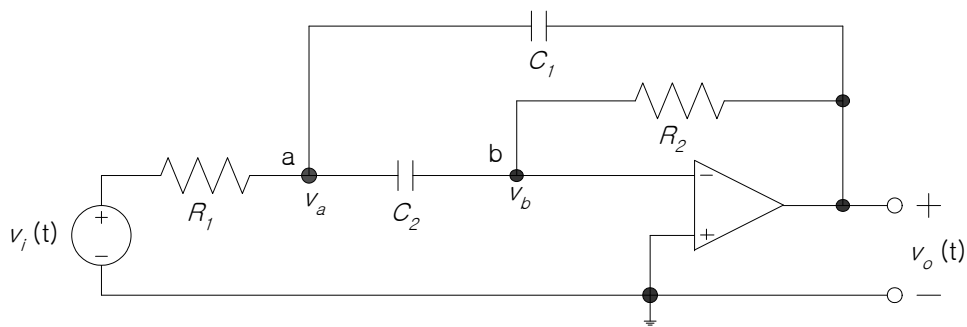


그림 p9.33

[풀이]

[9.33]

- (1) OP앰프에서 $v_+ = v_-$ 이므로 마디 b의 전압 v_b 는

$$v_b = 0 \quad \text{-----} \quad ①$$

이다. 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - v_a}{R_1} = C_1 \frac{d(v_a - v_o)}{dt} + C_2 \frac{d(v_a - 0)}{dt}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$v_i = v_a + R_1(C_1 + C_2) \frac{dv_a}{dt} - R_1 C_1 \frac{dv_o}{dt} \quad \text{-----} \quad ②$$

마디 b에서 KCL을 적용하면,

$$C_2 \frac{d(v_a(t) - 0)}{dt} = \frac{0 - v_o}{R_2}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식③과 같다.

$$\frac{dv_a}{dt} = - \frac{1}{R_2 C_2} v_o(t) \quad \text{-----} \quad ③$$

식③으로부터

$$v_a(t) = - \frac{1}{R_2 C_2} \int_{0^+}^t v_o(\tau) d\tau + v_a(0^-) \quad \text{-----} \quad ④$$

이다. 여기서 C_2 의 초기전압이 0V이므로 $v_a(0^-) = 0[V]$ 이다.

식③과 식④를 식②에 대입하고 정리하면

$$R_1 C_1 \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{R_1(C_1 + C_2)}{R_2 C_2} v_o(t) + \frac{1}{R_2 C_2} \int_{0^+}^t v_o(\tau) d\tau = -v_i(t) \quad \text{-----} \quad ⑤$$

이고, 식⑤의 양변을 미분하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} v_o(t) = - \frac{1}{R_1 C_1} \frac{dv_i(t)}{dt} \quad \text{---} \quad ⑥$$

(2) $t > 0$ 에서 $R_1 = R_2 = 100k\Omega$, $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 5\mu F$, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V를 식⑥에 대입하면

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + 3 \frac{dv_o(t)}{dt} + 2 v_o(t) = 0 \quad \text{-----} \quad ⑦$$

이다. 여기서, 커패시터 C_2 의 초기전압이 0V이므로 $v_a(0^+) = v_a(0^-) = 0[V]$ 이고 커패시터 C_1 의 초기전압이 0V이므로 $v_o(0^+) = v_a(0^+) = 0[V]$ 이다. 또한 식③으로부터

$$\frac{dv_a(0^+)}{dt} = 0[V] \text{이므로} \quad \text{식②로부터} \quad \frac{dv_o(0^+)}{dt} = - \frac{v_i(0^+)}{R_1 C_1} = -5[V/sec] \text{이다.}$$

따라서, 식⑦을 라플라스변환한 후 정리하면 $V_o(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{-5}{s^2 + 3s + 2} \\ &= \frac{-5}{s+1} + \frac{5}{s+2} \end{aligned}$$

따라서, $v_o(t)$ 는

$$v_o(t) = -5e^{-t} + 5e^{-2t} [V], \quad t > 0$$

이다.

[9.34] 그림 p9.34의 회로에서 C_1 과 C_2 두 커패시터의 초기전압이 0V일 때, 다음 물음에
라.

- (1) $v_i(t)$ 와 $v_o(t)$ 사이의 관계를 나타내는 미분방정식을 구하여라.
- (2) $R = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = 10\mu\text{F}$, $C_2 = 10\mu\text{F}$ 이고, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V일 때, $t > 0$ 에서
출력전압 $v_o(t)$ 를 구하여라.

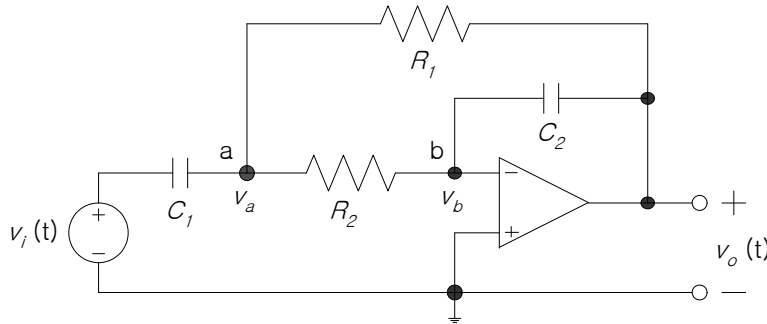


그림 p9.34

[풀이]

[9.34]

- (1) OP앰프에서 $v_+ = v_-$ 이므로 마디 b의 전압 v_b 는

$$v_b = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이다. 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$C_1 \frac{d(v_i - v_a)}{dt} = \frac{v_a - v_o}{R_1} + \frac{v_a - 0}{R_2}$$

이고, 이 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$C_1 \frac{dv_i}{dt} = C_1 \frac{dv_a}{dt} + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v_a - \frac{1}{R_1} v_o \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

마디 b에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{v_a}{R_2} = C_2 \frac{d(0 - v_o)}{dt}$$

이고, 위의 식을 정리하면 다음의 식③과 같다.

$$v_a = -R_2 C_2 \frac{dv_o}{dt} \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

식③을 식②에 대입하고 정리하면 다음의 2차 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} v_o(t) = -\frac{1}{R_2 C_2} \frac{dv_i(t)}{dt} \quad \text{---} \quad \textcircled{4}$$

- (2) $t > 0$ 에서 $R_1 = R_2 = 100\text{k}\Omega$, $C_1 = 10\mu\text{F}$, $C_2 = 10\mu\text{F}$, $v_i(t) = 5u_s(t)$ V를 식④에 대입
하면

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = 0 \quad \text{-----} \quad (5)$$

이다. 여기서, 커패시터 C_2 의 초기전압이 0V이므로 $v_o(0^+) = v_o(0^-) = 0[V]$ 이고 커패시터 C_1 의 초기전압이 0V이므로 $v_f(0^+) = v_a(0^+)[V]$ 이다. 또한 식②로부터

$$\frac{dv_o(0^+)}{dt} = -\frac{1}{R_2 C_2} v_a(0^+) = -v_f(0^+) = -5[V/sec] \text{이다.}$$

따라서, 식⑤를 라플라스변환한 후 정리하면 $V_o(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o(s) &= \frac{-5}{s^2 + 2s + 1} \\ &= \frac{-5}{(s+1)^2} \end{aligned}$$

따라서, $v_o(t)$ 는

$$v_o(t) = -5te^{-t} [V], \quad t > 0$$

이다.

<< 9.5 쌍대성 >>

[9.35] 그림 p9.35 회로의 쌍대회로를 그려라.

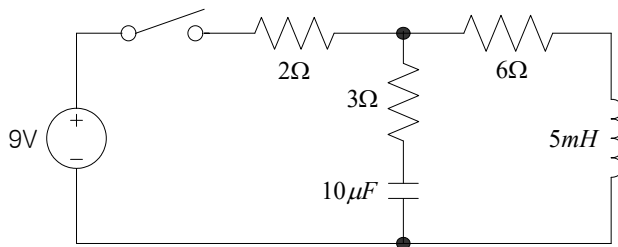


그림 p9.35

[풀이]

[9.35] 다음의 과정으로 쌍대회로를 구한다.

① 그림 s9.35a와 같이 주어진 회로의 각 루프 내부에 비기준마디 a, b를 할당하고, 회로의 외부 하단에 기준마디 c를 할당한다.

② 마디와 마디의 연결은 다음과 같이 하며, 그림 s9.35a를 참고하기 바란다.

(a) 마디 a와 마디 c의 연결 : 9V 전압원을 가로질러 연결하되 9A 전류원으로 대체한다.

9V 전압원이 시계방향의 루프전류를 흐르게 하므로 9A 전류원의 방향은 마디c에서 마디 a로 전류가 흐르도록 한다. 스위치를 가로질러 연결하되 스위치는 단락시킨다.

2Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{2} \Omega$ 저항으로 대체한다.

(b) 마디 a와 마디 b의 연결 : 3Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{3} \Omega$ 저항으로 대체한다.

10μF 커패시터를 가로질러 연결하되 10μH 인덕터로 대체한다.

(c) 마디 b와 마디 c의 연결 : 6Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{6}\Omega$ 저항으로 대체한다.

$5mH$ 인덕터를 가로질러 연결하되 $5mF$ 인덕터로 대체한다.

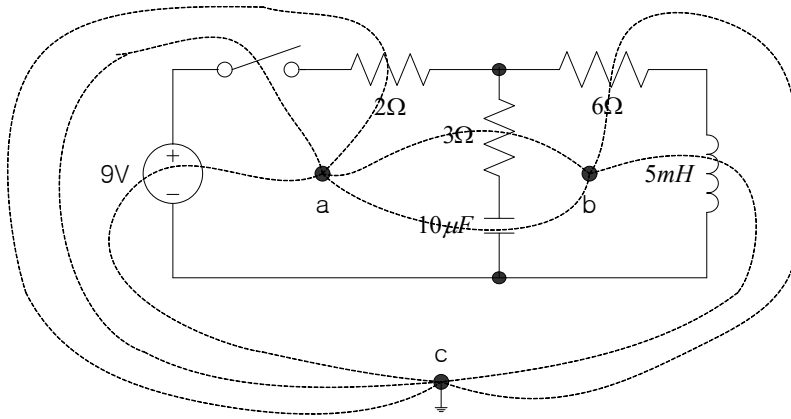


그림 s9.35a

③ ②의 과정으로 그림 p9.35 회로의 쌍대회로를 그리면 그림 s9.35b 회로와 같다.

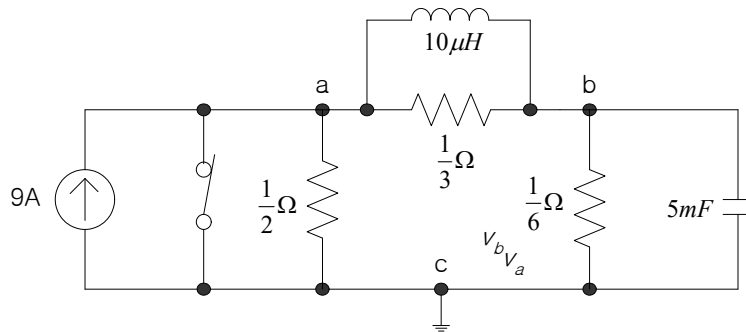


그림 s9.35b

[9.36] 그림 p9.36 회로의 쌍대회로를 구하여라.

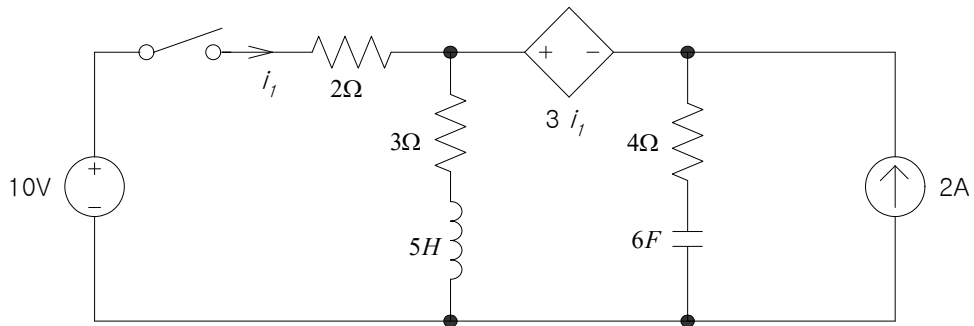


그림 p9.36

[풀이]

[9.36] 다음의 과정으로 쌍대회로를 구한다.

① 그림 s9.36a와 같이 주어진 회로의 각 루프 내부에 비기준마디 a, b, c를 할당하고, 회로의 외부 하단에 기준마디 d를 할당한다.

② 마디와 마디의 연결은 다음과 같이하며, 그림 s9.36a을 참고하기 바란다.

(a) 마디 a와 마디 d의 연결 : 10V 전압원을 가로질러 연결하되 10A 전류원으로 대체한다. 10V 전압원이 시계방향의 루프전류를 흐르게 하므로 10A 전류원의 방향은 마디 d에서 마디 a로 전류가 흐르도록 한다. 스위치를 가로질러 연결하되 스위치는 단락시킨다. 2Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{2}\Omega$ 저항으로 대체한다.

(b) 마디 a와 마디 b의 연결 : 3Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{3}\Omega$ 저항으로 대체한다. $5H$ 인덕터를 가로질러 연결하되 $5F$ 커패시터로 대체한다.

(c) 마디 b와 마디 d의 연결 : 2Ω 저항에 걸리는 전압이 v_a 이므로 종속전압원 $3i_1$ 을 종속전류원 $3v_a$ 로 대체하여 연결한다. 이 때 종속전압원은 반시계방향의 루프 전류를 흐르게 하므로 종속전류원 $3v_a$ 의 방향은 마디 b에서 마디 d로 흐르게 한다.

(d) 마디 b와 마디 c의 연결 : 4Ω 저항을 가로질러 연결하되 $\frac{1}{4}\Omega$ 저항으로 대체한다. $6F$ 커패시터를 가로질러 연결하되 $6H$ 인덕터로 대체한다.

(e) 마디 c와 마디 d의 연결 : 2A 전류원을 가로질러 연결하되 2V 전압원으로 대체한다. 2A 전류원은 반시계방향의 루프전류를 흐르게 하므로 2V 전압원의 극성은 기준마디에 대하여 음의 극성이 되게 한다.

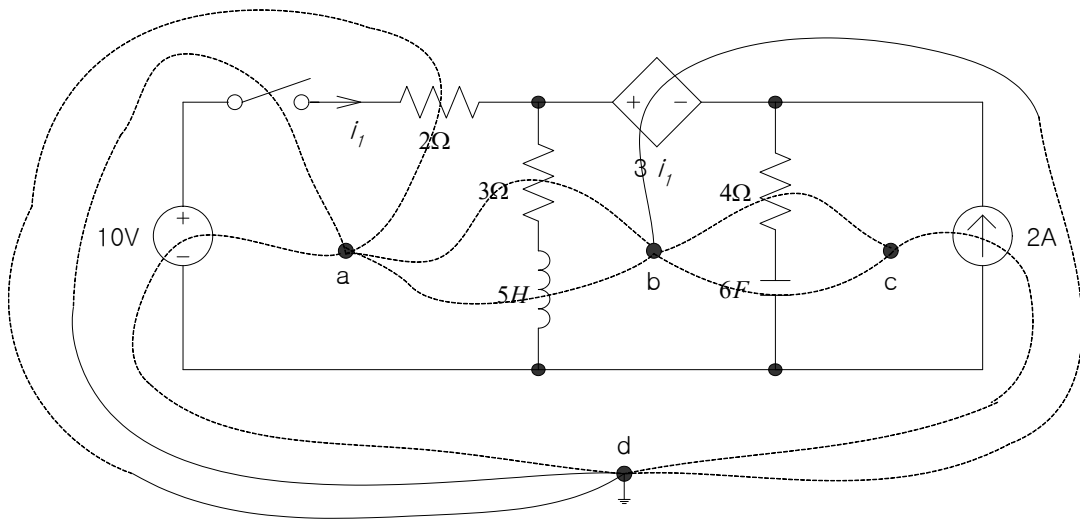


그림 s9.36a

③ ②의 과정으로 그림 p9.36 회로의 쌍대회로를 그리면 그림 s9.36b 회로와 같다.

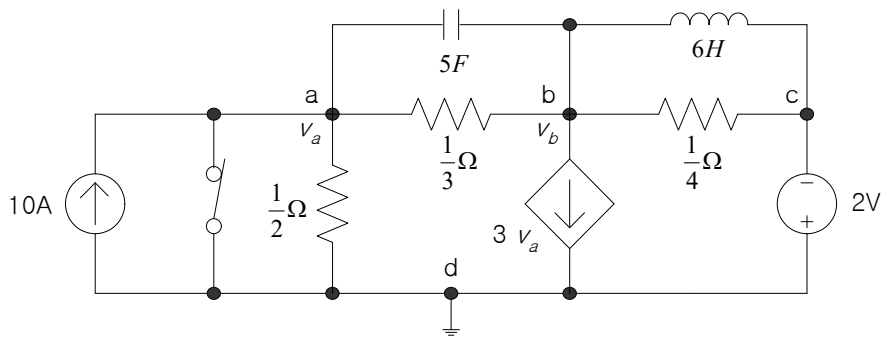


그림 s9.36b

[9.37] 그림 p9.37 회로의 쌍대회로를 그려라.

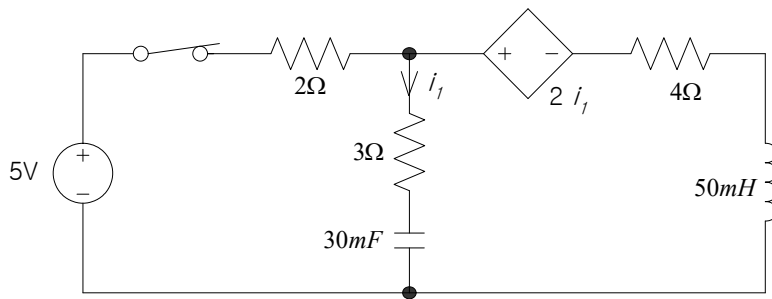


그림 p9.37

[풀이]

[9.37] 그림 p9.37의 쌍대회로는 그림 s9.37 회로와 같다.

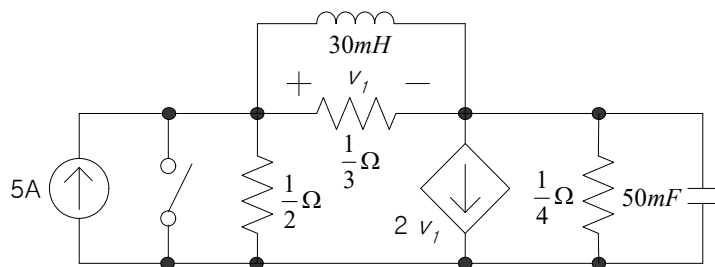


그림 s9.37

[9.38] 그림 p9.38 회로의 쌍대회로를 그려라.

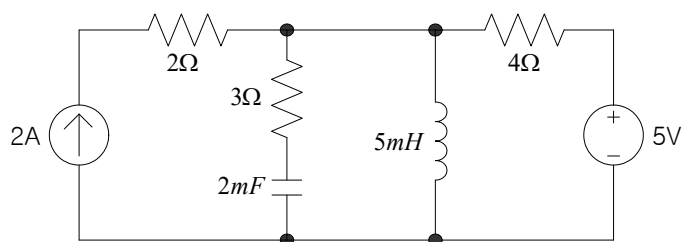


그림 p9.38

[풀이]

[9.38] 그림 p9.38의 쌍대회로는 그림 s9.38 회로와 같다.

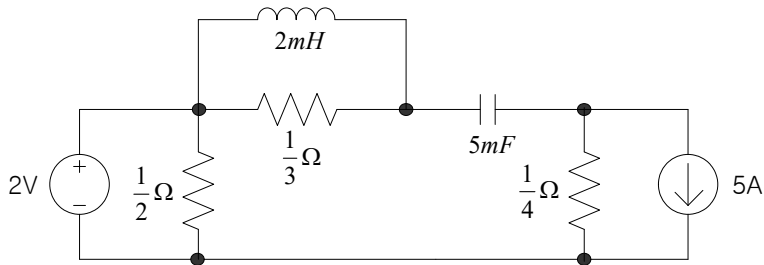


그림 s9.38

[9.39] 그림 p9.39 회로의 쌍대회로를 그려라.

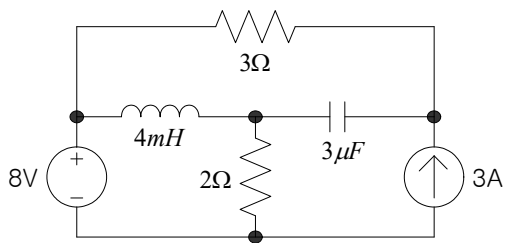


그림 p9.39

[풀이]

[9.39] 그림 p9.39의 쌍대회로는 그림 s9.39 회로와 같다.

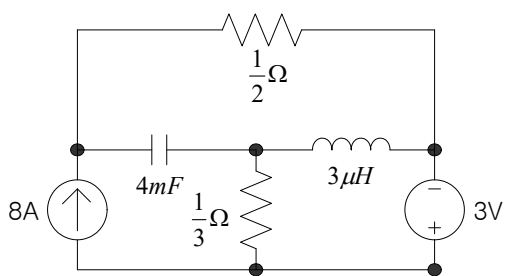


그림 s9.39