[연습문제]

<< 9.2 RC회로의 응답 >>

[9.1] 그림 p9.1의 회로에서, 스위치를 $t=0$에서 a의 위치에서 b의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-)=8$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

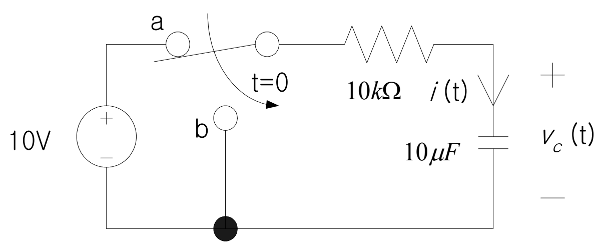


그림 p9.1

[풀이]

[9.1]

(1) $i(0^-) = \dfrac{10-v_c(0^-)}{10k} = 0.2$[mA],

$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8$[V],

$i(0^+) = -\dfrac{v_c(0^+)}{10k} = -0.8$[mA]

이다.

(2) $t>0$에서 그림 p9.1 회로는 그림 s9.1-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\times10^3 i(t) + v_c(t) = 0$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\,v_c(t) = 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\mathrm{V}]$$

이다.
식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\,V_c(s) = 0$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{8}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 8e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = -800\times10^{-6}e^{-10t} = -0.8\,e^{-10t}\ [\mathrm{mA}]\ , \quad t>0$$

이다.

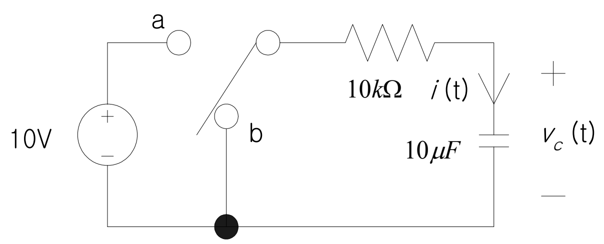


그림 s9.1-a $t>0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = \lim_{t\to\infty} 10\,e^{-\frac{1}{6}t} = 0[\mathrm{V}]$ 이고,

$i(\infty) = \lim_{t\to\infty} -0.8\,e^{-10t} = 0[\mathrm{A}]$이다.

(4) $t>0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 8e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t\geq 0$$

$$i(t) = \begin{cases} 0.2\,mA, & t=0^- \\ -0.8\,e^{-10t}mA, & t>0 \end{cases}$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 8\times0.368 = 2.944$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.1-b와 같다.

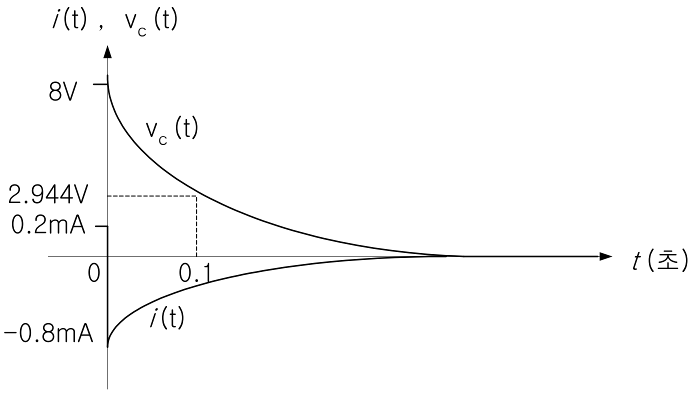


그림 s9.1-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[9.2] 그림 p9.2의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

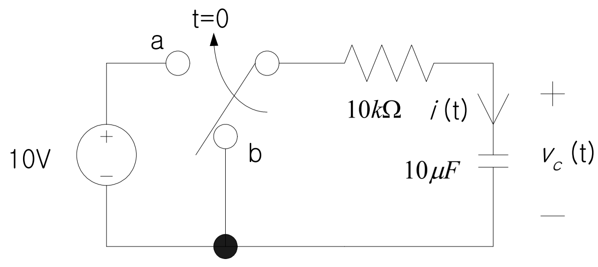


그림 p9.2

[풀이]

[9.2]

(1) 스위치가 충분한 시간동안 b의 위치에 있었으므로

$$i(0^-) = 0[\text{mA}],\quad v_c(0^-) = 0[\text{V}]$$

이고,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{10k} = 1[\text{mA}]$$

이다.

(2) (i) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로 $t=0^-$에서 회로는 정상상태에

있고 $v_c(0^-) = 0$[V], $i(0^-) = 0$[A]이다.

(ii) $t > 0$에서 그림 p9.2 회로는 그림 s9.2-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10 \times 10^3 i(t) + v_c(t) = 10$$

이고,

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\, v_c(t) = 100 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\, V_c(s) = \frac{100}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$
$$= \frac{10}{s} - \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10 - 10e^{-10t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt} = 10 \times 10^{-6} \times 100\, e^{-10t} = e^{-10t} \text{ [mA]}, \quad t > 0$$

이다.

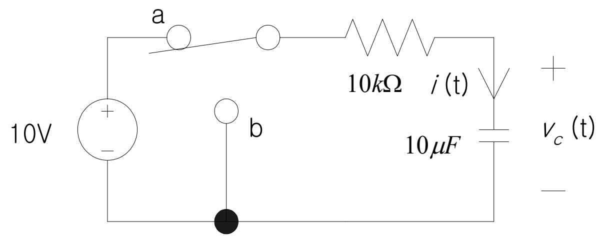


그림 s9.2-a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = 10$[V] 이고, $i(\infty) = 0$[A]이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 10e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t \ge 0,$$

$$i(t) = \begin{cases} 0\,mA, & t = 0^- \\ e^{-10t}mA, & t > 0 \end{cases}, \quad t > 0$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 10 - 10 \times 0.368 = 6.32$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.2-b와 같다.

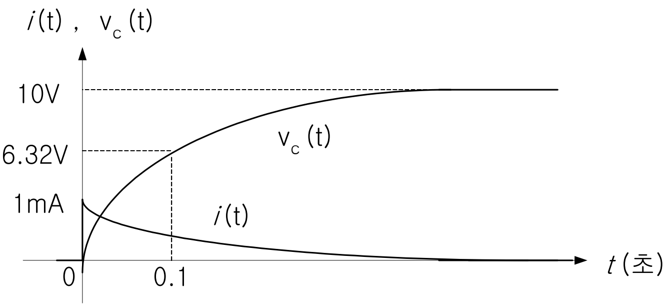


그림 s9.2-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[9.3] 그림 p9.3의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-) = 2$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

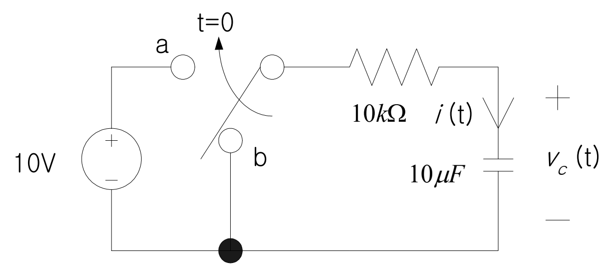


그림 p9.3

[풀이]

[9.3]

(1) $v_c(0^-) = 2$[V]이므로 $i(0^-) = -\dfrac{v_c(0^-)}{10k} = -0.2$[mA]이고,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{10k} = 0.8[\mathrm{mA}]$$

이다.

(2) $t > 0$에서 그림 p9.3 회로는 그림 s9.3-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10 \times 10^3 i(t) + v_c(t) = 10$$

이고,

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\,v_c(t) = 100 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\,V_c(s) = \frac{100}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{2}{s+10} + \frac{100}{s(s+10)}$$
$$= \frac{2}{s+10} + \frac{10}{s} - \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 2e^{-10t} + 10 - 10e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$
$$= 10 - 8e^{-10t}, \quad t > 0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt} = 10 \times 10^{-6} \times 80e^{-10t} = 0.8e^{-10t}\ [\mathrm{mA}]\ , \quad t > 0$$

이다.

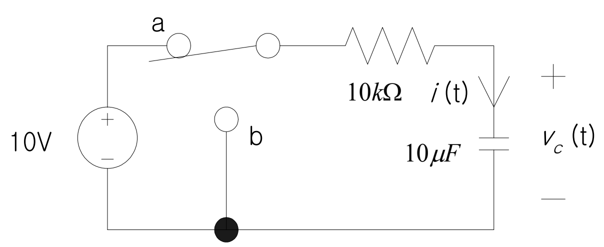


그림 s9.3-a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = 10[\mathrm{V}]$ 이고, $i(\infty) = 0[\mathrm{A}]$이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후 면 회로는 정상상태에 도

달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 8e^{-10t}, \quad t \geq 0$$

$$i(t) = \begin{cases} -0.2\,mA, & t = 0^- \\ 0.8e^{-10t}mA, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 10 - 8 \times 0.368 = 7.156$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.3-b와 같다.

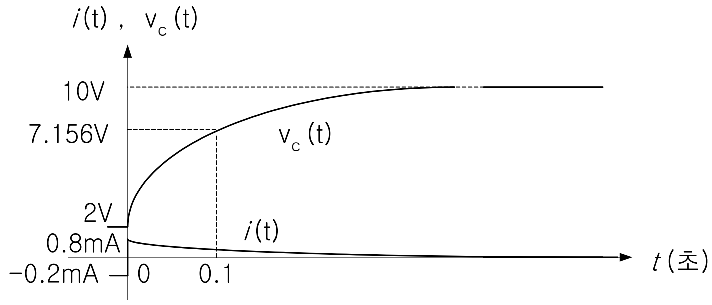


그림 s9.3-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[9.4] 그림 p9.4의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.4a와 같을 때 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) $t \geq 0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $t \geq 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

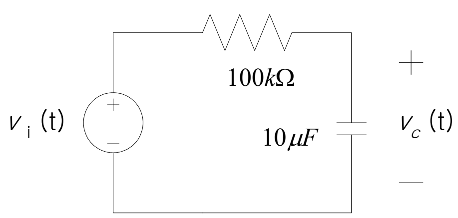


그림 p9.4

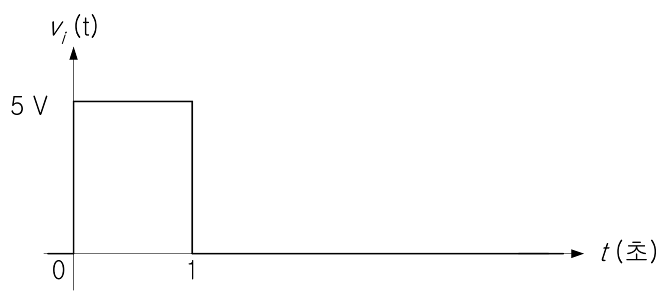


그림 p9.4a

[풀이]

[9.4]

(1) (i) $0 < t < 1$에서,

$$100\times10^3 i(t) + v_c(t) = 5$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{5}{s(s+1)}$$

$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 5 - 5e^{-t}\ [\mathrm{V}],\quad 0 < t < 1 \qquad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

(ii) $t > 1$에서, $v_i(t) = 0$이고 $v_c(1^+) = v_c(1^-) = 5(1-e^{-1})$이다.

회로에 KVL을 적용하면

$$100\times10^3 i(t) + v_c(t) = 0$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \qquad \text{------------------} \quad ③$$

한편, $v_c(0^+) = v_c(1^+)$이다.

식③을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(1^+) + V_c(s) = 0$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{5(1-e^{-1})}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)\ [\mathrm{V}], \quad 1 < t \quad \text{-------} \ ④$$

이다.

식③과 식④로부터,

$$v_c(t) \;=\; 5(1-e^{-t})\{u_s(t) - u_s(t-1)\} \;+\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)$$

이다.

*** 참고로 (1)번의 문제는 다음과 같이 풀 수도 있다.

$v_i(t) = 5\{u_s(t) - u_s(t-1)\}$이고, 회로에 KVL을 적용하면,

$$100\times 10^3 i(t) \;+\; v_c(t) \;=\; 5\{u_s(t) - u_s(t-1)\}$$

이고,

$$i(t) = 10\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; v_c(t) \;=\; 5\{u_s(t) - u_s(t-1)\} \qquad \text{-----------------} \ ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) \;=\; \frac{5}{s}(1-e^{-s})$$

이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{5}{s(s+1)}(1-e^{-s})$$

$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+1} - \frac{5e^{-s}}{s} + \frac{5e^{-s}}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 5u_s(t) \;-\; 5e^{-t}u_s(t) - 5\{u_{s(t-1)} - e^{-(t-1)}u_s(t-1)\}\ [\mathrm{V}],$$

$$= 5(1-e^{-t})\{u_s(t) - u_s(t-1)\} \;+\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $t \geq 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.4-a와 같다.

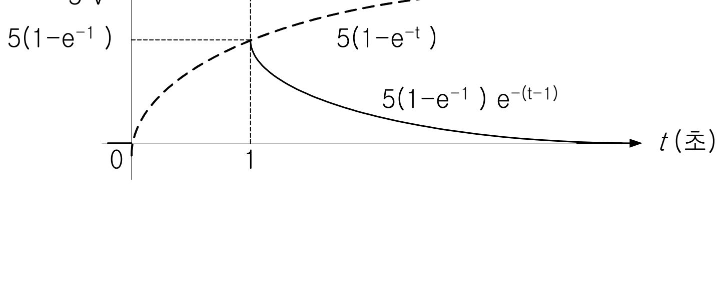


그림 s9.4-a

[9.5] 그림 p9.5의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.5a와 같을 때, $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

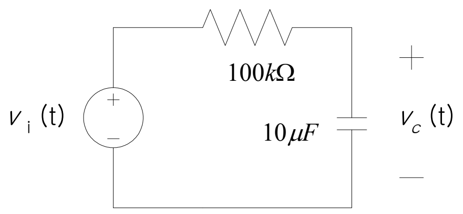


그림 p9.5

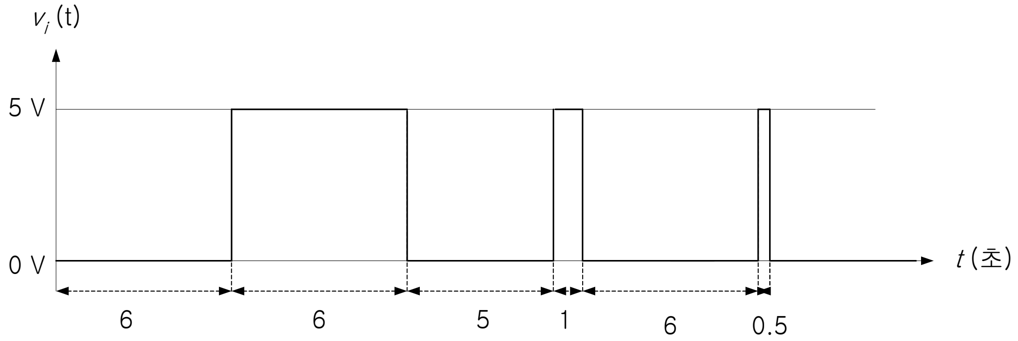


그림 p9.5a

[풀이]

[9.5]

주어진 회로의 시정수는 $\tau = RC = 1$[초]이므로 $v_c(t)$의 파형은 그림 s9.5와 같다.

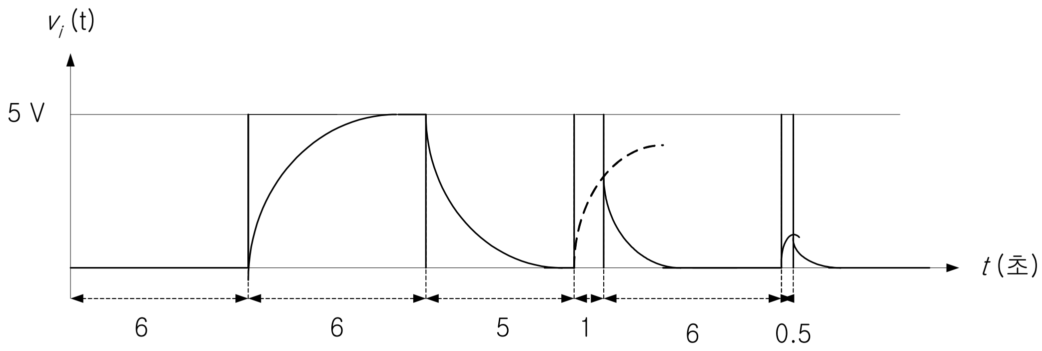


그림 s9.5

[9.6] 그림 p9.6의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 a의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

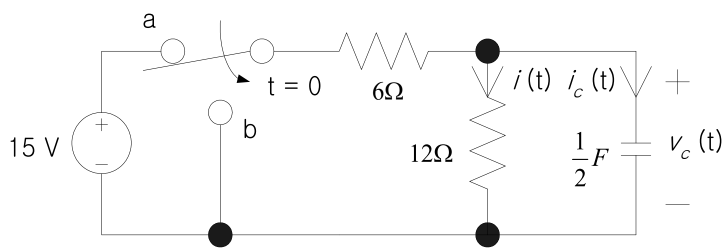


그림 p9.6

[풀이]

[9.6]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.6a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 15\times\frac{12}{6+12} = 10[\mathrm{V}],$$

$$i(0^-) = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

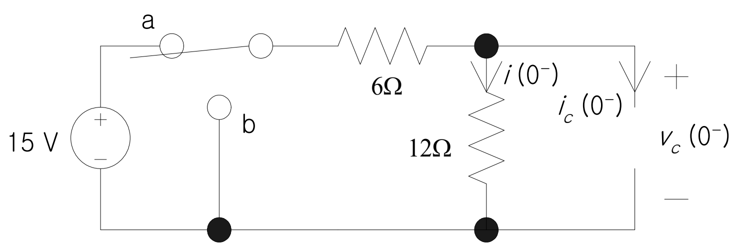


그림 s9.6a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.6b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = -\frac{v_c(0^+)}{6//12} = -\frac{5}{2}[\mathrm{A}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{12} = \frac{5}{6}[\mathrm{A}]$$

이다.

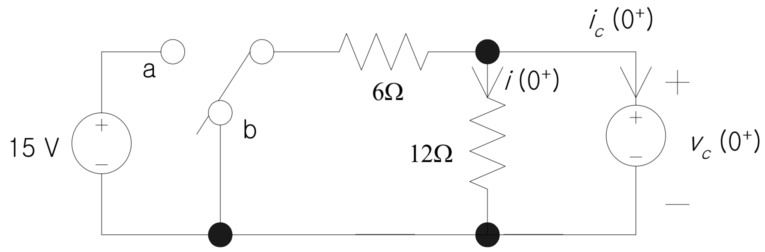


그림 s9.6b

(3) $t = \infty$에서, $v_c(\infty) = 0$[V], $i_c(\infty) = 0$[A], $i(\infty) = 0$[A]이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(4) $t > 0$에서 그림 p9.6 회로는 그림 s9.6c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$0 = 4\,i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\,v_c(t)}{dt} + \frac{1}{2}\,v_c(t) = 0 \qquad \text{------------------} \qquad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$s\,V_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}\,V_c(s) = 0$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10}{s + \frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10\,e^{-\frac{t}{2}}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이고, $i(t)$는 오옴의 법칙에 의하여

$$i(t) = \frac{v_c(t)}{12} = \frac{5}{6}\,e^{-\frac{t}{2}}\ [\mathrm{A}]\ , \quad t > 0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

$$= -\frac{5}{2}\,e^{-\frac{t}{2}}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이다.

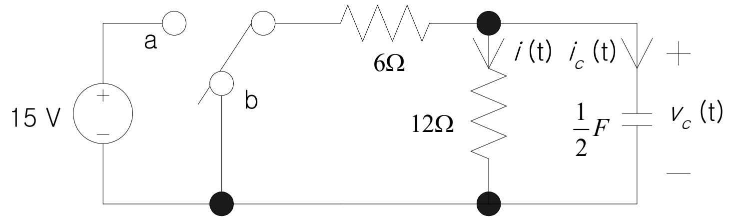


그림 s9.6c

(5) $t \geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times \frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ -\frac{5}{2} e^{-\frac{t}{2}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.6d와 같다.

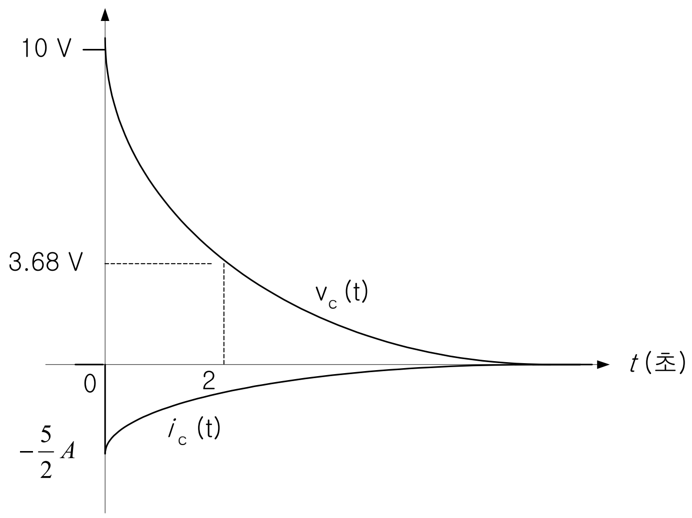


그림 s9.6d

[9.7] 그림 p9.7의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $t = \infty$에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

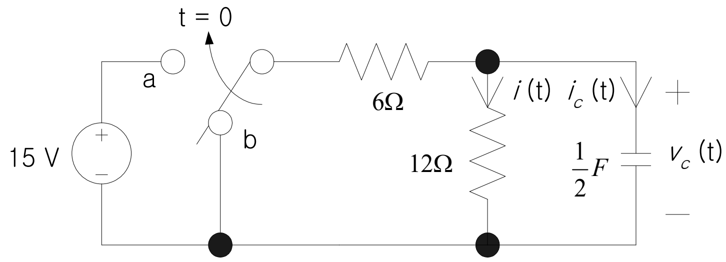


그림 p9.7

[풀이]

[9.6]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로,

$$v_c(0^-) = 0[\text{V}],\ \ i(0^-) = 0[\text{A}],\ \ i_c(0^-) = 0[\text{A}]$$

이다.

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.7a와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}[\text{A}],$$

$$i(0^+) = 0[\text{A}]$$

이다.

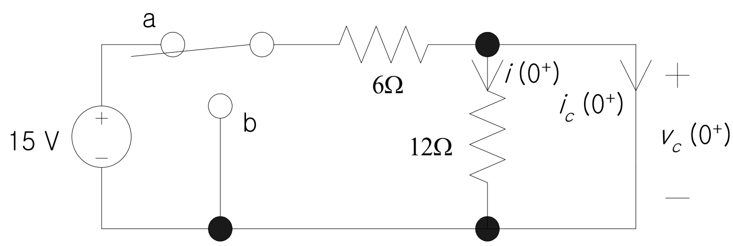


그림 s9.7a

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.7b 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15 \times \frac{12}{6+12} = 10[\text{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\text{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{15}{6+12} = \frac{5}{6}[\text{A}]$$

이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

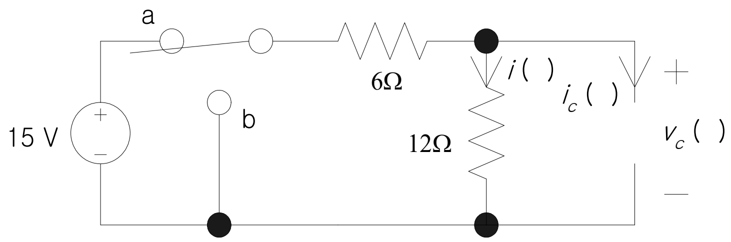


그림 s9.7b $t=\infty$에서의 등가회로

(4) $t>0$에서 그림 p9.7 회로는 그림 s9.7c의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12=4[\Omega]$이고 $15\times\frac{12}{6+12}=10[V]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$10 = 4i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{2}v_c(t) = 5 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{5}{s(s+\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10 - 10e^{-\frac{t}{2}}\ [V], \quad t>0$$

이고, $i(t)$는 오옴의 법칙에 의하여

$$i(t) = \frac{v_c(t)}{12} = \frac{5}{6} - \frac{5}{6}e^{-\frac{t}{2}}\ [A]\ , \ t>0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= \ \frac{1}{2}\times(-10)\times(-\frac{1}{2})e^{-\frac{t}{2}}$$

$$= \frac{5}{2}\,e^{-\frac{t}{2}} \ \text{[A]}, \quad t>0$$

이다.

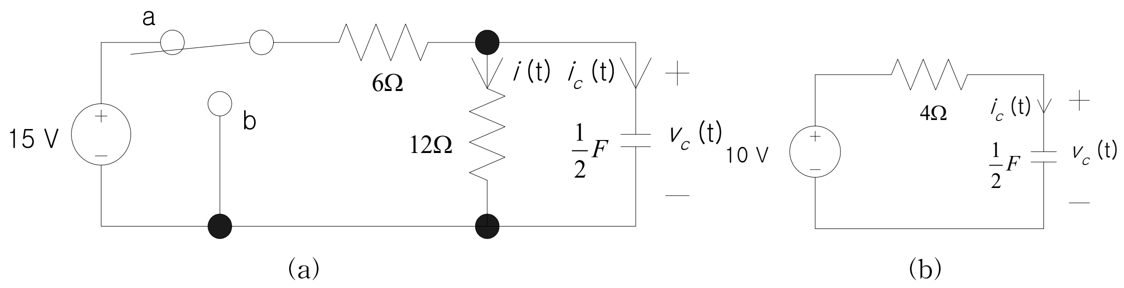


그림 s9.7c

(5) $t\geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4\times\frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) \ = \ 10 - 10e^{-\frac{t}{2}} \ \text{[V]}, \quad t\geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t=0^- \\ \frac{5}{2}\,e^{-\frac{t}{2}}, & t>0 \end{cases} \ \text{[A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.7d와 같다.

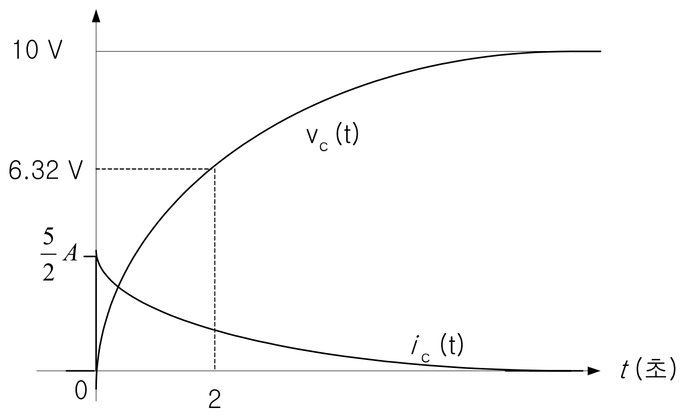


그림 s9.7d

[9.8] 그림 p9.8의 회로에서, $t=0$에서 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-) = 2$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

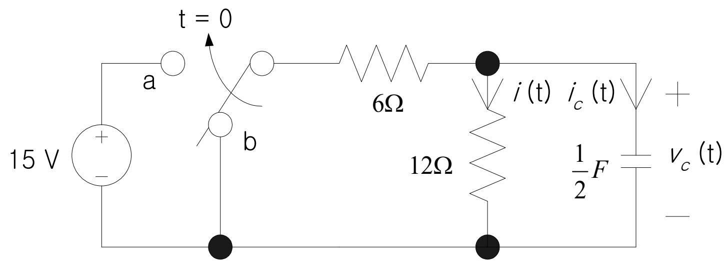


그림 p9.8

[풀이]

[9.8]

(1) $t = 0^-$에서 그림 p9.8의 회로는 그림 s9.8a의 회로와 같으므로,

$$i(0^-) = \frac{v_c(0^-)}{12} = \frac{1}{6}[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^-) = -\frac{v_c(0^-)}{6//12} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}[\mathrm{A}],$$

이다.

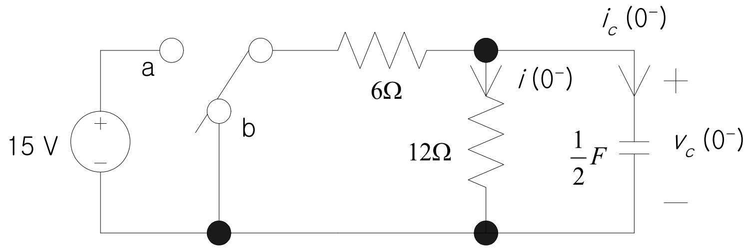


그림 s9.8a $t = 0^-$에서의 등가회로

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.8b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{12} = \frac{1}{6}[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{4} = 2[\mathrm{A}],$$

이다.

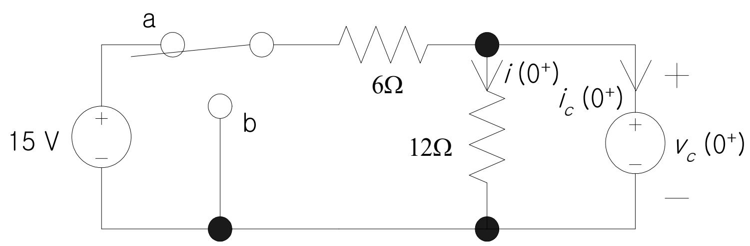


그림 s9.8b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s9.8c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty)=15\times\frac{12}{6+12}=10[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty)=0[\mathrm{A}],$$

$$i(\infty)=\frac{15}{6+12}=\frac{5}{6}[\mathrm{A}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

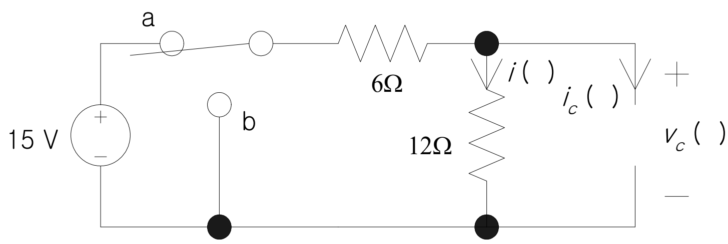


그림 s9.8c $t=\infty$에서의 등가회로

(4) $t>0$에서 그림 p9.8 회로는 그림 s9.8d의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12=4[\Omega]$이고 $15\times\frac{12}{6+12}=10[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$10 = 4\,i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t)=\frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\,v_c(t)}{dt}+\frac{1}{2}v_c(t)=5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+)=v_c(0^-)=2[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{2}{s+\frac{1}{2}} + \frac{5}{s(s+\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{2}{s+\frac{1}{2}} + \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 2e^{-\frac{t}{2}} + 10 - 10e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

$$= 10 - 8e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이고, $i(t)$는 오옴의 법칙에 의하여

$$i(t) = \frac{v_c(t)}{12} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{2}} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= 2e^{-\frac{t}{2}} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

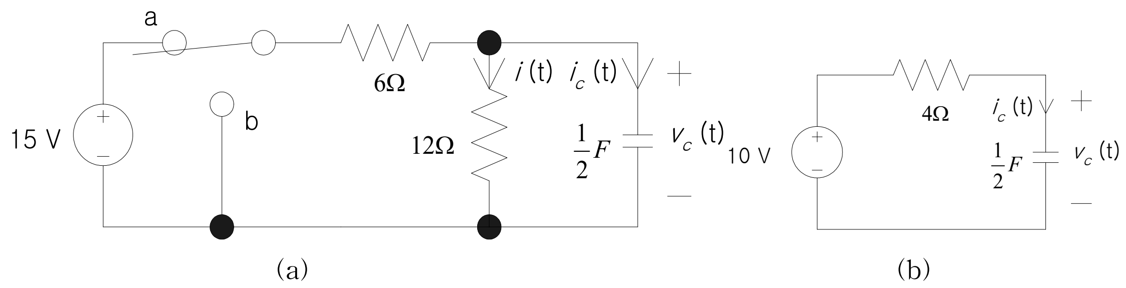


그림 s9.8d

(5) $t \geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times \frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 8e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} -0.5, & t = 0^- \\ 2e^{-\frac{t}{2}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.8e와 같다.

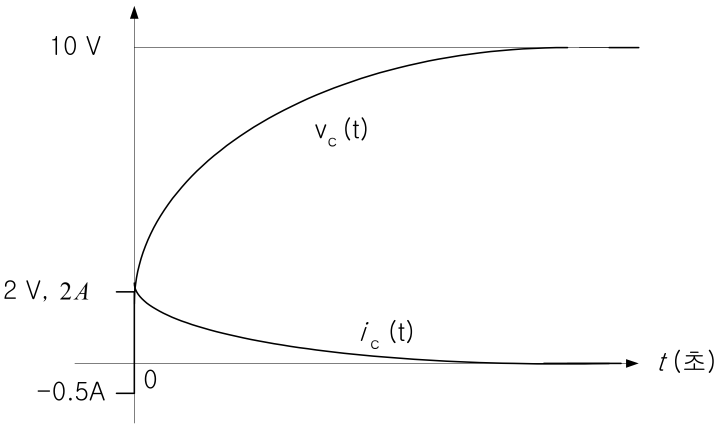


그림 s9.8e

[9.9] 그림 p9.9의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_c(0^-)$와 $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

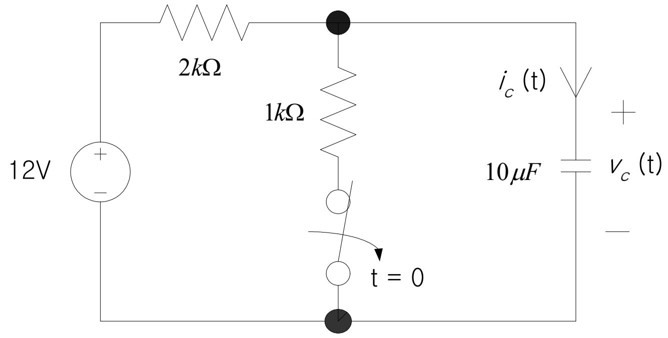


그림 p9.9

[풀이]

[9.9]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.9a와 같으므로,

$$i_c(0^-)=0[\mathrm{A}],$$

$$v_c(0^-)=12\times\frac{1}{2+1}=4[\mathrm{V}]$$

이다.

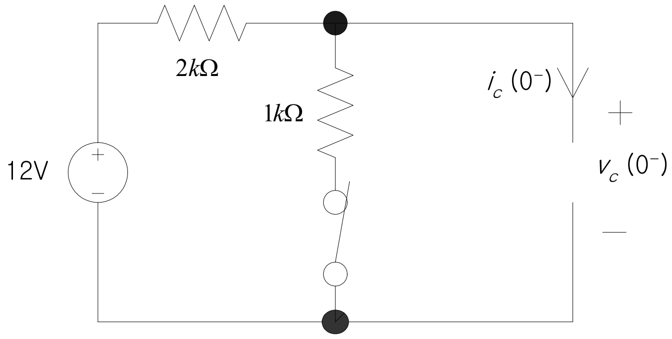


그림 s9.9a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.9b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^-)}{2k} = 4[\mathrm{mA}]$$

이다.

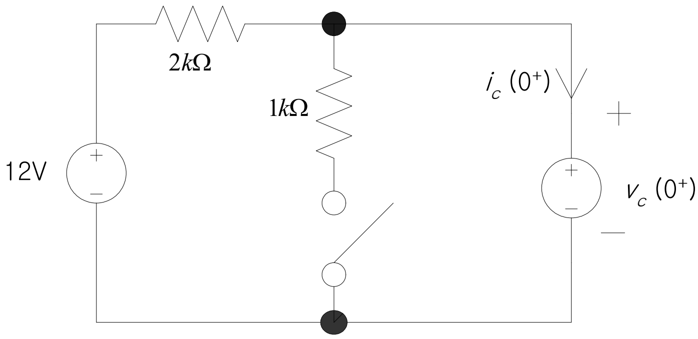


그림 s9.9b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.9c와 같으므로,

$$v_c(\infty) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

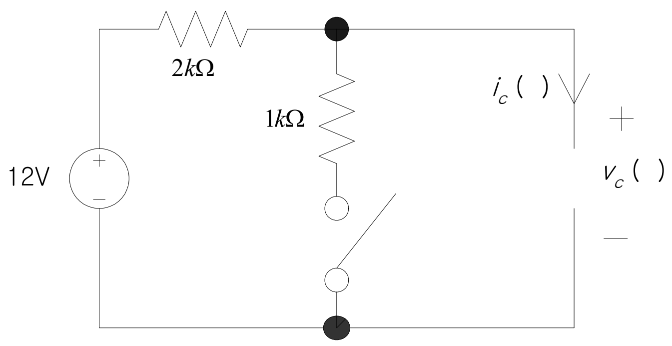


그림 s9.9c

(4) $t>0$에서, 그림 p9.9 회로는 그림 s9.9d 회로와 같고, KVL에 의하여

$$12 = 2\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 50\,v_c(t) = 12\times50 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 4 + 50\,V_c(s) = \frac{12\times50}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{4}{s+50} + 12\times50\times\frac{1}{s(s+50)}$$

$$= \frac{4}{s+50} + 12\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+50}\right)$$

$$= \frac{12}{s} - \frac{8}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 12 - 8e^{-50t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = 10\times10^{-6}\times8\times50\,e^{-50t} = 4e^{-50t}\ [\mathrm{mA}]\ , \quad t>0$$

이다.

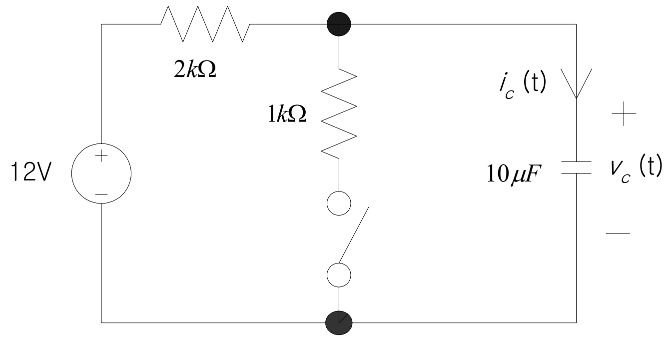


그림 s9.9d $t > 0$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = 2\times10^3\times10\times10^{-6} = 20$[ms]이므로 $5\tau = 100$[ms] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 12 - 8e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ 4e^{-50t}, & t > 0 \end{cases} \text{ [mA]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.9e와 같다.

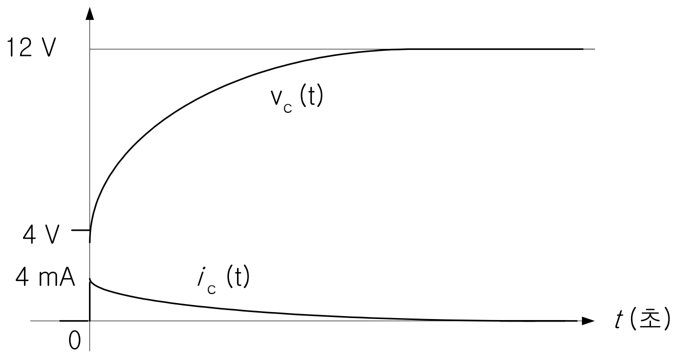


그림 s9.9e

[9.10] 그림 p9.10의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_c(0^-)$, $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t > 0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

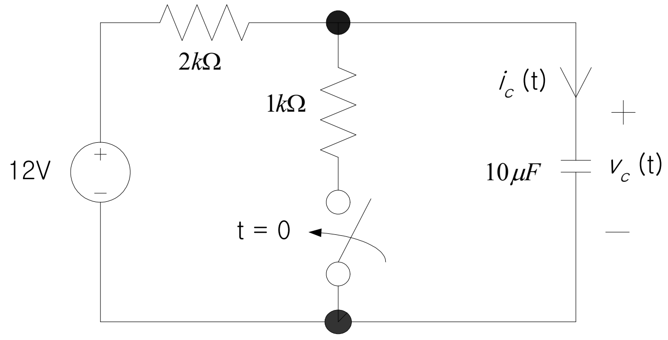


그림 p9.10

[풀이]

[9.10]

(1) $t = 0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.10a와 같으므로,

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}],$$

$$v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

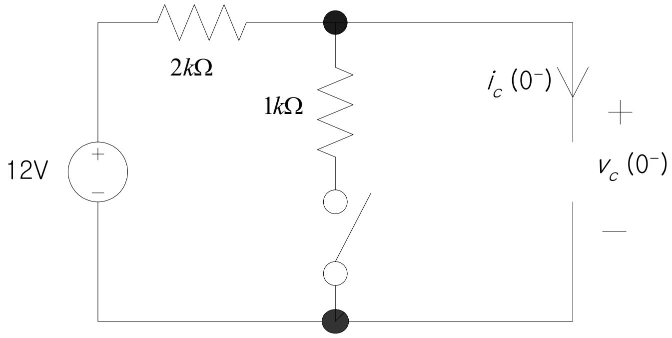


그림 s9.10a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.10b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{2k} - \frac{v_c(0^+)}{1k} = -12[\mathrm{mA}]$$

이다.

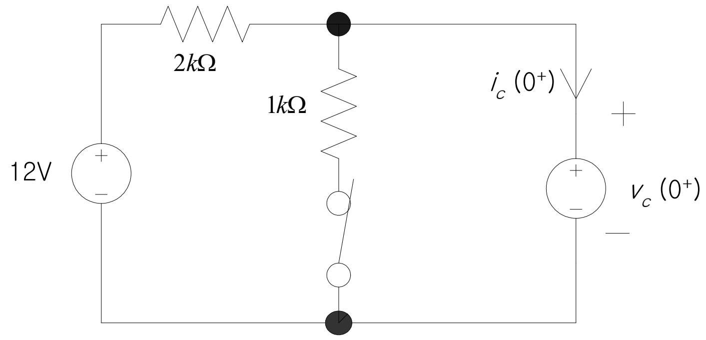


그림 s9.10b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.10c와 같으므로,

$$v_c(\infty) = 12 \times \frac{1}{2+1} = 4[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

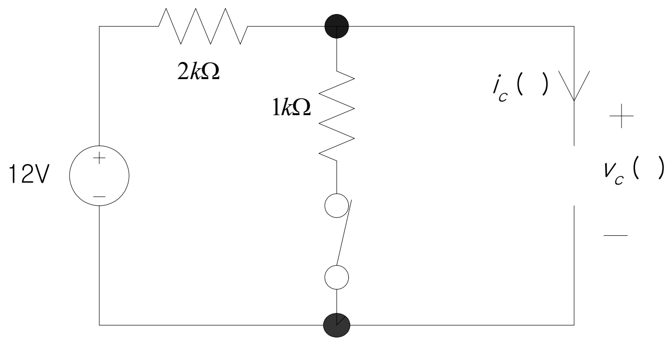


그림 s9.10c

(4) $t > 0$에서, 그림 p9.10 회로는 그림 s9.10d 회로와 같고, 이 회로를 테브난의 등가회로로 고치면 그림 s9.10dd 회로와 같다. KVL에 의하여

$$4 = \frac{2}{3} \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{d v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d v_c(t)}{dt} + 150\, v_c(t) = 600 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 12 + 150\,V_c(s) = \frac{600}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{12}{s+150} + \frac{600}{s(s+150)}$$
$$= \frac{12}{s+150} + 4\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+150}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 4 + 8e^{-150t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 10\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = 10\times 10^{-6}\times 8\times(-150)\,e^{-150t} = -12\,e^{-150t}\ [\mathrm{mA}]\ , \quad t > 0$$

이다.

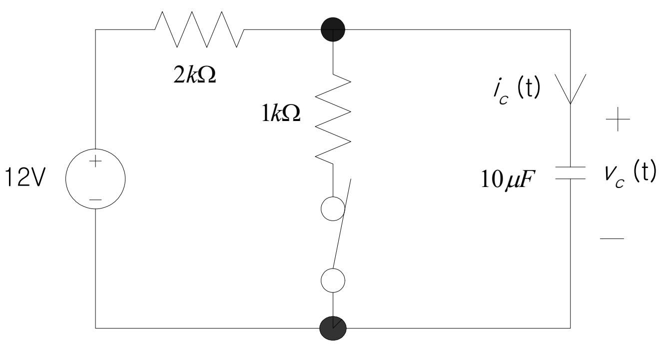


그림 s9.10d $t > 0$에서의 등가회로

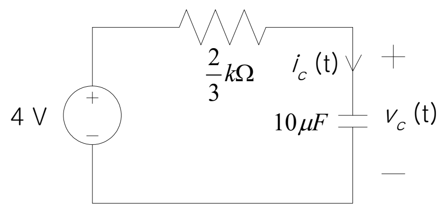


그림 s9.10dd 테브난의 등가회로

(5) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \frac{2}{3}\times 10^3\times 10\times 10^{-6} = \frac{20}{3}$ [ms]이므로 $5\tau = \frac{100}{3}$ [ms] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 4 + 8e^{-150t}\ [\mathrm{V}], \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0\,, & t = 0^- \\ -12\,e^{-150t}, & t > 0 \end{cases}\ [\mathrm{mA}]$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.10e와 같다.

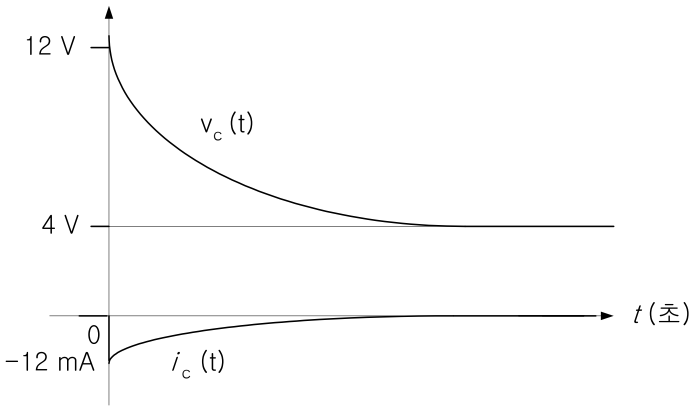


그림 s9.10e

[9.11] 그림 p9.11의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) 스위치를 b의 위치로 옮긴 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(6) $t \geq 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

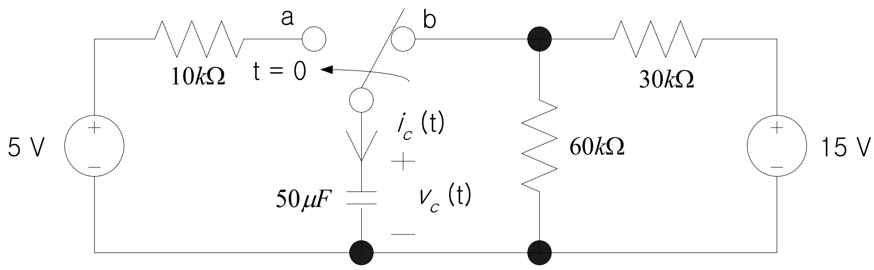


그림 p9.11

[풀이]

[9.11]

(1) 스위치가 충분한 시간 동안 b의 위치에 있었으므로 $t=0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.11a와 같다. 따라서,

$$v_c(0^-) \; = \; 15 \times \frac{60}{90} = 10[\text{V}],$$

$$i_c(0^-) \; = \; 0[\text{A}]$$

이다.

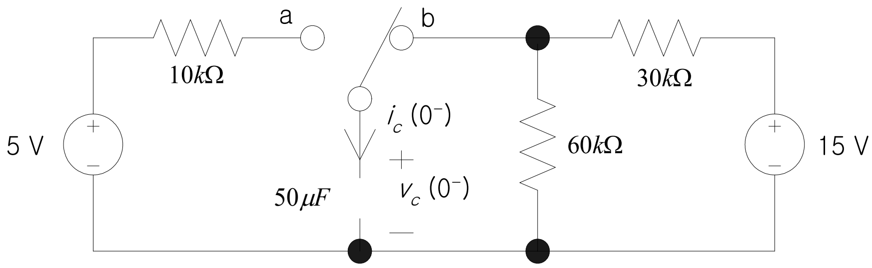


그림 s9.11a $t = 0^-$에서의 등가회로

(2) 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10$[V]이고, $t = 0^+$에서의 등가회로는 그림 s9.11b와 같다. 따라서,

$$i_c(0^+) = \frac{5 - v_c(0^+)}{10k} = -0.5[\mathrm{mA}]$$

이다. 이 결과는 (2)에서 구한 $i(t)$에 극한을 취한 값과 같다.

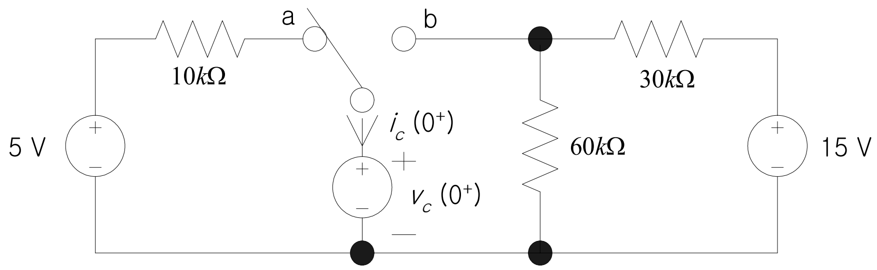


그림 s9.11b $t = 0^+$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = 5$[V], $i_c(\infty) = 0$[A] 이다.

(4) $t > 0$에서 그림 p9.11 회로는 그림 s9.11c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$5 = 10 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 2v_c(t) = 10 \qquad \text{------------------} \qquad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 2V_c(s) = \frac{10}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10}{s+2} + \frac{10}{s(s+2)}$$
$$= \frac{10}{s+2} + \frac{5}{s} - \frac{5}{s+2}$$
이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10e^{-2t} + 5 - 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t > 0 \quad \text{------}\quad ②$$
$$= 5 + 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t > 0 \quad \text{-------------}\quad ③$$
이고, $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 50\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$
$$= 50\times10^{-6}\times(5)\times(-2)e^{-2t}$$
$$= -0.5e^{-2t}\ [\text{mA}],\quad t > 0$$
이다.

참고로 식②의 오른쪽의 첫 번째 항은 초기치 $v_c(0^-) = 10$[V]에 의한 응답(즉, 자연응답)이고 두 번째 항은 입력신호 5[V]에 의한 강제응답이다. 식③은 완전응답은 자연응답과 강제응답의 합임을 나타낸다.

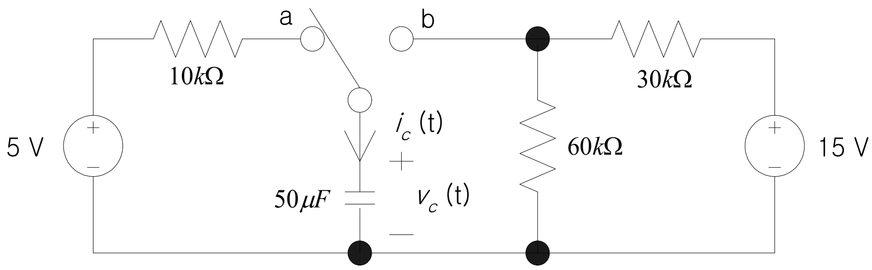


그림 s9.11c $t > 0$에서 등가회로

(5) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = 10\times10^3\times50\times10^{-6} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터

$$v_c(t) = 5 + 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t \geq 0,$$
$$i_c(t) = \begin{cases} 0\,mA, & t = 0^- \\ -0.5\,e^{-2t}mA, & t > 0 \end{cases}$$
이고, $v_c(t = \frac{1}{2}) = 5 + 5e^{-1} = 6.84$[V]므로 $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.11d와 같다.

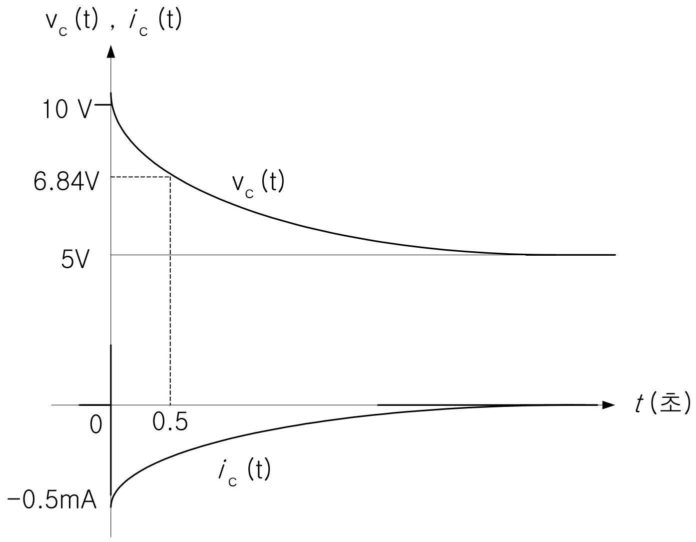


그림 s9.11d $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형

[9.12] 그림 p9.12의 회로에 대하여 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) $v_i(t) = 12u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라. 또한 $\lim_{t\to\infty} v_c(t)$와 $\lim_{t\to\infty} i_c(t)$의 값을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 12\sin t\, u_s(t)$[V]일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라. 또한 교류정상상태에서의 응답 $v_{c,s}(t)$와 $i_{c,s}(t)$를 구하여라.

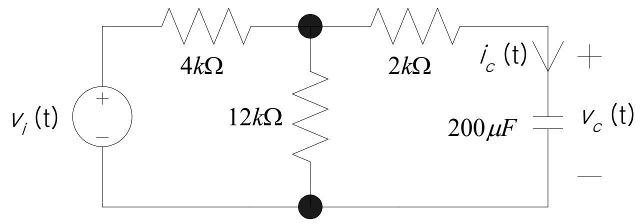


그림 p9.12

[풀이]

[9.12] $4k//12k = 3k$, $v_i \times \dfrac{12}{4+12} = \dfrac{3}{4}v_i$이므로 테브난의 등가회로는 그림s9.12와 같다.

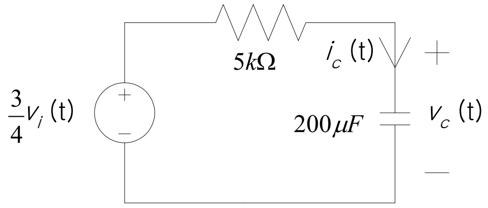


그림 s9.12

$t > 0$에서,

$$\frac{3}{4}v_i(t) = 5\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{3}{4}v_i(t) = 5\times10^3\times200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = \frac{3}{4}v_i(t)$$

이고, 초기치는 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ 이다.

(1) $v_i(t) = 12u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 9u_s(t) + 6e^{-2t}u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + V_c(s) = \frac{9}{s} + \frac{6}{s+2}$$

이므로,

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{9}{s(s+1)} + \frac{6}{(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{9}{s} - \frac{9}{s+1} + \frac{6}{s+1} - \frac{6}{s+2} \\ &= \frac{9}{s} - \frac{3}{s+1} - \frac{6}{s+2} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 9 - 3e^{-t} - 6e^{-2t}\ [\text{V}], \quad t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$\begin{aligned} i_c(t) &= 200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 200\times10^{-6}(3e^{-t} + 12e^{-2t}) \\ &= 0.6e^{-t} + 2.4e^{-2t}\ [\text{mA}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다. 또한

$$\lim_{t\to\infty} v_c(t) = 9[\text{V}],$$

$$\lim_{t\to\infty} i_c(t) = 0[\text{A}]$$

이다.

(2) $v_i(t) = 12\sin t\, u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; v_c(t) \;=\; 9\sin t u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + V_c(s) \;=\; 9\times\frac{1}{s^2+1^2}$$

이므로,

$$V_c(s) \;=\; \frac{9}{(s+1)(s^2+1)}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}}{s+1} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+1}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$\frac{9}{2}(s^2+1) + (s+1)(k_1 s + k_2) \;=\; 9$$

로부터 $\frac{9}{2} + k_1 = 0$, $k_1 + k_2 = 0$, $\frac{9}{2} + k_2 = 9$를 얻는다.

즉, $k_1 = -\frac{9}{2}$, $k_2 = \frac{9}{2}$ 이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{\frac{9}{2}}{s+1} - \frac{9}{2}\frac{s-1}{s^2+1}$$

따라서,

$$v_c(t) \;=\; \frac{9}{2}e^{-t} - \frac{9}{2}(\cos t - \sin t)\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

$$= \frac{9}{2}e^{-t} + \frac{9\sqrt{2}}{2}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right), \quad t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) \;=\; 200\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= -0.9e^{-t} + \frac{9\sqrt{2}}{10}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)\ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다. 또한 교류정상상태에서의 응답은

$$v_{c,s}(t) = \lim_{t\to\infty} v_c(t) = \frac{9\sqrt{2}}{2}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{V}],$$

$$i_{c,s}(t) = \lim_{t\to\infty} i_c(t) = \frac{9\sqrt{2}}{10}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{mA}]$$

이다.

[9.13] 그림 p9.13의 회로에서, $i_i(t) = 4\cos 2t u_s(t)$[mA]의 정현파신호가 인가될 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) 주어진 회로는 몇 초 지나면 교류정상상태에 도달한다고 볼 수 있는가?

(2) $t > 0$에서의 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $v_{c,s}(t)$를 구하여라.

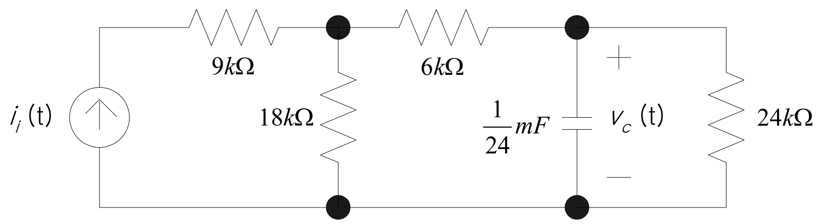


그림 p9.13

[풀이]

[9.13]

(1) $R_{eq} = (6k + 18k)//24k = 12k,$

$$v_{oc} = i_i(t) \times \frac{18}{18+30} \times 24 \times 10^3 = 9 \times 10^3 i_i(t) = 36\cos 2t\, u_s(t)[\mathrm{V}]$$

이므로 테브난의 등가회로는 그림 s9.13와 같다.

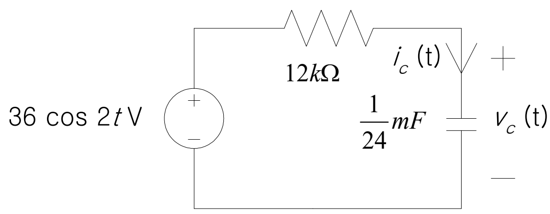


그림 s9.13

시정수는 $\tau = RC = 12 \times 10^3 \times \frac{1}{24} \times 10^{-3} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초]이면 회로는 교류정상상태에 도달한다.

(2) $t > 0$에서,

$$36\cos 2t \;=\; 12 \times 10^3 i_c(t) \;+\; v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) \;=\; \frac{1}{24} \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$36\cos 2t \;=\; 12 \times 10^3 \times \frac{1}{24} \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; v_c(t)$$

위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; 2\,v_c(t) \;=\; 72\cos 2t$$

이고, 초기치는 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ 이다.

라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + 2\,V_c(s) \;=\; 72\times\frac{s}{s^2+2^2}$$

이므로

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{72s}{(s+2)(s^2+4)} \\ &= \frac{-18}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+4} \end{aligned}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$-18(s^2+4) + (s+2)(k_1 s + k_2) \;=\; 72s$$

로부터 $-18 + k_1 = 0$, $2k_1 + k_2 = 72$, $-18\times 4 + 2k_2 = 0$를 얻는다.

즉, $k_1 = 18$, $k_2 = 36$ 이므로

$$\begin{aligned} V_c(s) &= -\frac{18}{s+2} + \frac{18s+36}{s^2+4} \\ &= -\frac{18}{s+2} + \frac{18s+2\times 18}{s^2+2^2} \end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{aligned} v_c(t) &= -18\,e^{-2t} + 18\cos 2t + 18\sin 2t \text{ [V]}, \quad t > 0 \\ &= -18\,e^{-2t} + 18\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right), \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $v_{c,s}(t)$는

$$v_{c,s}(t) \;=\; 18\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) \text{[V]}$$

이다.

[9.14] 그림 p9.14의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i_c(0^-)$, $i(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

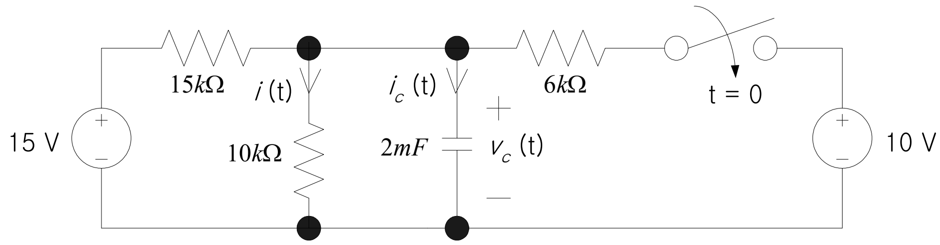


그림 p9.14

[풀이]

[9.14]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.14a 회로와 같고,

$$v_c(0^-) = 15\times\frac{10}{25} = 6[\mathrm{V}],$$

$$i(0^-) = \frac{15}{25k} = \frac{3}{5}[\mathrm{mA}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

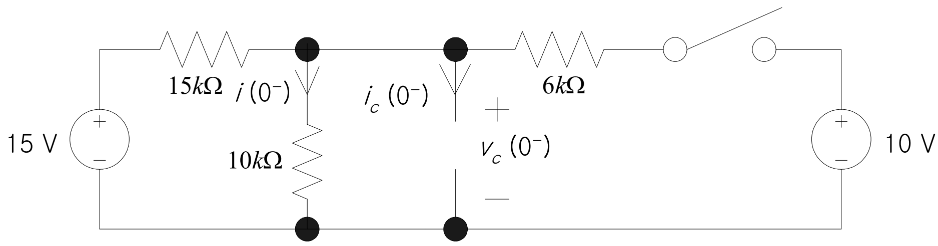


그림 s9.14a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.14b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 6[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{6 - v_c(0^+)}{6k} - \frac{v_c(0^+) - 10}{6k} = \frac{2}{3}[\mathrm{mA}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}[\mathrm{mA}]$$

이다.

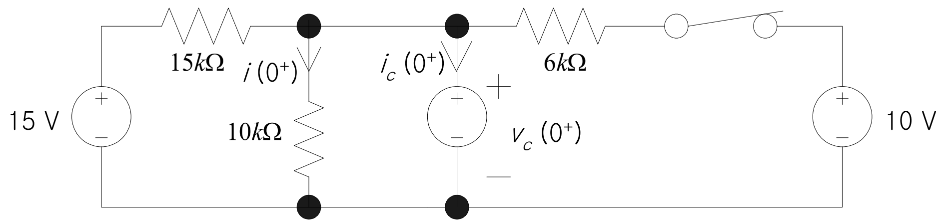


그림 s9.14b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.14c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15\times\frac{(10\,//\,6)}{15+(10\,//\,6)} + 10\times\frac{(15\,//\,10)}{6+(15\,//\,10)}$$

$$= 15\times\frac{\frac{15}{4}}{15+\frac{15}{4}} + 10\times\frac{6}{6+6}$$

$$= 3+5$$

$$= 8[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{v_c(\infty)}{10k} = 8[\mathrm{mA}]$$

이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

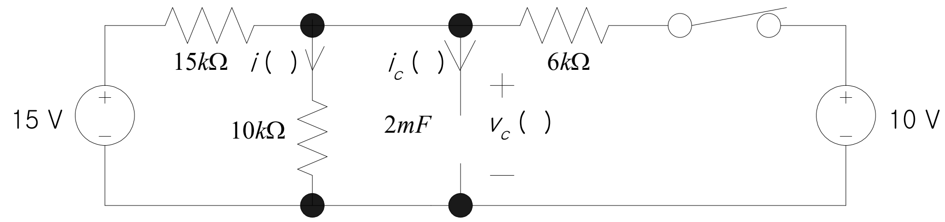


그림 s9.14c $t = \infty$에서의 등가회로

(4) $t > 0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림 p9.14 회로는 그림 s9.14d의 (a)회로와 같고, (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$8 = 3\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{6}v_c(t) = \frac{4}{3} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 6[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{6}V_c(s) = \frac{4}{3}\frac{1}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{6}{s+\frac{1}{6}} + \frac{\frac{4}{3}}{s(s+\frac{1}{6})}$$

$$= \frac{6}{s+\frac{1}{6}} + \left(\frac{8}{s} - \frac{8}{s+\frac{1}{6}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 8 - 2e^{-\frac{t}{6}} \ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

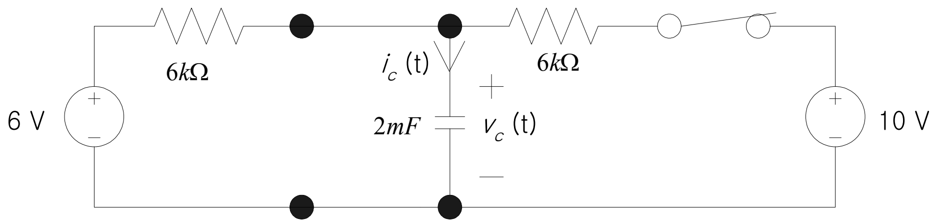
이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

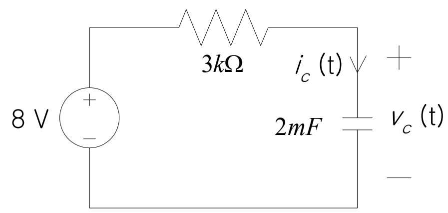
$$= 2\times10^{-3}\times(-2)\times(-\frac{1}{6})e^{-\frac{t}{6}}$$

$$= \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{6}} \ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s9.14d

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 3\times10^3\times2\times10^{-3} = 6$[초]이므로 $5\tau = 30$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 8 - 2e^{-\frac{t}{6}} \ [\mathrm{V}], \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{6}}, & t > 0 \end{cases} \ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.14e와 같다.

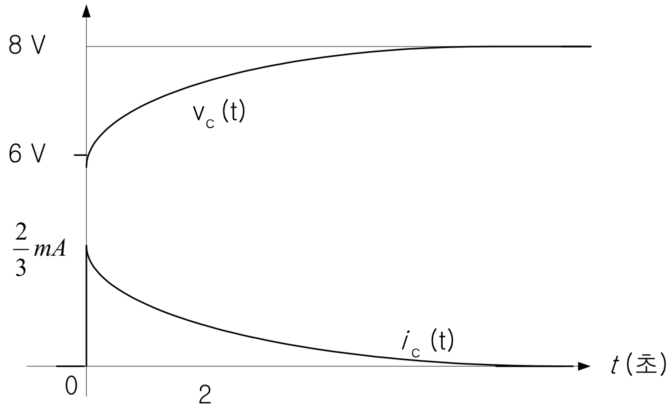


그림 s9.14e

[9.15] 그림 p9.15의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i_c(0^-)$, $i(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

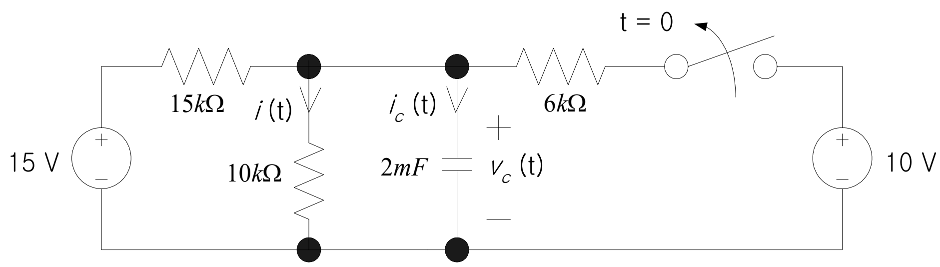


그림 p9.15

[풀이]

[9.15]

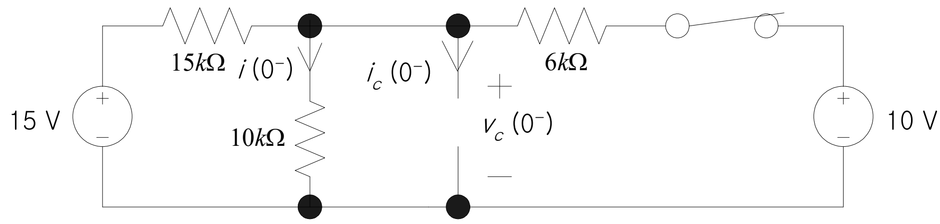
(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.15a의 (a) 회로와 같고, $15k//10k=6k$이고 $v_{oc}=15\times\frac{10}{15+10}=6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. 따라서,

$$v_c(0^-)=6\times\frac{1}{2}+10\times\frac{1}{2}=8\text{[V]},$$

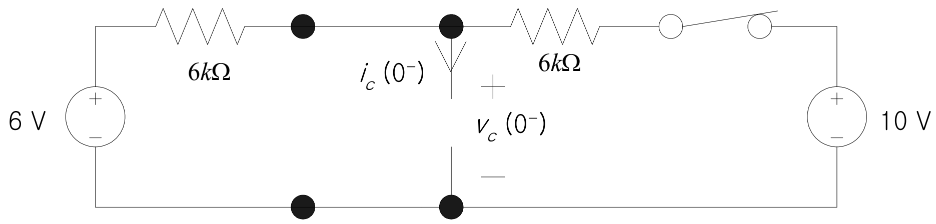
$$i(0^-) = \frac{8}{10k} = \frac{4}{5}\,[\text{mA}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\text{A}]$$

이다.



(a)



(b)

그림 s9.15a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.15b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\text{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{15 - v_c(0^+)}{15k} - i(0^+) = -\frac{1}{3}\,[\text{mA}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{10} = 8[\text{mA}]$$

이다.

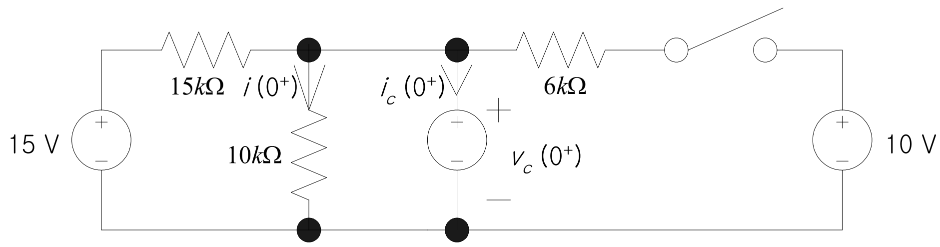


그림 s9.15b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.15c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15 \times \frac{10}{15 + 10} = 6[\text{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\text{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{v_c(\infty)}{10k} = 6[\mathrm{mA}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

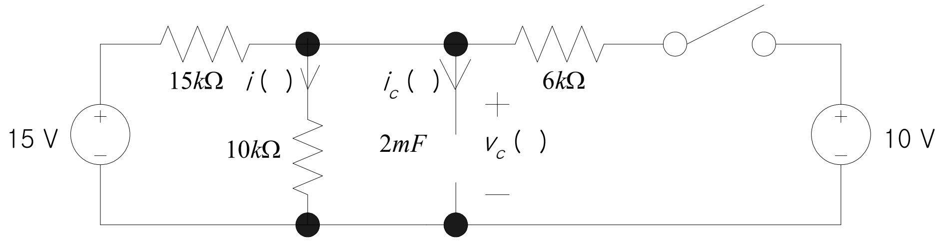


그림 s9.15c $t = \infty$에서의 등가회로

(4) $t > 0$에서 그림 p9.15 회로는 그림 s9.15d의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$6 = 6 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2 \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{12} v_c(t) = \frac{1}{2} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{12} V_c(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{8}{s + \frac{1}{12}} + \frac{\frac{1}{2}}{s(s + \frac{1}{12})}$$

$$= \frac{8}{s + \frac{1}{12}} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s + \frac{1}{12}} \right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 6 + 2e^{-\frac{t}{12}} \ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 2 \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= \ 2\times 10^{-3}\times(2)\times(-\frac{1}{12})e^{-\frac{t}{12}}$$

$$= -\frac{1}{3}e^{-\frac{t}{12}} \ [\text{mA}], \ \ t>0$$

이다.

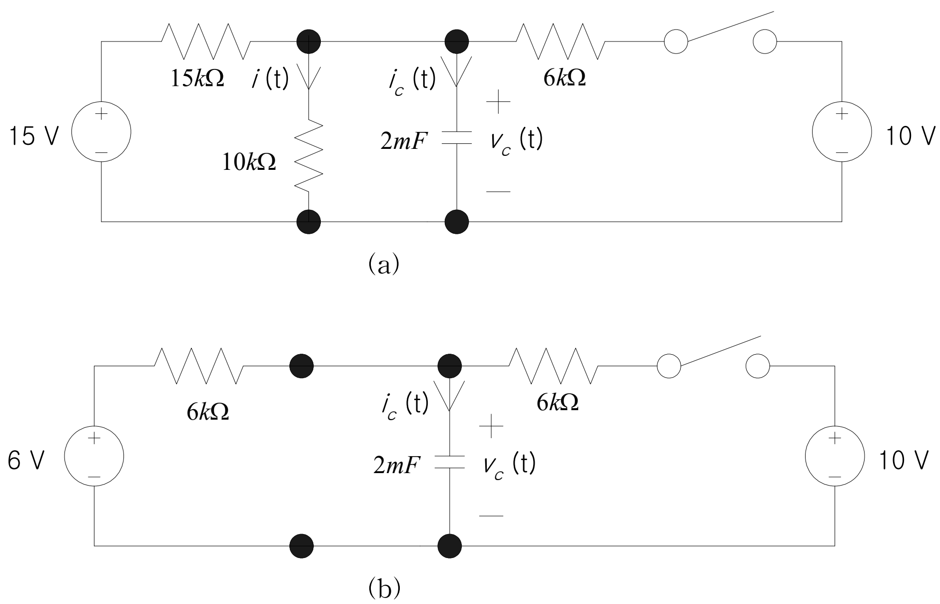


그림 s9.15d

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 6\times 10^{3}\times 2\times 10^{-3} = 12$[초]이므로 $5\tau = 60$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터

$$v_c(t) \ = \ 6+2e^{-\frac{t}{12}} \ [\text{V}], \quad t\geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t=0^- \\ -\frac{1}{3}e^{-\frac{t}{12}}, & t>0 \end{cases} \ [\text{mA}]$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.15e와 같다.

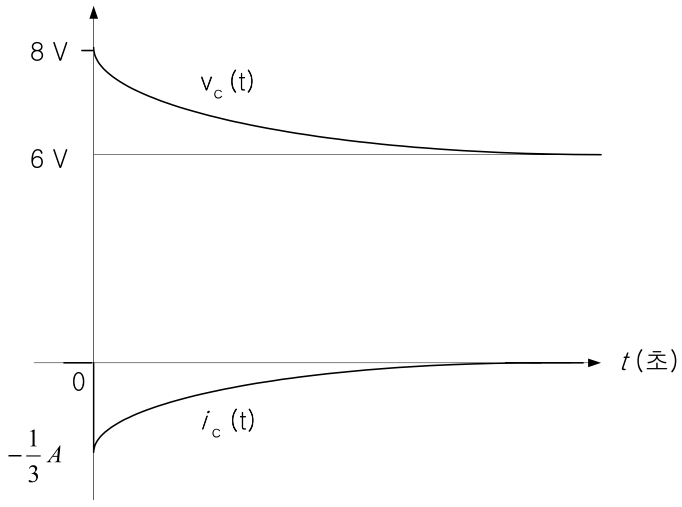


그림 s9.15e

[9.16] 그림 p9.16의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(4) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

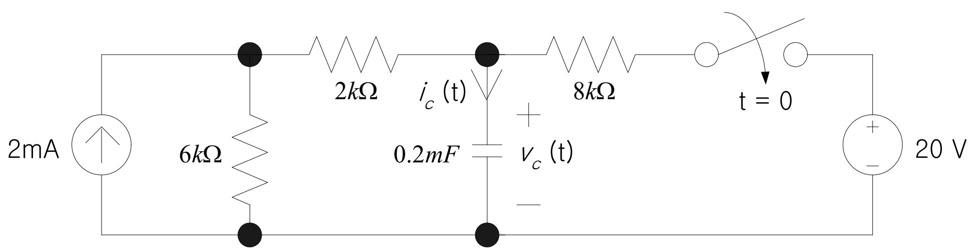


그림 p9.16

[풀이]

[9.16] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p9.16v 회로와 같다.

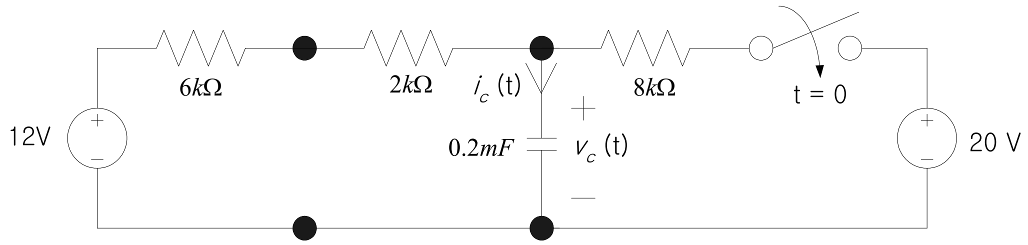


그림 p9.16v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t = 0^-$에서 등가회로는 그림 s9.16a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

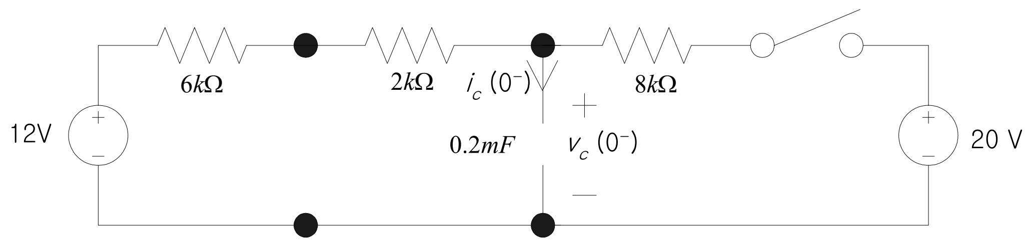


그림 s9.16a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.16b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{8k} + \frac{20 - v_c(0^+)}{8k} = 1[\mathrm{mA}],$$

이다.

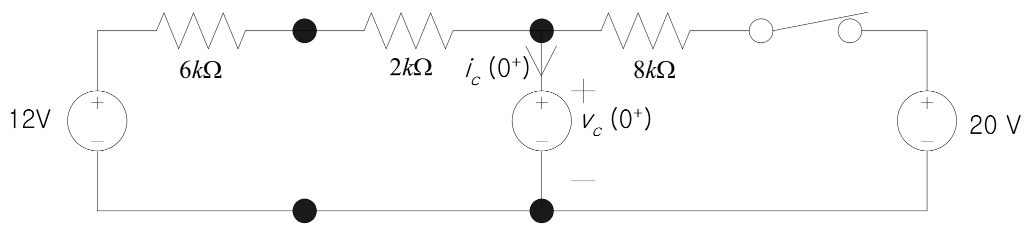


그림 s9.16b

(3) $t > 0$에서 그림 p9.16v 회로는 그림 s9.16c의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $(2k + 6k)//8k = 4k$이고 $v_{oc} = 12 \times \frac{1}{2} + 20 \times \frac{1}{2} = 16[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$16 \;=\; 4\times10^{3} i_c(t) \;+\; v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{0.8}v_c(t) = \frac{16}{0.8} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{5}{4}V_c(s) = \frac{20}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{12}{s+\frac{5}{4}} + \frac{20}{s(s+\frac{5}{4})}$$

$$= \frac{12}{s+\frac{5}{4}} + \left(\frac{16}{s} - \frac{16}{s+\frac{5}{4}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 16 - 4e^{-\frac{5}{4}t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

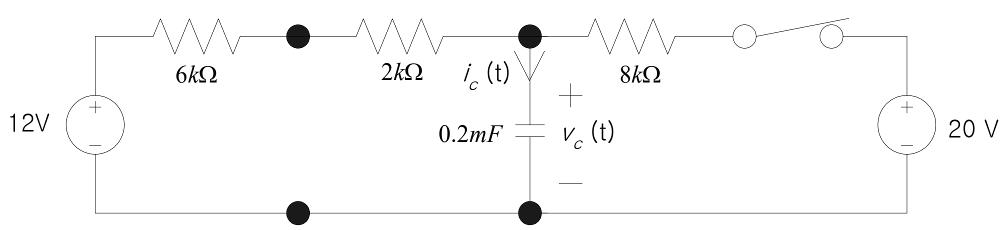
이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

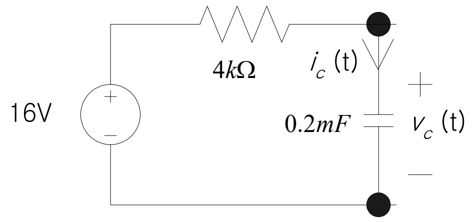
$$= 0.2\times10^{-3}\times(-4)\times(-\frac{5}{4})e^{-\frac{5}{4}t}$$

$$= e^{-\frac{5}{4}t}\ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s9.16c

(4) 그림 s9.16c의 (b)회로로부터

$v_c(\infty) = 16[\mathrm{V}]$,

$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$,

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times 10^3 \times 0.2 \times 10^{-3} = 0.8$[초]이므로 $5\tau = 4$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

[9.17] 그림 p9.17의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(4) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

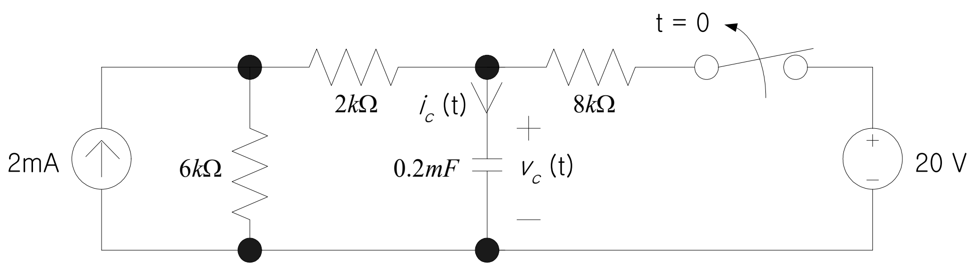


그림 p9.17

[풀이]

[9.17] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p9.17v 회로와 같다.

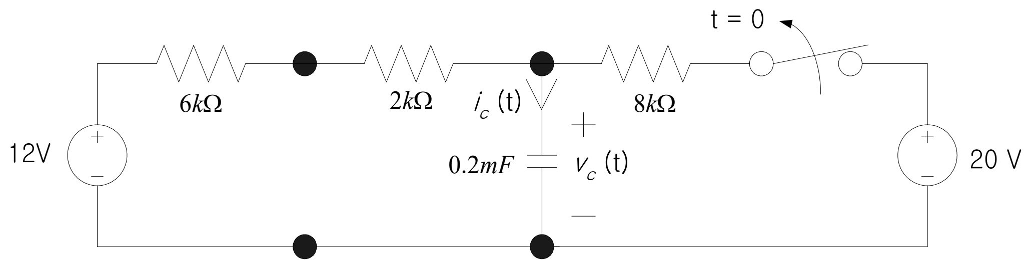


그림 p9.17v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.17a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 12\times\frac{1}{2} + 20\times\frac{1}{2} = 16[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

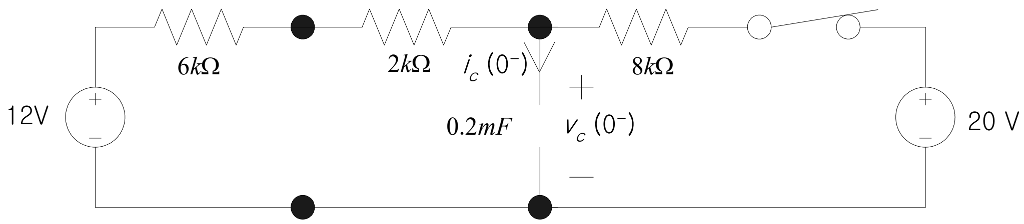


그림 s9.17a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.17b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 16[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{8k} = -0.5[\mathrm{mA}]$$

이다.

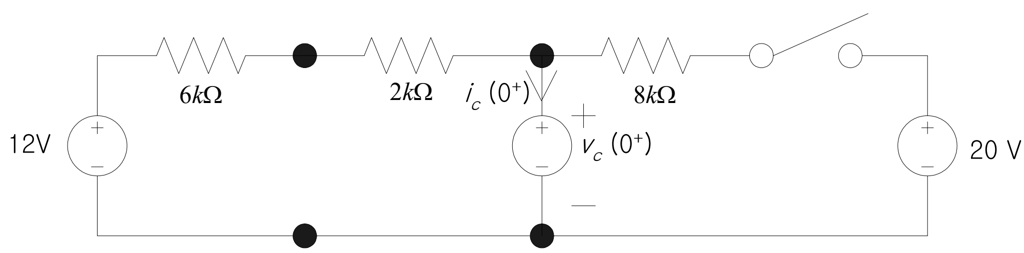


그림 s9.17b

(3) $t>0$에서 그림 p9.17v 회로는 그림 s9.17c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 = 8\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{1.6}v_c(t) = \frac{12}{1.6} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 16[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{5}{8}V_c(s) = \frac{\frac{15}{2}}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{16}{s+\frac{5}{8}} + \frac{\frac{15}{2}}{s(s+\frac{5}{8})}$$

$$= \frac{16}{s+\frac{5}{8}} + \left(\frac{12}{s} - \frac{12}{s+\frac{5}{8}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 12 + 4e^{-\frac{5}{8}t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= 0.2\times10^{-3}\times(4)\times(-\frac{5}{8})e^{-\frac{5}{4}t}$$

$$= -0.5e^{-\frac{5}{8}t}\ [\mathrm{mA}], \quad t>0$$

이다.

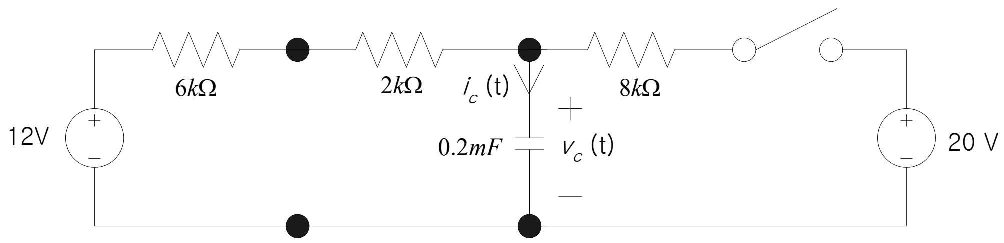


그림 s9.17c

(4) 그림 s9.17c의 회로로부터

$v_c(\infty) = 12[\mathrm{V}]$,

$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$,

이다. 위의 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 8\times10^3\times0.2\times10^{-3} = 1.6$[초]이므로 $5\tau = 8$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

[9.18] 그림 p9.18의 회로는 $t = -0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, $t>0$에서의 $v_c(t)$를 구하여라.

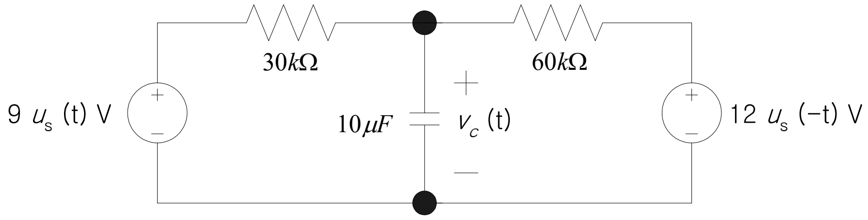


그림 p9.18

[풀이]

[9.18]

(i) $t<0$에서 회로는 그림 s9.18a 회로와 같고, $t = -0^-$에서 정상상태에 있으므로,

$$v_c(-0^-) = 12\times\frac{30}{90} = 4[\mathrm{V}]$$

이다.

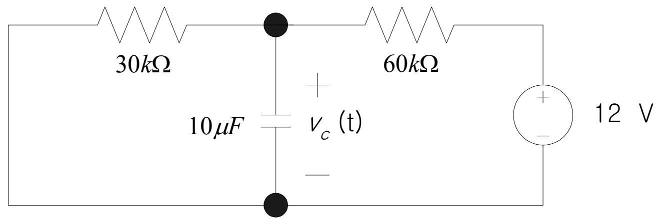


그림 s9.18a

(ii) $t>0$에서 회로는 그림 s9.18b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $30k//60k = 20k$, $v_{oc} = 9\times\frac{60}{90} = 6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다.

KVL을 적용하면

$$6 = 20\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{0.2}v_c(t) = \frac{6}{0.2} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 5V_c(s) = \frac{30}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{4}{s+5} + \frac{30}{s(s+5)}$$
$$= \frac{4}{s+5} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s+5}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 6 - 2e^{-5t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.,

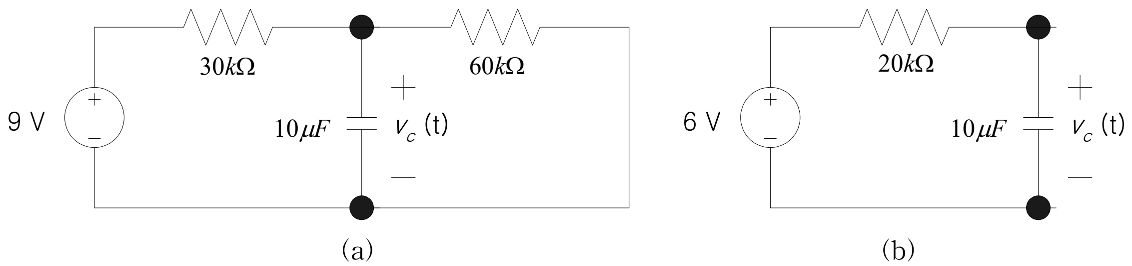


그림 s9.18b

[9.19] 그림 p9.19의 회로에서, 스위치가 충분한 시간 동안 a 위치와 b 위치 어느 곳에도 연결되지 않은 상태로 있었다. $t=0$에서 스위치를 a의 위치에 연결한 다음, $t=2$[초]에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $v_c(0^+)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

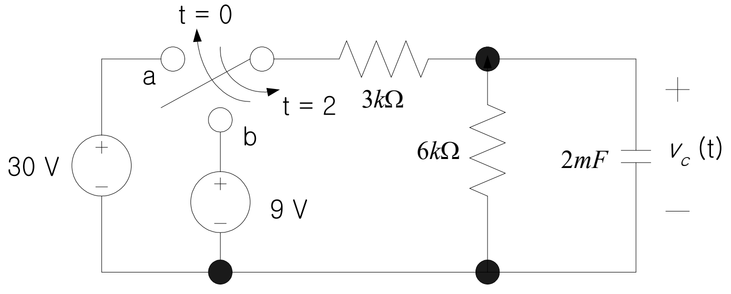


그림 p9.19

[풀이]

[9.19]

(1) $t = 0^-$에서 그림 p9.19의 회로는 정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0$[V]이고,

커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(2) (i) $0 < t < 2$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 30 \times \frac{6}{9} = 20$[V]이므로 그림 s9.19a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$20 = 2 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2 \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{4} v_c(t) = 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{4} V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{5}{s(s+\frac{1}{4})}$$

$$= \frac{20}{s} - \frac{20}{s+\frac{1}{4}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 20 - 20e^{-\frac{t}{4}} \; [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

(ii) $2 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 9 \times \frac{6}{9} = 6$[V]이므로 그림 s9.19b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$6 = 2 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2 \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{4} v_c(t) = \frac{3}{2} \qquad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(2^+) = v_c(2^-) = 20\,(1 - e^{-0.5})[\mathrm{V}]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(2^+) + \frac{1}{4}\,V_c(s) = \frac{\frac{3}{2}}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{20(1-e^{-0.5})}{s+\frac{1}{4}} + \frac{\frac{3}{2}}{s(s+\frac{1}{4})}$$

$$= \frac{20(1-e^{-0.5})}{s+\frac{1}{4}} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s+\frac{1}{4}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 20(1-e^{-0.5})\,e^{-\frac{(t-2)}{4}}u_s(t-2) + 6u_s(t-2) - 6e^{-\frac{t-2}{4}}u_s(t-2)\ [\mathrm{V}],\quad t>2$$

$$= 6 + (14-20\,e^{-0.5})\,e^{-\frac{(t-2)}{4}},\ t>2$$

이다. 즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 20(1-e^{-\frac{t}{4}}), & 0<t<2 \\ 6 + (14-20\,e^{-0.5})\,e^{-\frac{(t-2)}{4}}, & 2\le t \end{cases}$$

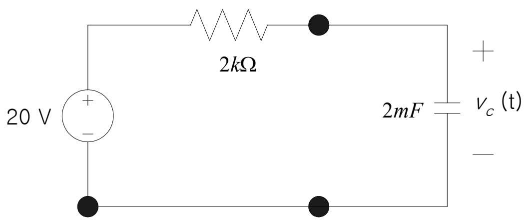


그림 s9.19a

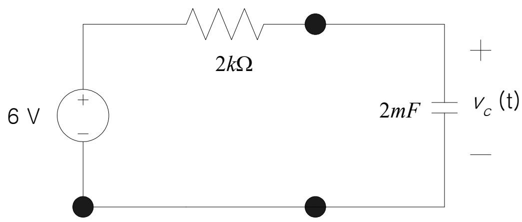


그림 s9.19b

(3) 그림 s9.19b의 회로에서 $v_c(\infty) = 6[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.19c와 같다.

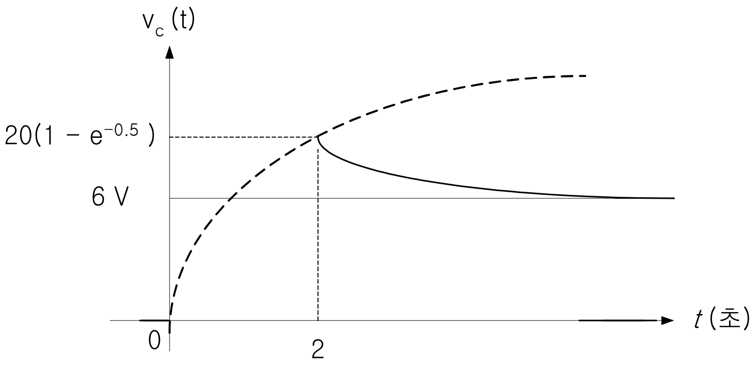


그림 s9.19c

[9.20] 그림 p9.20의 회로에서, $v_c(0^-) = 0$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $t > 0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(3) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

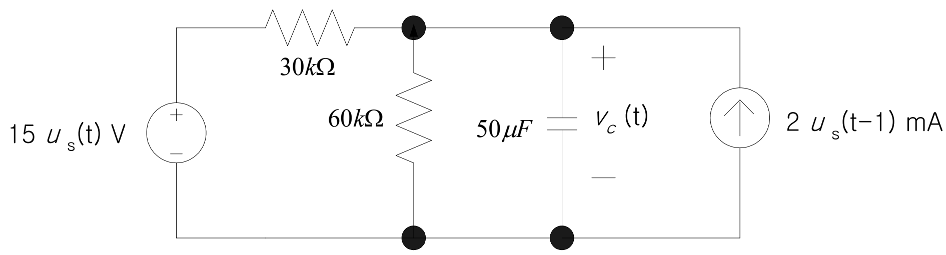


그림 p9.20

[풀이]

[9.20]

(1) (i) $0 < t < 1$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 15 \times \dfrac{60k}{90k} = 10$[V]이므로 그림 s9.20a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$10 = 20 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 10 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) = \frac{10}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$
$$= \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10(1 - e^{-t}) \text{ [V]}, \quad 0 < t < 1$$

이다.

(ii) $1 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면,

$v_{oc} = 15\times\frac{60k}{90k} + 20k\times2\times10^{-3} = 50[V]$이므로 그림 s9.20b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$50 = 20\times10^{3} i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 50 \quad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(1^+) = v_c(1^-) = 10(1-e^{-1})[V]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(1^+) + V_c(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10(1-e^{-1})}{s+1} + \frac{50}{s(s+1)}$$

$$= \frac{10(1-e^{-1})}{s+1} + \left(\frac{50}{s} - \frac{50}{s+1}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1) + 50u_s(t-1) - 50e^{-(t-1)}u_s(t-1) \ [V], \quad t > 1$$

$$= 50 - (40+10e^{-1})e^{-(t-1)}, \quad t > 1$$

이다. 즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 10(1-e^{-t}), & 0 < t < 1 \\ 50 - (40+10e^{-1})e^{-(t-1)}, & 1 \le t \end{cases}$$

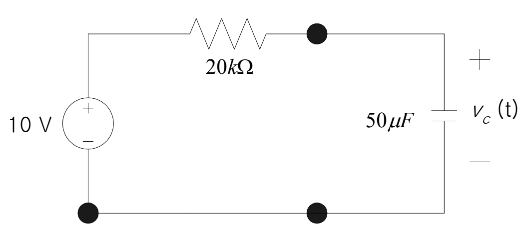


그림 s9.20a

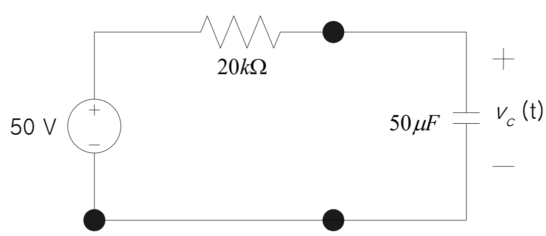


그림 s9.20b

(3) 그림 s9.20b의 회로에서 $v_c(\infty) = 50[V]$이다.

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.20c와 같다.

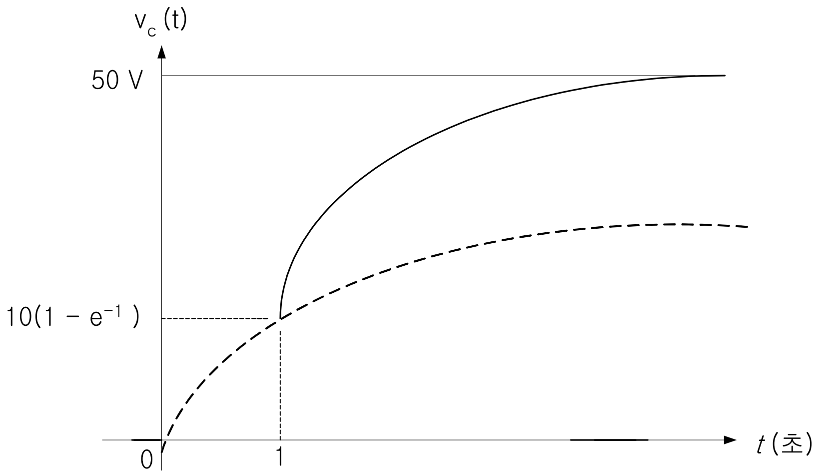


그림 s9.20c

[9.21] 그림 p9.21의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

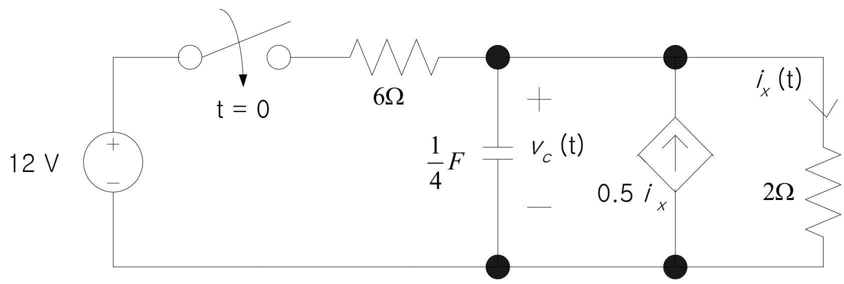


그림 p9.21

[풀이]

[9.21]

(1) $t<0$에서 KCL을 적용하면

$$\frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} - \frac{1}{2}i_x + i_x = 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \quad \text{-----------------} \quad ①$$

따라서, $v_c(t) \;=\; v_c(-\infty)e^{-t}$ 이고, 시간이 충분히 흐른 상태에서는

$$v_c(0^-) \;=\; 0[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $0 < t$에서 KCL을 적용하면,

$$-\frac{12 - v_c(t)}{6} \;+\; \frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} \;-\; 0.5\,i_x \;+\; i_x \;=\; 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; \frac{5}{3}v_c(t) \;=\; 8 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

따라서, $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{8}{s(s+\frac{5}{3})}$$

$$= \frac{\frac{24}{5}}{s} - \frac{\frac{24}{5}}{s+\frac{5}{3}}$$

이고,

$$v_c(t) \;=\; \frac{24}{5}(1 - e^{-\frac{5}{3}t})\ [\mathrm{V}],\quad t > 0$$

이다.

(3) $t = \infty$에서 등가회로는 그림 s9.21a의 회로와 같고,

$$-\frac{12 - v_c(\infty)}{6} \;-\; 0.5\,i_x \;+\; i_x \;=\; 0$$

이고 $i_x = \frac{1}{2}v_c(\infty)$이므로, $v_c(\infty) = \frac{24}{5}[\mathrm{V}]$이다. 이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

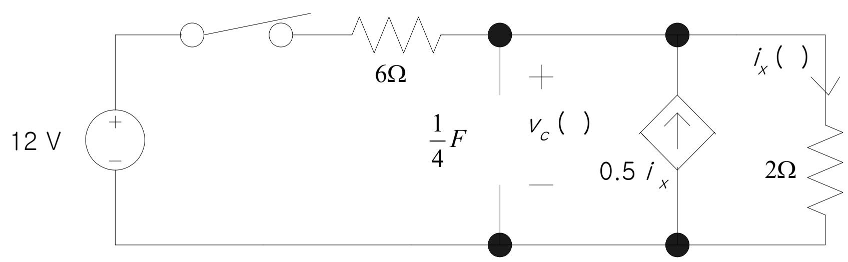


그림 s9.21a

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.21b와 같다.

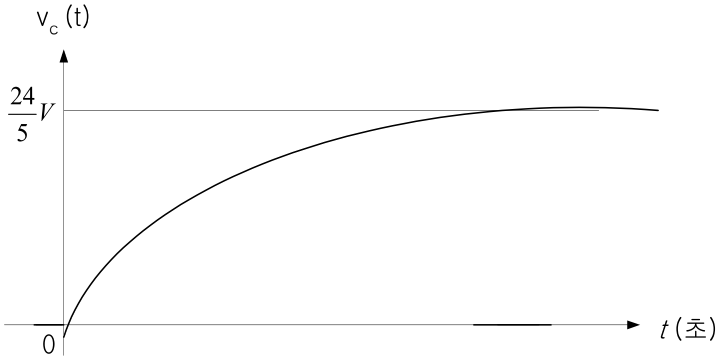


그림 s9.21b

[9.22] 그림 p9.22의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

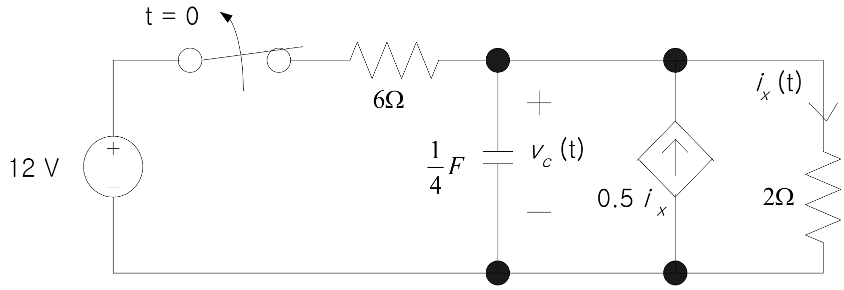


그림 p9.22

[풀이]

[9.22]

(1) $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.22a와 같고, KCL을 적용하면,

$$\frac{12-v_c(0^-)}{6}+\frac{1}{2}i_x = ix$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(0^-)}{2}$$

이므로

$$v_c(0^-) \;=\; \frac{24}{5}\,[\mathrm{V}]$$

이다.

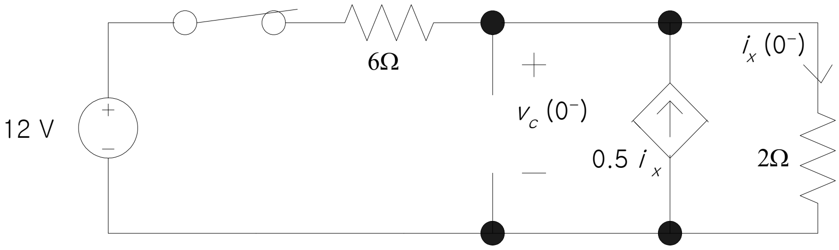


그림 s9.22a

(2) $t>0$에서 KCL을 적용하면

$$\frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} - \frac{1}{2}i_x + i_x = 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

$v_c(0^+) = v_c(0^-) = \frac{24}{5}$ [V]이므로,

$$v_c(t) = \frac{24}{5}e^{-t} \text{ [V], t '>'0}$$

이다.

(3) (2)의 결과에 극한을 취하면 $v_c(\infty) = 0$[V]이다.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.22b와 같다.

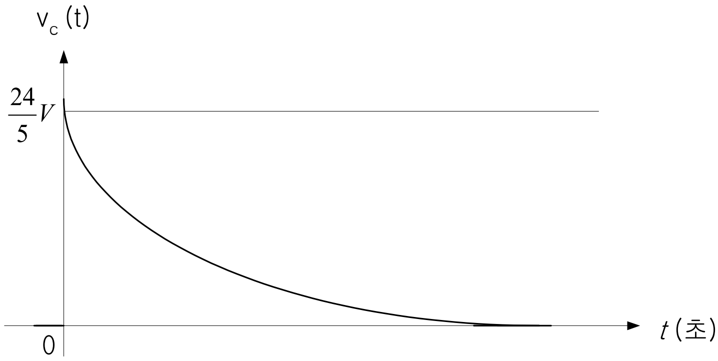


그림 s9.22b

[9.23] 그림 p9.23의 회로에서, $v_c(0^-) = 0$[V]일 때 다음 물음에 답하여라.

(1) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(3) 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(4) $t > 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

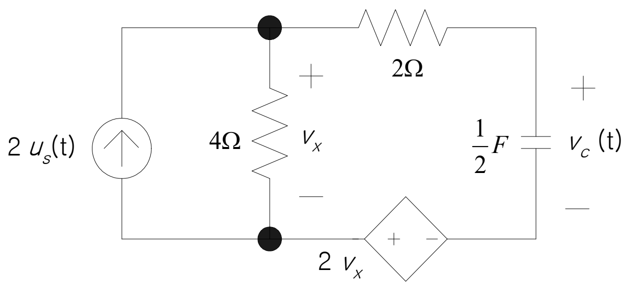


그림 p9.23

[풀이]

[9.23]

(1) 루프전류를 $i(t)$라고 하고, $t > 0$에서 KVL을 적용하면

$$v_x = 2i + v_c - 2v_x$$

이고,

$$v_x = 4(2 - i)$$

이므로

$$14i + v_c = 24$$

이다. 한편

$$i(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{7}v_c(t) = \frac{24}{7}$$

$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$[V]이므로,

$$V_c(s) = \frac{\frac{24}{7}}{s(s+\frac{1}{7})}$$

$$= \frac{24}{s} - \frac{24}{s+\frac{1}{7}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 24(1 - e^{-\frac{t}{7}}) \text{ [V], t '>'0}$$

이다.

(2) (1)의 결과에 극한을 취하면 $v_c(\infty) = 24$[V]이다.

또는 $t = \infty$에서 커패시터는 개방회로이므로 $v_c(\infty) = 3v_x$ 이고 $v_x = 4\times2 = 8$[V]이므로 $v_c(\infty) = 24$[V]이다.

(3) 시정수는 $\tau = 7$[초]이므로 $5\tau = 35$[초] 지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.23a와 같다.

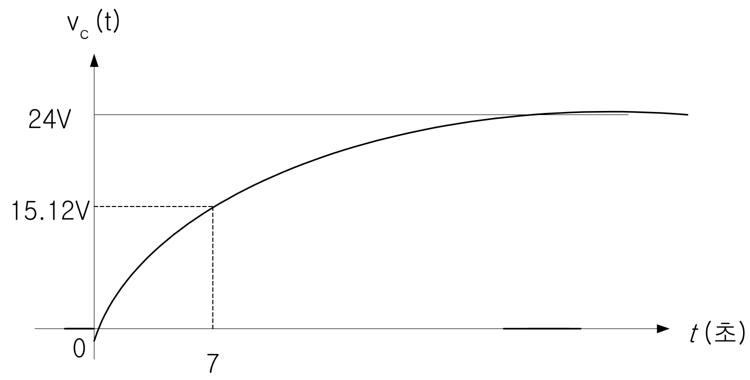


그림 s9.23a

<< 9.3 RL회로의 응답 >>

[9.24] 그림 p9.24의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 a의 위치에서 b의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-) = 0.8$[A]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

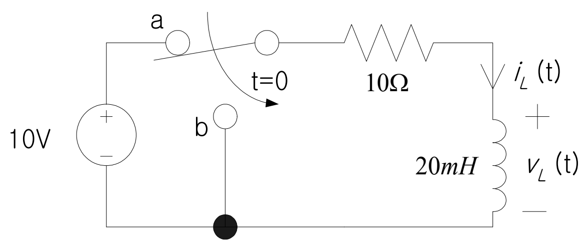


그림 p9.24

[풀이]

[9.24]

(1) $v_L(0^-) = 10 - 10 \times i_L(0^-) = 2$[V],

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.8$[A],

$v_L(0^+) = -10 \times i_L(0^+) = -8$[V]

이다.

(2) $t>0$에서 그림 p9.24 회로는 그림 s9.24a 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\,i_L(t) \;+\; 20\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 0$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 500\,i_L(t) \;=\; 0 \qquad ------------------ \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.8[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{0.8}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 0.8\,e^{-500t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 20\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 20\times10^{-3}\times0.8\times(-500)\,e^{-500t} \;=\; -8\,e^{-500t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다.

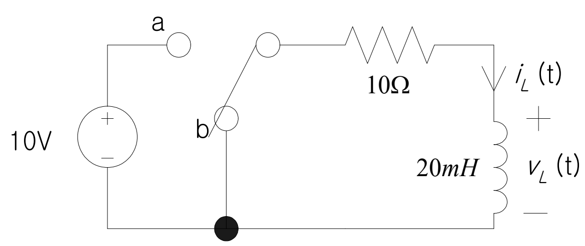


그림 s9.24a $t>0$에서의 등가회로

(3) $i_L(\infty) \;=\; \lim_{t\to\infty} 0.8\,e^{-500t} \;=\; 0[\mathrm{A}]$ 이고,

$v_L(\infty) \;=\; \lim_{t\to\infty} -8\,e^{-500t} \;=\; 0[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t>0$일 때, 시정수는 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{20\times10^{-3}}{10} = 2[\mathrm{ms}]$이므로 $5\tau = 10[\mathrm{ms}]$ 후면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 0.8\,e^{-500t}\ [\mathrm{V}], \quad t\geq0$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} -8\ V, & t=0^- \\ -8\,e^{-500t}\,V, & t>0 \end{cases}$$

이다. $t = \dfrac{L}{R} = 2$[ms]에서 $i_L(0.002) = 0.8 \times 0.368 = 0.2944$[A]이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.24b와 같다.

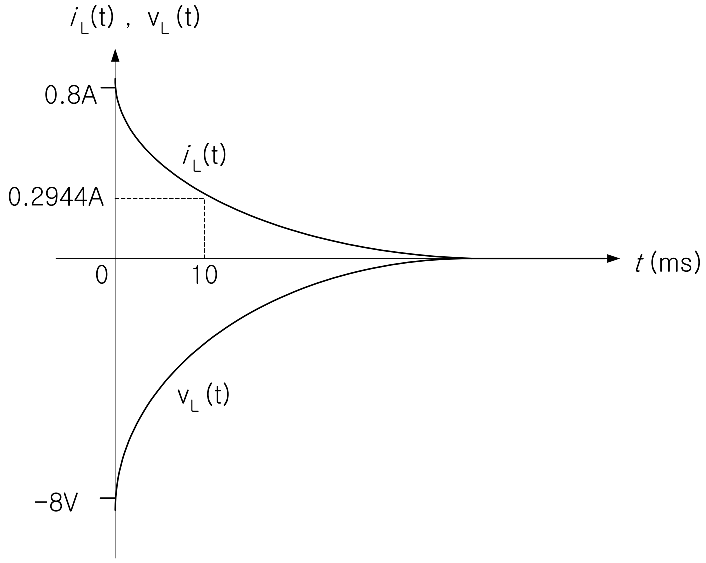


그림 s9.24b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[9.25] 그림 p9.25의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$, $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

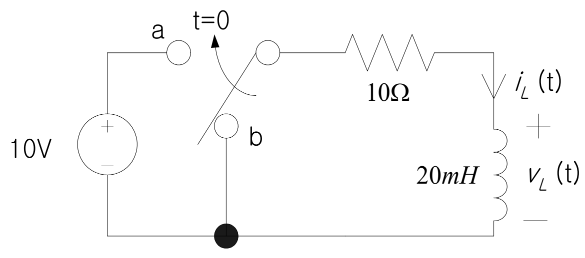


그림 p9.25

[풀이]

[9.25]

(1) 스위치가 충분한 시간동안 b의 위치에 있었으므로

$$i_L(0^-) = 0[\text{mA}],\quad v_L(0^-) = 0[\text{V}]$$

이고,

$$i_L(0^+) \;=\; i_L(0^-) \;=\; 0[\mathrm{V}],$$

$$v_L(0^+) \;=\; 10 - 10 \times i_L(0^+) \;=\; 10[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) (i) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로 $t = 0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$, $v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$이다.

(ii) $t > 0$에서 그림 p9.25 회로는 그림 s9.25a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10 \;=\; 10 \times i_L(t) \;+\; 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 500\, i_L(t) \;=\; 500 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\, I_L(s) \;=\; \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{500}{s(s+500)}$$

$$\;=\; \frac{1}{s} - \frac{1}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1 \;-\; e^{-500t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이다. $v_c(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 10\, e^{-500\,t}\ [\mathrm{V}]\ , \quad t > 0$$

이다.

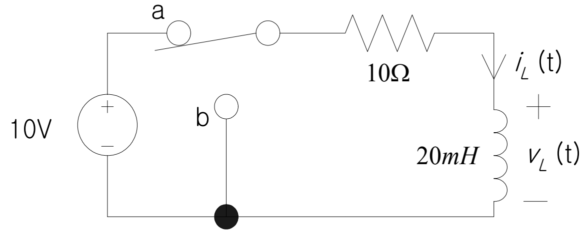


그림 s9.2a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $i_L(\infty) \;=\; 1[\mathrm{A}]$ 이고, $v_L(\infty) \;=\; 0[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = \frac{L}{R} = 2[\mathrm{ms}]$이므로 $5\tau = 10[\mathrm{ms}]$ 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 1 - e^{-500t}\ [\mathrm{A}], \quad t \ge 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ 10\,e^{-500\,t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이다. $t = \tau = 2[\mathrm{ms}]$에서 $i_L(0.002) = 1 - 1 \times 0.368 = 0.632[\mathrm{A}]$이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.25b와 같다.

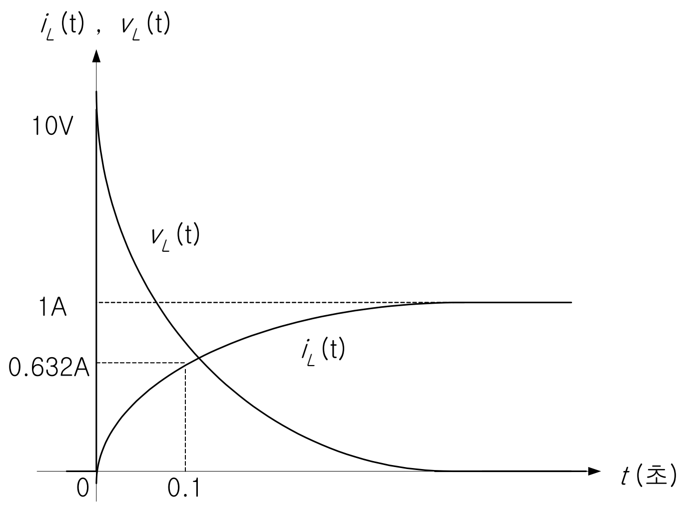


그림 s9.25b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[9.26] 그림 p9.26의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-) = 0.2[\mathrm{A}]$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $i_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

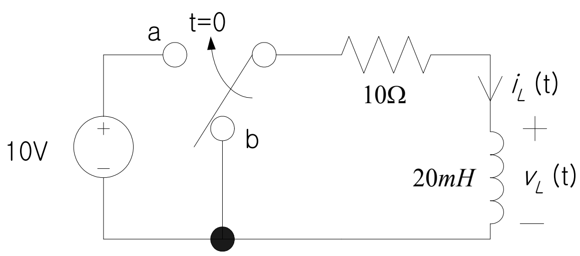


그림 p9.26

[풀이]

[9.26]

(1) $i_L(0^-) = 0.2$[A]이므로 $v_L(0^-) = -10 \times i_L(0^-) = -2$[V]이고,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.2\text{[A]},$$

$$v_L(0^+) = 10 - 10\, i_L(0^+) = 8\text{[V]}$$

이다.

(2) $t > 0$에서 KVL을 적용하면

$$10\, i_L(t) + 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt} = 10$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 500\, i_L(t) = 500 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.2\text{[A]}$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\, I_L(s) = \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{0.2}{s+500} + \frac{500}{s(s+500)}$$

$$= \frac{0.2}{s+500} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 0.2e^{-500t} + 1 - e^{-500t}\ \text{[A]}, \quad t > 0$$

$$= 1 - 0.8e^{-500t}, \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt} = 8e^{-500t}\ \text{[V]}\ , \quad t > 0$$

이다.

(3) $i_L(\infty) = 1$[A] 이고, $v_L(\infty) = 0$[V]이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수는 $\tau = 2$[ms]이므로 $5\tau = 10$[ms] 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 1 - 0.8e^{-500t}, \quad t > 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} -2\ V, & t = 0^- \\ 8e^{-500t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이다. $t = 2$[ms]에서 $i_L(0.002) = 1 - 0.8 \times 0.368 = 0.7156$[A]이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.26b와 같다.

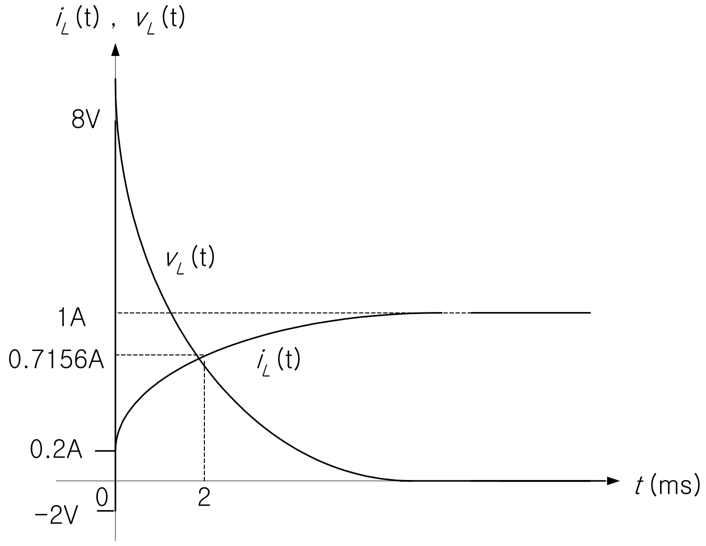


그림 s9.26b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[9.27] 그림 p9.27의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.4a와 같을 때 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(1) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(2) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

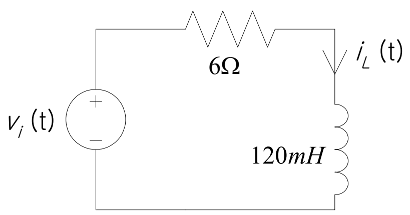


그림 p9.27

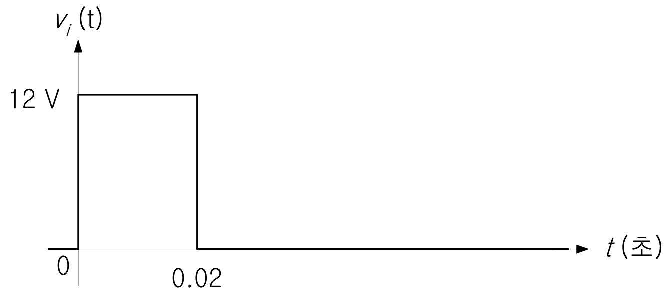


그림 p9.27a

[풀이]

[9.27]

(1) (i) $0 < t < 0.02$[초]에서,

$$12 \;=\; 6\,i_L(t) \;+\; 120\times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 100 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; \frac{100}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{100}{s(s+50)}$$

$$\;=\; \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1 \;-\; e^{-50\,t})\ [\mathrm{A}], \quad 0 < t < 0.02[\text{초}] \quad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

(ii) $t > 0.02$[초]에서, $v_i(t) = 0$이고 $i_L(20^+) = i_L(20^-) = 2(1-e^{-1})$이다.

회로에 KVL을 적용하면

$$0 \;=\; 6\,i_L(t) \;+\; 120\times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 0 \qquad \text{------------------} \quad ③$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(20^+) = i_L(20^-)$이다.

식③을 라플라스변환하면,

$$sI_c(s) - i_L(20^+) + 50\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{2\,(1-e^{-1})}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1-e^{-1})\,e^{-500\,(t-0.02)}u_s(t-0.02)\ [\mathrm{A}], \quad 0.02 < t \quad \text{-------} \quad ④$$

이다.

식③과 식④로부터,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1-e^{-50\,t})\{\,u_s(t) - u_s(t-0.02)\} \;+\; 2\,(1-e^{-1})\,e^{-50\,(t-0.02)}u_s(t-0.02)$$

이다.

*** 참고로 (1)번의 문제는 다음과 같이 풀 수도 있다.

$v_i(t) = 12\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\}$이고, 회로에 KVL을 적용하면,

$$6\,i_L(t) \; + \; 120\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \; = \; 12\,\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \; + \; 50\,i_L(t) \; = \; 100\,\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\} \qquad \text{------------} \quad ①$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$ 이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \; = \; \frac{100}{s}\,(1 - e^{-0.02s})$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) \; &= \; \frac{100}{s(s+50)}\,(1 - e^{-0.02s}) \\ &= \; \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50} - \frac{2e^{-0.02s}}{s} + \frac{2e^{-0.02s}}{s+50} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \; = \; 2u_s(t) \; - \; 2e^{-50t}u_s(t) - 2\{u_s(t-0.02) - e^{-(t-0.02)}u_s(t-0.02)\} \;[\mathrm{A}],$$

$$= \; 2(1 - e^{-50t})\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\} + 2(1 - e^{-1})e^{-50(t-0.02)}u_s(t-0.02)[\mathrm{A}]$$

이다.

(2) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면, 그림 s9.27와 같다.

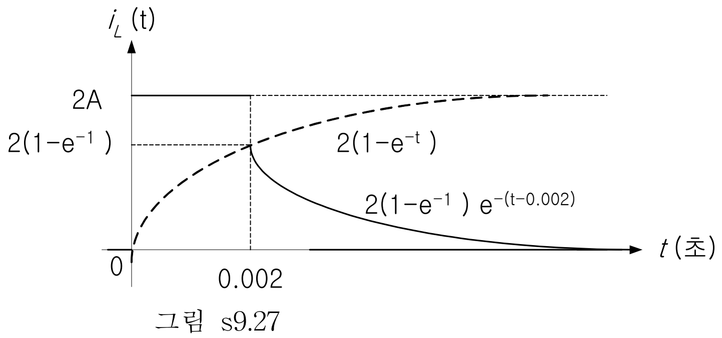


그림 s9.27

[9.28] 그림 p9.28의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.28a와 같을 때, $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

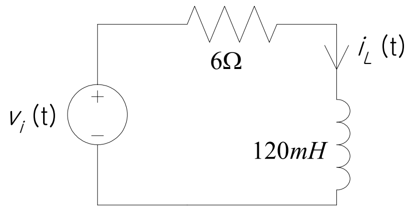


그림 p9.28

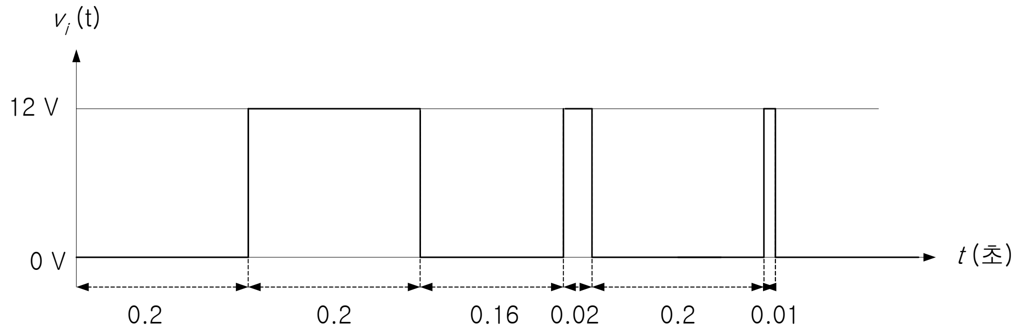


그림 p9.28a

[풀이]

[9.28]

주어진 회로의 시정수는 $\tau = \dfrac{L}{R} = 0.02$[초]이므로 $i_L(t)$의 파형은 그림 s9.28과 같다.

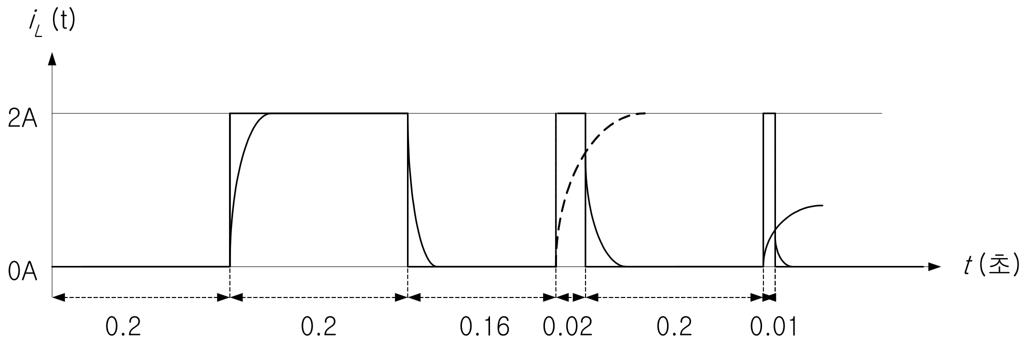
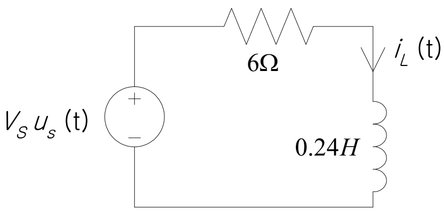
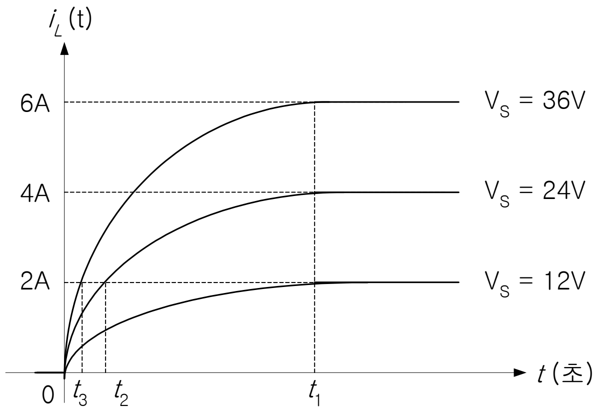


그림 s9.28

[9.29] 그림 p9.29의 RL회로에서, 계단입력전압 V_S가 각각 12V, 24V, 36V일 때, 인덕터에 흐르는 전류의 파형이 그림 p9.29a와 같다고 한다. $V_S = 12$V, 24V, 36V 각각에 대하여, $i_L(t)$가 0A에서 2A까지 증가하는데 걸리는 시간 t_1, t_2, t_3를 구하여라.



그림p9.29



그림p9.29a

[풀이]

[9.29] $i_L(t) = \dfrac{V_S}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$에서, 회로의 시정수 τ는 $\tau = \dfrac{L}{R} = 0.04$[초]이다.

t_1은 $V_S = 12$[V]일 때 정상상태에 이르는 시간이므로 $t_1 = 5\tau = 0.2$[초]이다.

t_2는 $2 = \dfrac{24}{6}(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}})$에서 $t_2 = \tau \ln 2 = 0.028$[초]이다.

t_3는 $2 = \dfrac{36}{6}(1 - e^{-\frac{t_3}{\tau}})$에서 $t_3 = -\tau \ln\dfrac{2}{3} = 0.009$[초]이다.

[9.31] 그림 p9.31의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 a의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라

(3) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

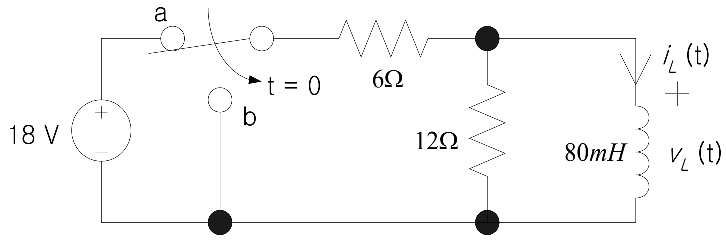


그림 p9.31

[풀이]

[9.31]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.31a 회로와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{18}{6} = 3[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

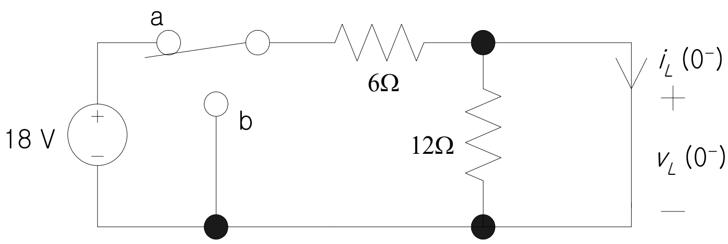


그림 s9.31a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.31b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = -4\,i_L(0^+) = -12[\mathrm{V}]$$

이다.

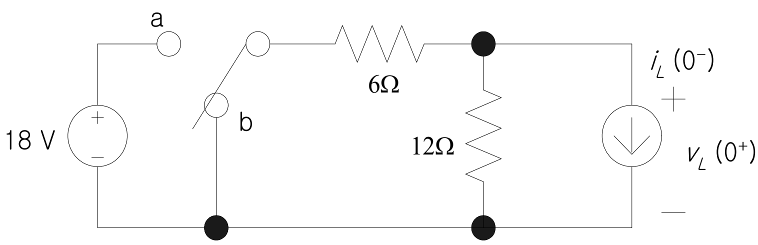


그림 s9.31b

(3) $t>0$에서 그림 p9.31 회로는 그림 s9.31c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$0 = 4\,i_L(t) + 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50\,i_L(t) = 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{3}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 3\,e^{-50t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 80 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -12\,e^{-50t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

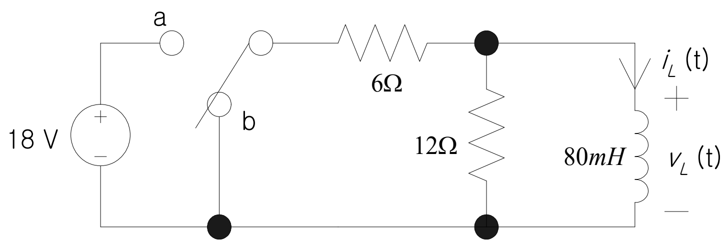


그림 s9.31c

(4) $t = \infty$에서, $i_L(\infty) = 0[\mathrm{A}]$, $v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 3\,e^{-50t}\ [\mathrm{A}], \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -12\ e^{-50\,t}\,V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.31d와 같다.

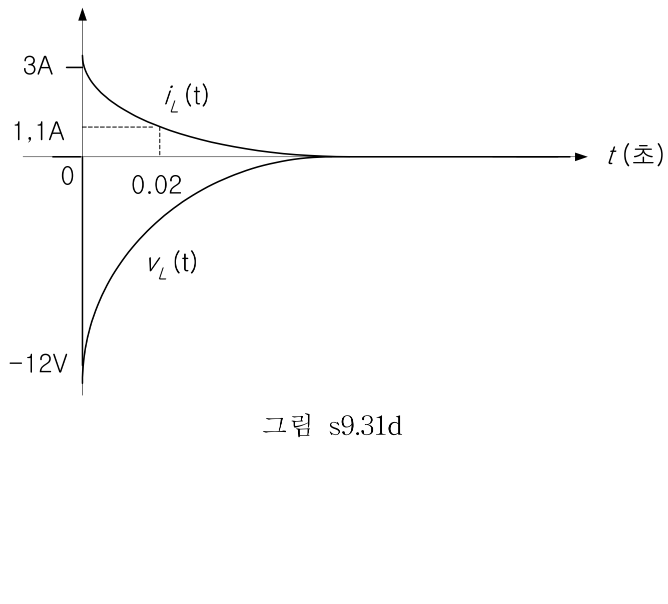


그림 s9.31d

[9.30] 그림 p9.30의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

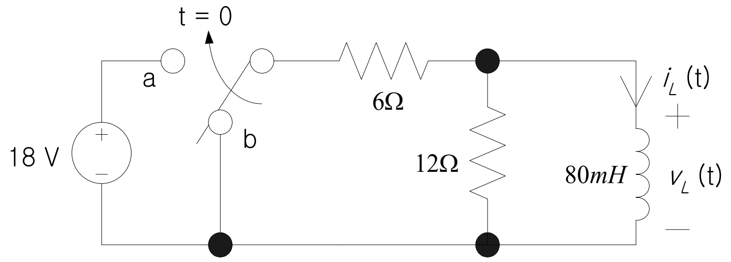


그림 p9.30

[풀이]

[9.30]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로,

$$i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}],\quad v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.30a와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 18 \times \frac{12}{18} = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

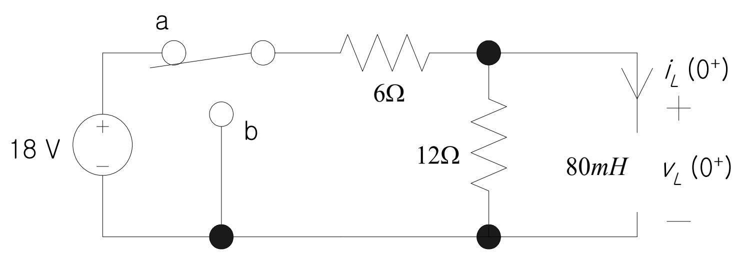


그림 s9.30a

(3) $t>0$에서 그림 p9.30 회로는 그림 s9.30b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12 = 4[\Omega]$이고 $18 \times \dfrac{12}{6+12} = 12[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL

을 적용하면

$$12 = 4i_L(t) + 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50i_L(t) = 150 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50I_L(s) = \frac{150}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{150}{s(s+50)}$$
$$= \frac{3}{s} - \frac{3}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 3(1 - e^{-50t})\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$
$$= 80\times10^{-3}\times(-3)\times(-50)e^{-50t}$$
$$= 12e^{-50t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

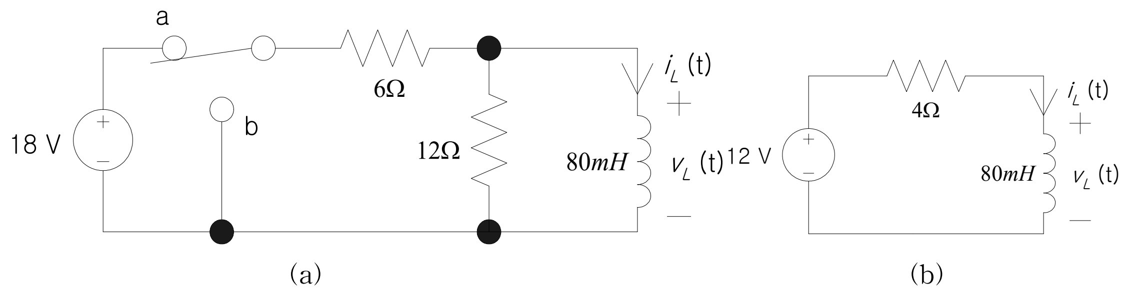


그림 s9.30b

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.30c 회로와 같으므로

$$i_c(\infty) = \frac{18}{6} = 3[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

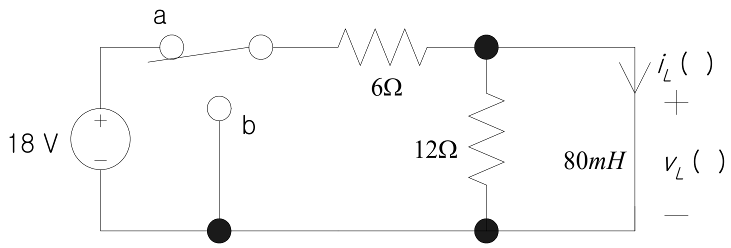


그림 s9.30c $t=\infty$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{80\times10^{-3}}{4} = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터,

$$i_L(t) \ = \ 3(1 - e^{-50t}) \text{ [A]}, \quad t \ge 0$$

$$v_L(t) \ = \ \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ 12e^{-50t}\,V, & t > 0 \end{cases} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이므로 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.30d와 같다.

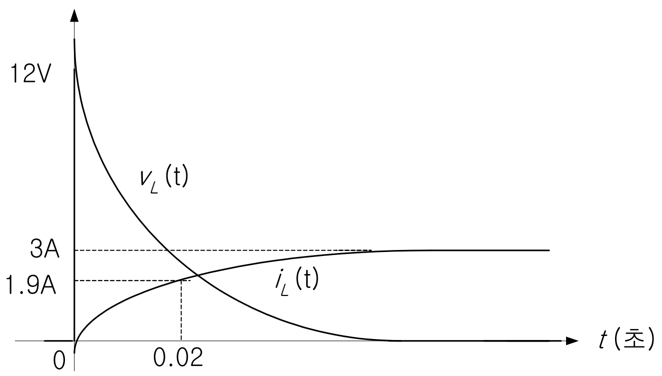


그림 s9.30d

[9.32] 그림 p9.32의 회로에서, $t=0$에서 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-) = 1$[A]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \ge 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

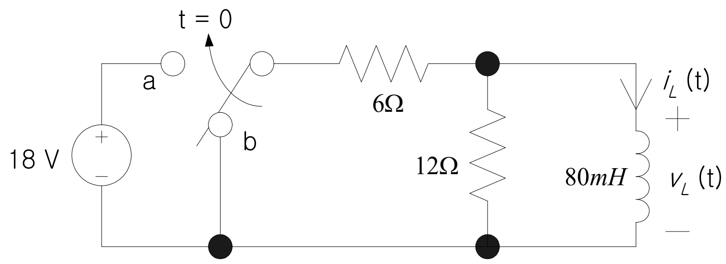


그림 p9.32

[풀이]

[9.32]

(1) $v_L(0^-) = -4\,i_L(0^-) = -4$[V]이다.

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.32a와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\text{A}],$$

$$v_L(0^+) = 18\times\frac{12}{18} - 4\times i_L(0^+) = 12 - 4 = 8[\text{V}]$$

이다.

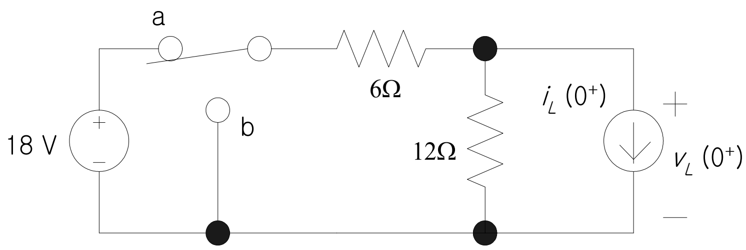


그림 s9.32a

(3) $t > 0$에서 그림p9.32 회로는 그림 s9.32b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12 = 4[\Omega]$이고 $18\times\frac{12}{6+12} = 12$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$12 = 4\,i_L(t) + 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50\,i_L(t) = 150 \qquad \text{------------------} \qquad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\text{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) = \frac{150}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+50} + \frac{150}{s(s+50)}$$

$$= \frac{1}{s+50} + \frac{3}{s} - \frac{3}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = e^{-50t} + 3 - 3e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t>0$$

$$= 3 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t>0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 8e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t>0$$

이다.

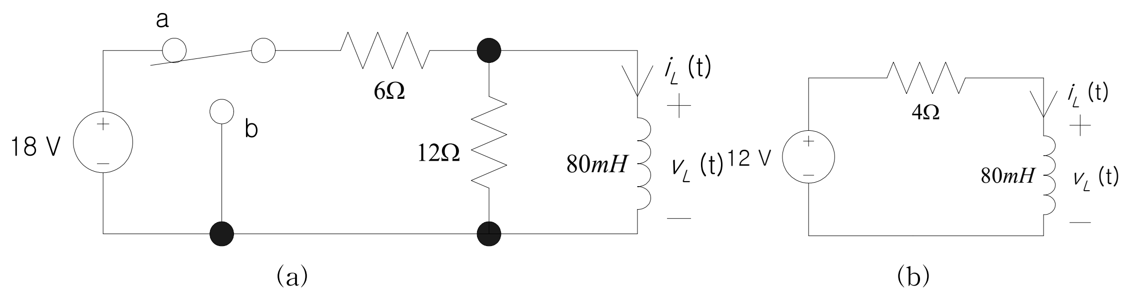


그림 s9.32b

(4) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s9.32c 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{18}{6} = 3\text{[A]},$$

$$v_L(\infty) = 0\text{[V]}$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

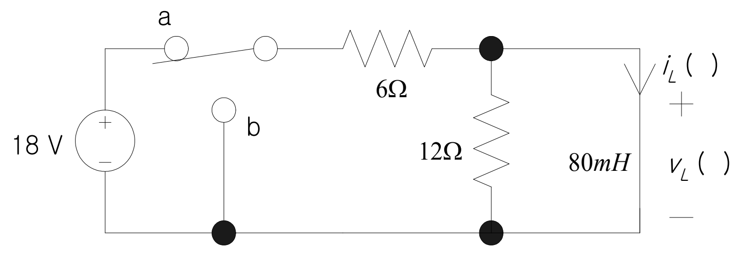


그림 s9.32c $t=\infty$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{1}{50} = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터

$$i_L(t) = 3 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t\geq 0,$$

$$v_L(t) \ = \ \begin{cases} -4\ V, & t=0^- \\ 8e^{-50t}\,V, & t>0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.32d와 같다.

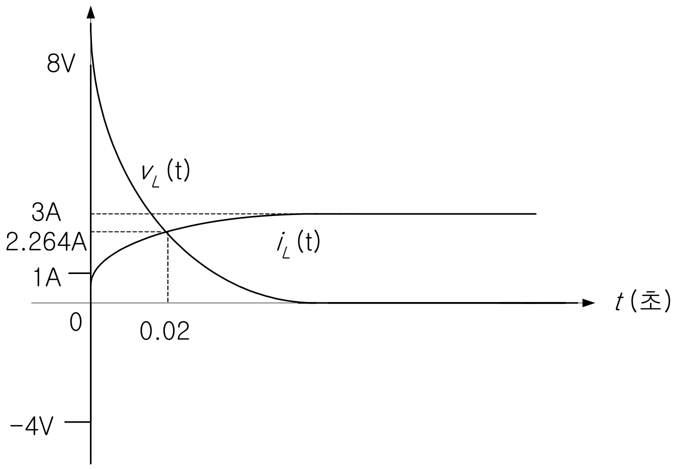


그림 s9.32d

[9.33] 그림 p9.33의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

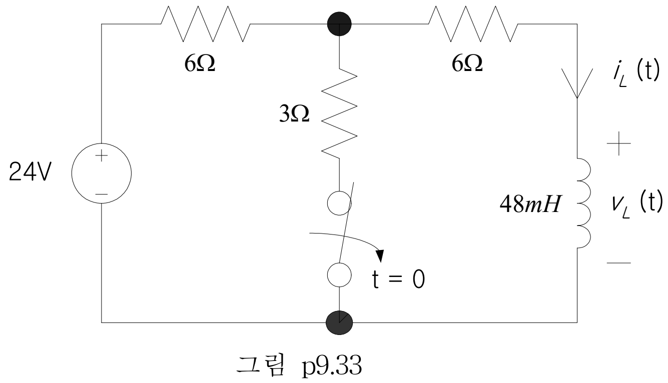


그림 p9.33

[풀이]

[9.33]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.33a와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{24}{6+2} \times \frac{3}{3+6} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

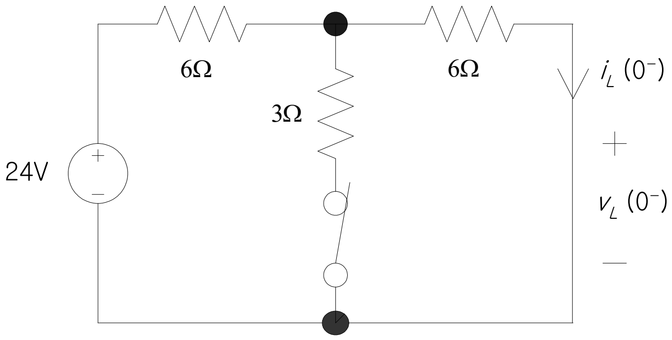


그림 s9.33a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.33b와 같고,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 24 - (6+6)\,i_L(0^+) = 24 - 12 = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

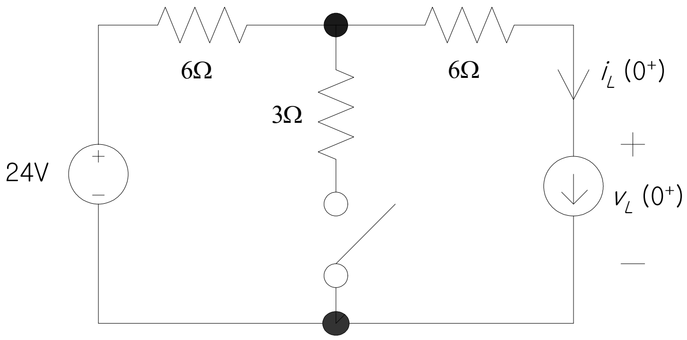


그림 s9.33b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s9.33c와 같으므로,

$$i_L(\infty) = \frac{24}{12} = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

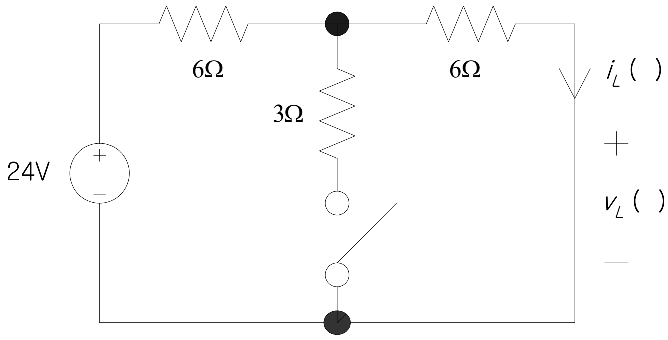


그림 s9.33c

(4) $t > 0$에서, 그림p9.33 회로는 그림 s9.33d 회로와 같고, KVL에 의하여

$$24 = 12\, i_L(t) + 48 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 250\, i_L(t) = 500 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 1 + 250\, I_L(s) = \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+250} + \frac{500}{s(s+250)}$$

$$= \frac{1}{s+250} + 2\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+250} \right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 2 - e^{-250t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 48 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt} = 48 \times 10^{-3} \times 250\, e^{-250t} = 12\, e^{-250t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

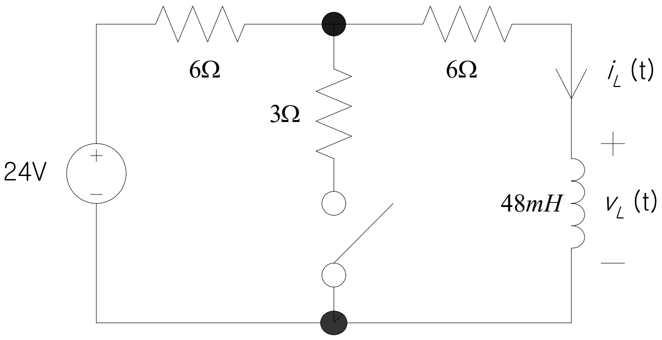


그림 s9.3d $t>0$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서 회로의 시정수는 $\tau=\dfrac{48\times10^{-3}}{12}=0.004$[초]이므로 $5\tau=0.02$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.
(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 2 - e^{-250t} \text{ [A]}, \quad t\geq 0,$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t=0^- \\ 12e^{-250t}\ V, & t>0 \end{cases} \text{ [V] }, \ t>0$$

이고, $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.33e와 같다.

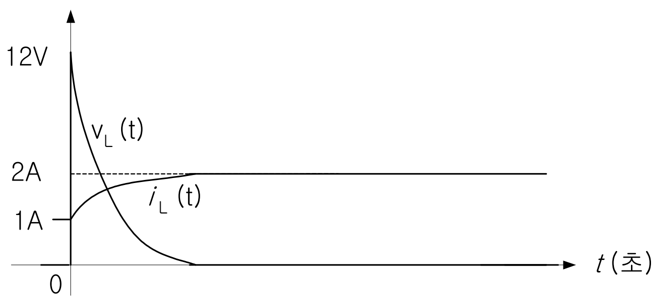


그림 s9.33e

[9.34] 그림 p9.34의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

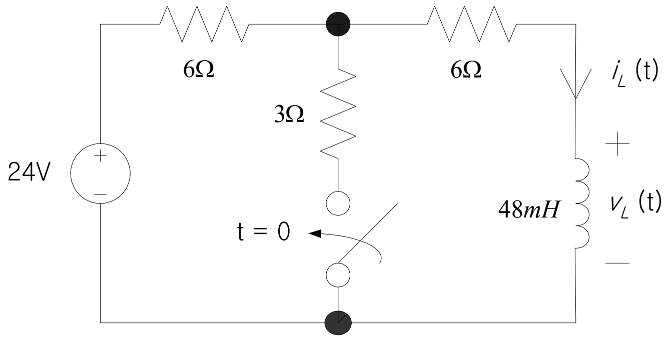


그림 p9.34

[풀이]

[9.34]

(1) $t = 0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.34a와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{24}{12} = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

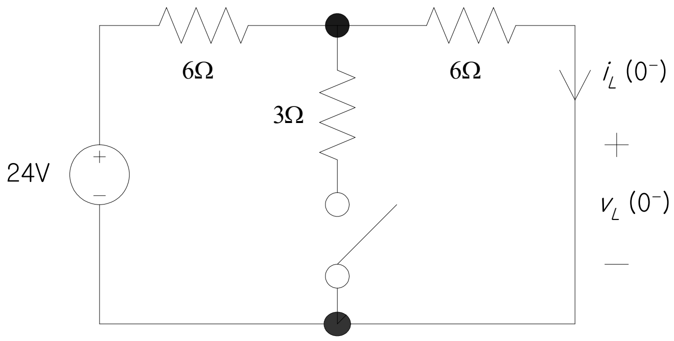


그림 s9.34a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.34b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 24 \times \frac{3}{9} - (2+6)\,i_L(0^+) = 8 - 16 = -8[\mathrm{V}]$$

이다.

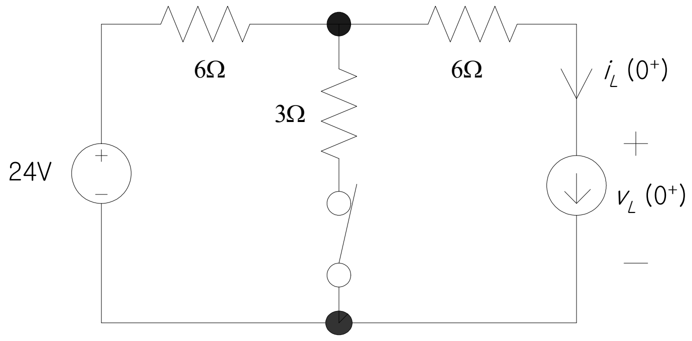


그림 s9.34b

(3) $t=\infty$ 에서의 등가회로는 그림 s9.34c와 같으므로,

$$i_L(\infty) = \frac{24}{6+2} \times \frac{3}{9} = 1[\text{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\text{V}]$$

이다.

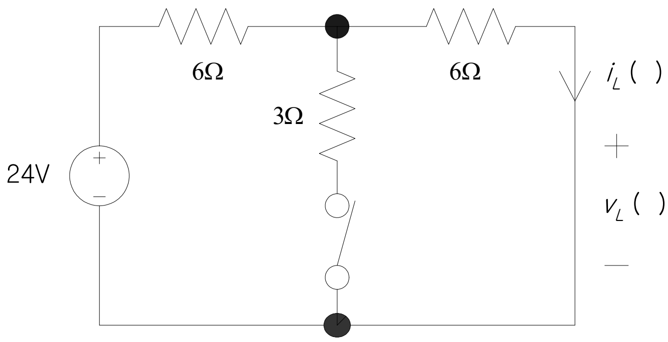


그림 s9.34c

(4) $t>0$에서, 그림p9.34 회로는 그림 s9.34d의 (a)회로와 같고, $R_{eq} = 6 + (6//3) = 8[\Omega]$, $v_{oc} = 24 \times \frac{3}{9} = 8[\text{V}]$ 이므로 이 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 (b)회로와 같다. KVL에 의하여

$$8 = 8\,i_L(t) + 48 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1000}{6} i_L(t) = \frac{1000}{6} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\text{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 2 + \frac{1000}{6} I_L(s) = \frac{\frac{1000}{6}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{2}{s+\dfrac{1000}{6}} \;+\; \frac{\dfrac{1000}{6}}{s\left(s+\dfrac{1000}{6}\right)}$$

$$\;=\; \frac{2}{s+\dfrac{1000}{6}} \;+\; \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\dfrac{1000}{6}}\right)$$

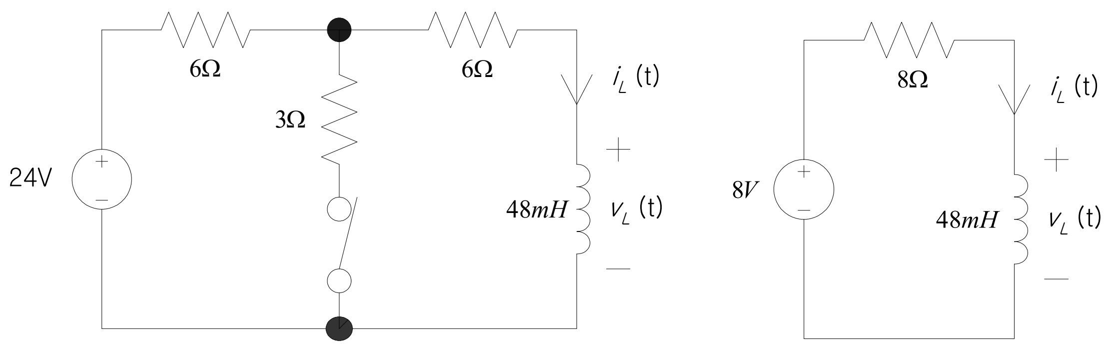
이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1 \;+\; e^{-\frac{1000}{6}t}\ \text{[A]},\quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 48\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 48\times10^{-3}\times\left(-\frac{1000}{6}\right)e^{-\frac{1000}{6}t} \;=\; -8\,e^{-\frac{1000}{6}t}\text{[V]},\quad t>0$$

이다.



(a) (b)

그림 s9.34d $t>0$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \dfrac{48\times10^{-3}}{8} = 0.006$[s]이므로 $5\tau = 0.03$[s] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 1 \;+\; e^{-\frac{1000}{6}t}\ \text{[A]},\quad t\geq 0,$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} 0\ V, & t=0^- \\ -8\,e^{-\frac{1000}{6}t}\,V, & t>0 \end{cases}\ \text{[V]}\ ,\quad t>0$$

이고, $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.34e와 같다.

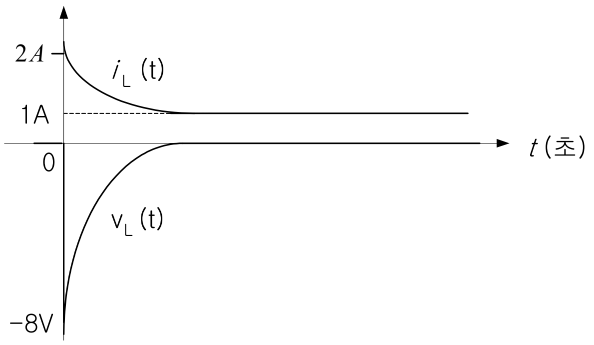


그림 s9.34e

[9.35] 그림 p9.35의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) 스위치를 b의 위치로 옮긴 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(5) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(6) $t \geq 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

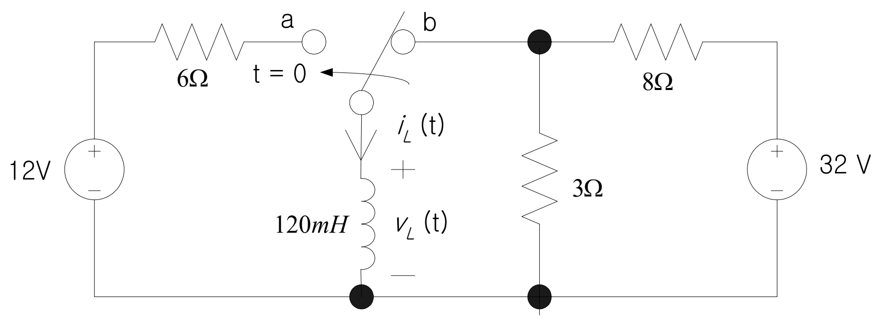


그림 p9.35

[풀이]

[9.35]

(1) 스위치가 충분한 시간 동안 b의 위치에 있었으므로 $t=0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s9.35a와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{32}{8} = 4[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

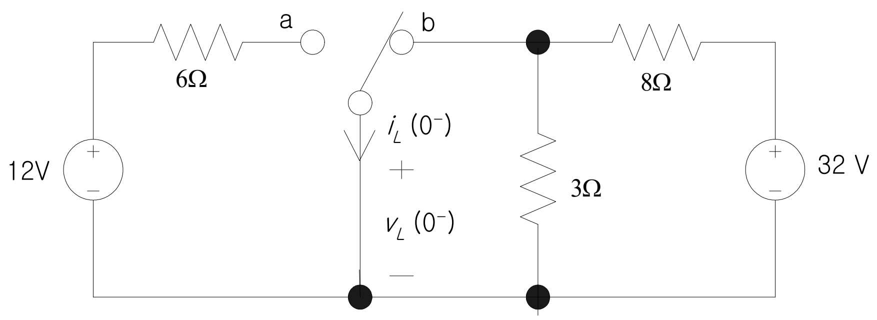


그림 s9.35a $t = 0^-$에서의 등가회로

(2) 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 4[\mathrm{A}]$이고, $t = 0^+$에서의 등가회로는 그림 s9.35b와 같다. 따라서,

$$v_L(0^+) = 12 - 6\,i_L(0^+) = -12[\mathrm{V}]$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 $v_L(t)$에 극한을 취한 값과 같다.

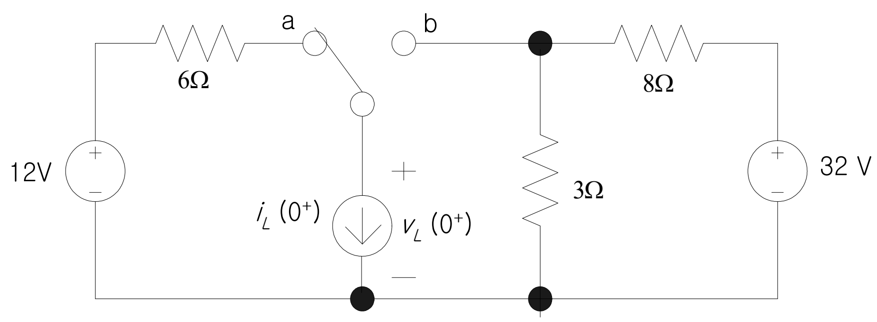


그림 s9.35b $t = 0^+$에서의 등가회로

(3) $t > 0$에서 그림 p9.35 회로는 그림 s9.35c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 \;=\; 6\,i_L(t) \;+\; 120\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 100 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 4[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; \frac{100}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{4}{s+50} \;+\; \frac{100}{s(s+50)}$$

$$= \frac{4}{s+50} + \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 4e^{-50t} + 2 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \quad ------ \quad ②$$

$$= 2 + 2e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t > 0 \quad -------------- \quad ③$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 120 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -12e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

참고로 식②의 오른쪽의 첫 번째 항은 초기치 $i_L(0^-) = 4$[A]에 의한 응답(즉, 자연응답)이고 두 번째 항은 입력신호 5[V]에 의한 강제응답이다. 식③은 완전응답은 자연응답과 강제응답의 합임을 나타낸다.

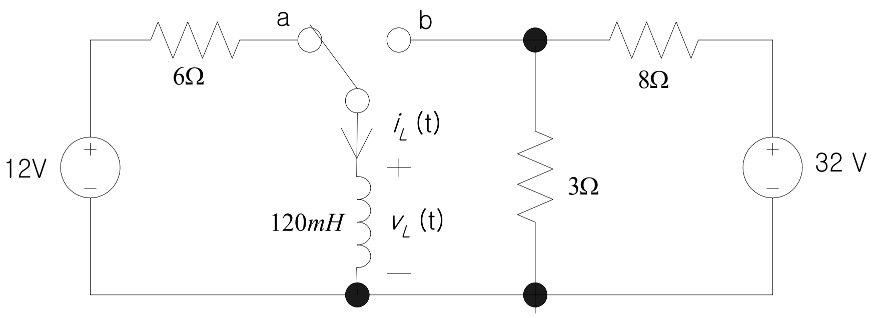


그림 s9.35c $t > 0$에서의 등가회로

(4) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \frac{120 \times 10^3}{6} = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) $i_L(\infty) = 2$[A], $v_L(\infty) = 0$[V] 이다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) = 2 + 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -12\ e^{-50t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t = \frac{1}{50}) = 2 + 2e^{-1} = 2.736$[A]므로 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s9.35d와 같다.

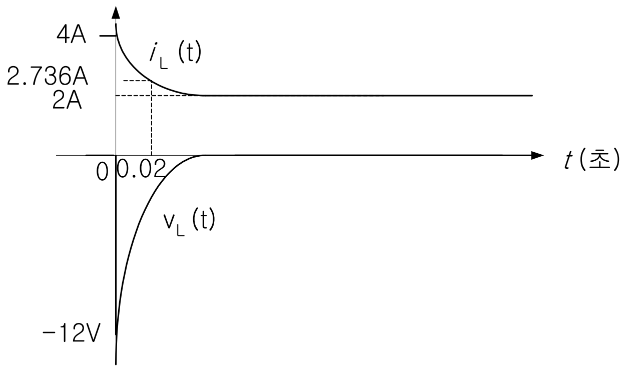


그림 s9.35d $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[9.36] 그림 p9.36의 회로에 대하여 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(1) $v_i(t) = 16u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라. 또한 $\lim_{t\to\infty} i_L(t)$와 $\lim_{t\to\infty} v_L(t)$의 값을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 16\sin 2t u_s(t)$[V]일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라. 또한 교류정상상태에서의 응답 $i_{L,s}(t)$와 $v_{L,s}(t)$를 구하여라.

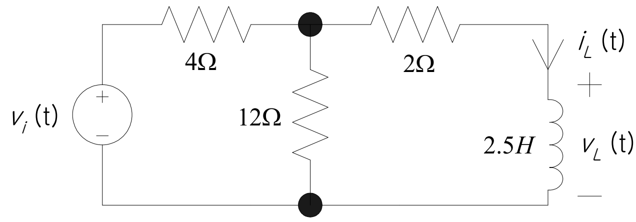


그림 p9.36

[풀이]

[9.36] $4//12 = 3$, $v_i \times \dfrac{12}{4+12} = \dfrac{3}{4} v_i$이므로 테브난의 등가회로는 그림 s9.36과 같다.

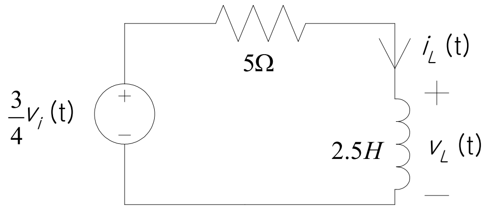


그림 s9.36

$t > 0$에서,

$$\frac{3}{4} v_i(t) = 5i_L(t) + 2.5\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = \frac{3}{10}v_i(t)$$

이고, 초기치는 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$ 이다.

(1) $v_i(t) = 16u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = 4.8u_s(t) + 2.4e^{-2t}u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2I_L(s) = \frac{4.8}{s} + \frac{2.4}{s+2}$$

이므로,

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{4.8}{s(s+2)} + \frac{2.4}{(s+2)^2} \\ &= \frac{2.4}{s} - \frac{2.4}{s+2} + \frac{2.4}{(s+2)^2} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 2.4 - 2.4e^{-2t} - 2.4te^{-2t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$\begin{aligned} v_L(t) &= 2.5\frac{di_L(t)}{dt} \\ &= 2.5\times(4.8e^{-2t} - 2.4e^{-2t} + 4.8te^{-2t}) \\ &= 6e^{-2t} + 12te^{-2t} \text{ [V]}, \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다. 또한

$$\lim_{t\to\infty} i_L(t) = 2.4\text{[A]},$$

$$\lim_{t\to\infty} v_L(t) = 0\text{[V]}$$

이다.

(2) $v_i(t) = 16\sin 2tu_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = 4.8\sin 2tu_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2I_L(s) = 4.8\times\frac{2}{s^2+2^2}$$

이므로,

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{9.6}{(s+2)(s^2+4)} \\ &= \frac{1.2}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+4} \end{aligned}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$1.2(s^2+4)+(s+2)(k_1 s+k_2) \;=\; 9.6$$

로부터 $1.2+k_1=0,\ 2k_1+k_2=0,\ 4.8+2k_2=9.6$를 얻는다.

즉, $k_1=-1.2,\ k_2=2.4$ 이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{1.2}{s+2}+\frac{-1.2\,s+2.4}{s^2+4}$$
$$=\; \frac{1.2}{s+2}+\frac{-1.2\,s+1.2\times 2}{s^2+2^2}$$

따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1.2e^{-2t}-1.2\cos 2t+1.2\sin 2t$$
$$=\; 1.2e^{-2t}+1.2(\sin 2t-\cos 2t)$$
$$=\; 1.2e^{-2t}+1.2\sqrt{2}\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right),\quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 2.5\frac{di_L(t)}{dt}$$
$$=\; 2.5\times\left(-2.4\,e^{-2t}+2.4\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$
$$=\; -6\,e^{-2t}+6\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)\ [\mathrm{V}],\quad t>0$$

이다. 또한 교류정상상태에서의 응답은

$$i_{L,s}(t) \;=\; \lim_{t\to\infty} i_L(t) \;=\; 1.2\sqrt{2}\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{A}],$$
$$v_{L,s}(t) \;=\; \lim_{t\to\infty} v_L(t) \;=\; 6\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{V}]$$

이다.

[9.37] 그림 p9.37의 회로에서, $i_i(t)=4\cos 2t\,u_s(t)$[A]의 정현파신호가 인가될 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-)=0$[A]이다.

(1) 주어진 회로는 몇 초 지나면 교류정상상태에 도달한다고 볼 수 있는가?

(2) $t>0$에서의 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $i_{L,s}(t)$를 구하여라.

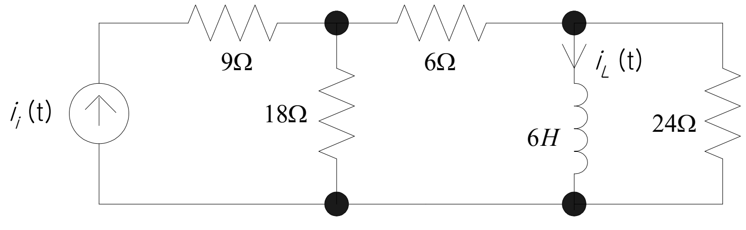


그림 p9.37

[풀이]

[9.37]

(1) $R_{eq} = (6 + 18)//24 = 12$,

$$v_{oc} = i_i(t) \times \frac{18}{18+30} \times 24 = 9\,i_i(t) = 36\cos 2t\,u_s(t)[\mathrm{V}]$$

이므로 테브난의 등가회로는 그림 s9.37과 같다.

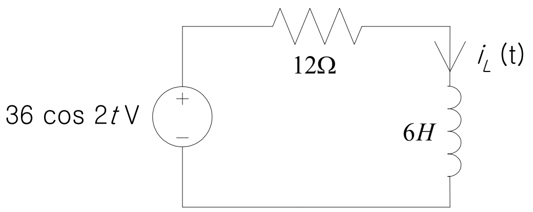


그림 p9.37

시정수는 $\tau = \frac{L}{R} = \frac{6}{12} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초] 지나면 회로는 교류정상상태에 도달한다.

(2) $t > 0$에서,

$$36\cos 2t = 12\,i_L(t) + 6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2\,i_L(t) = 6\cos 2t$$

이고, 초기치는 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$ 이다.

라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2I_L(s) = \frac{6s}{s^2+2^2}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{6s}{(s+2)(s^2+4)}$$

$$= \frac{-1.5}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+4}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$-1.5(s^2+4) + (s+2)(k_1 s + k_2) = 6s$$

로부터 $-1.5 + k_1 = 0,\ 2k_1 + k_2 = 6,\ -1.5\times 4 + 2k_2 = 0$를 얻는다.

즉, $k_1 = 1.5,\ k_2 = 3$ 이므로

$$I_L(s) = -\frac{1.5}{s+2} + \frac{1.5s+3}{s^2+4}$$

$$= -\frac{1.5}{s+2} + \frac{1.5s+1.5\times 2}{s^2+2^2}$$

따라서,

$$i_L(t) = -1.5\,e^{-2t} + 1.5\cos 2t + 1.5\sin 2t\,, \quad t > 0$$

$$= -1.5\,e^{-2t} + 1.5\sqrt{2}\,\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)\ [\mathrm{A}],\quad t > 0$$

이다.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $i_{L,s}(t)$는

$$i_{L,s}(t) = 1.5\sqrt{2}\,\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{A}]$$

이다.

[9.38] 그림 p9.38의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

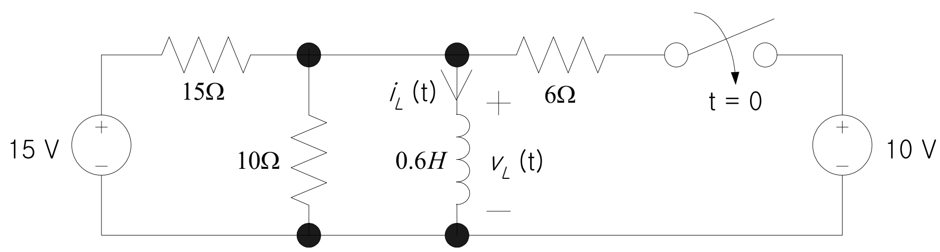


그림 p9.38

[풀이]

[9.38]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.38a 회로와 같고,

$$i_L(0^-) = \frac{15}{15} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

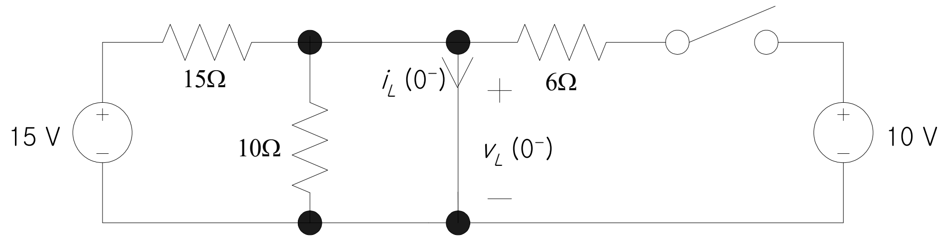


그림 s9.38a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.38b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}],$$

$$\begin{aligned} v_L(0^+) &= 15 \times \frac{10//6}{15 + (10//6)} + 10 \times \frac{15//10}{6 + (15//10)} - \{6//(15//10)\} \times i_L(0^+) \\ &= 3 + 5 - 3 \\ &= 5[\mathrm{V}] \end{aligned}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

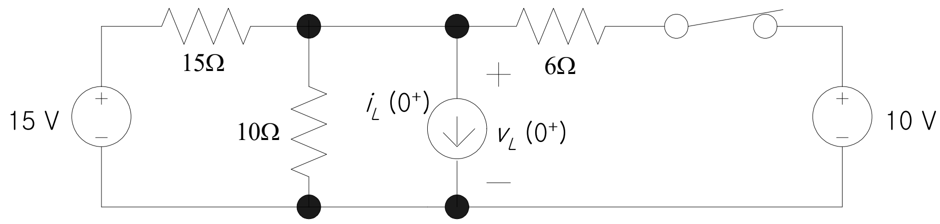


그림 s9.38b

(3) $t > 0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림p9.38 회로는 그림 s9.38c의 (a)회로와 같고, (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$8 = 3\,i_L(t) + 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5\,i_L(t) = \frac{40}{3} \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 5\,I_L(s) = \frac{40}{3}\frac{1}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+5} + \frac{\frac{40}{3}}{s(s+5)}$$

$$= \frac{1}{s+5} + \left(\frac{\frac{8}{3}}{s} - \frac{\frac{8}{3}}{s+5} \right)$$

이다. 따라서,

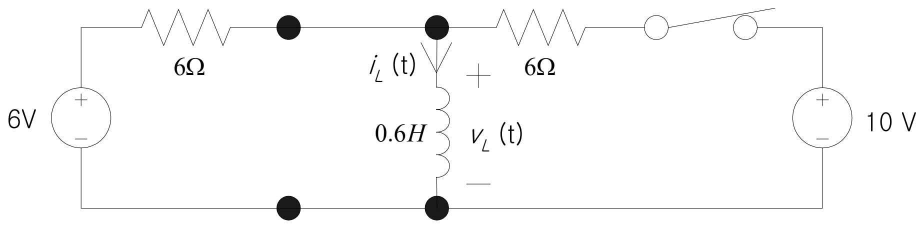
$$i_L(t) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3}e^{-5t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

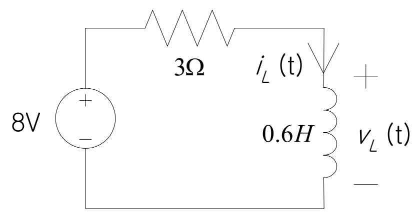
$$v_L(t) = 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 5e^{-5t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s9.38c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.38d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{15}{15} + \frac{10}{6} = \frac{8}{3} \text{[A]},$$

$$v_L(\infty) = 0 \text{[V]}$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

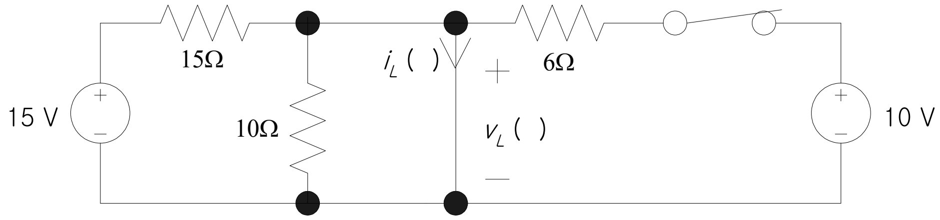


그림 s9.38d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{1}{5} = 0.2$[초]이므로 $5\tau = 1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} e^{-5t} \text{ [A]}, \quad t \geq 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ 5e^{-5t} V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.38e와 같다.

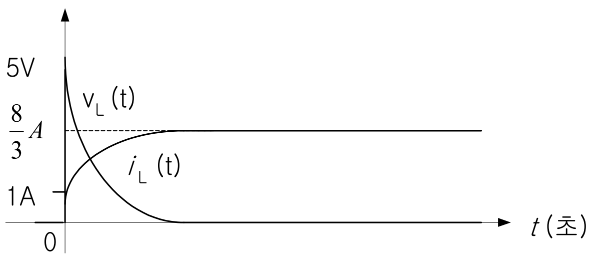


그림 s9.38e

[9.39] 그림 p9.39의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

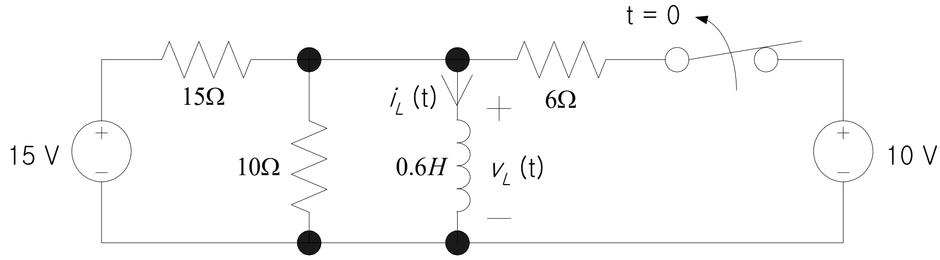


그림 p9.39

[풀이]

[9.39]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t = 0^-$에서 등가회로는 그림 s9.15a의 (a)

회로와 같고, $15k//10k = 6k$이고 $v_{oc} = 15\times\frac{10}{15+10} = 6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{15}{15} + \frac{10}{6} = \frac{8}{3}\text{[A]},$$

$$v_L(0^-) = 0\text{[V]}$$

이다.

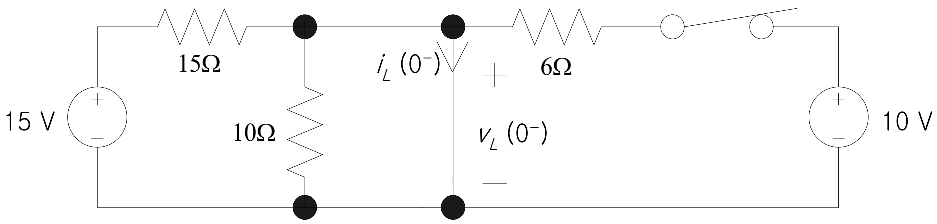


그림 s9.39a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s9.39b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{8}{3}\text{[A]},$$

$$v_L(0^+) = 15\times\frac{10}{25} - (15//10)\,i_L(0^+) = 6 - 16 = -10\text{[V]}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

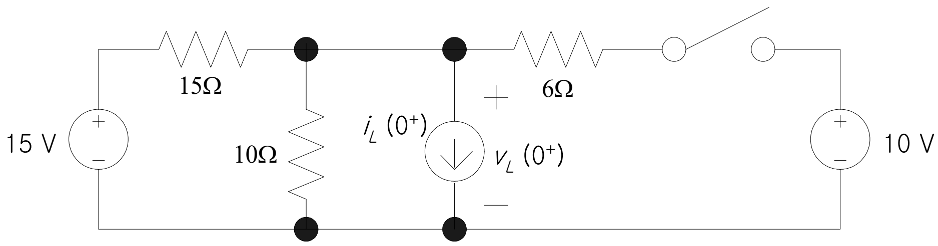


그림 s9.39b

(3) $t > 0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림 p9.39 회로는 그림 s9.39c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$6 = 6\,i_L(t) + 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10\,i_L(t) = 10 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{8}{3}\text{[A]}$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10\,I_L(s) \;=\; \frac{10}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{\frac{8}{3}}{s+10} \;+\; \frac{10}{s(s+10)}$$

$$\;=\; \frac{\frac{8}{3}}{s+10} \;+\; \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1 + \frac{5}{3}\,e^{-10t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.6\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -10\,e^{-10t}\ [\mathrm{V}],\ \ t > 0$$

이다.

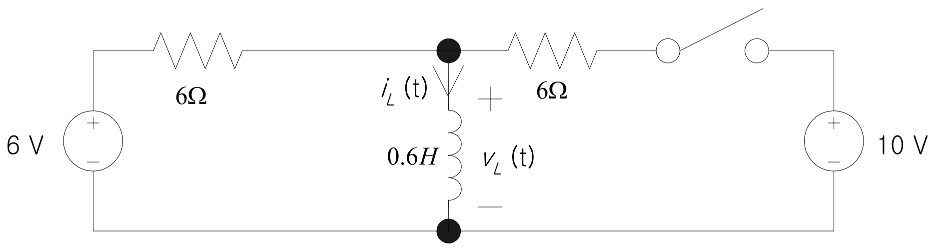


그림 s9.39c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.39d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{15}{15} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

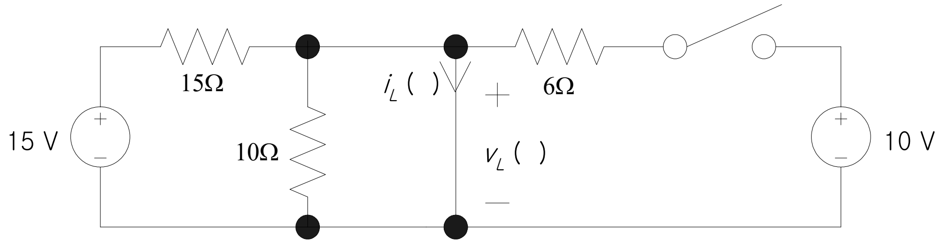


그림 s9.39d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{0.6}{6} = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) \;=\; 1+\frac{5}{3}\,e^{-10t}\ [\mathrm{A}],\quad t\geq 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t=0^- \\ -10\ e^{-10t}\,V, & t>0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.39e와 같다.

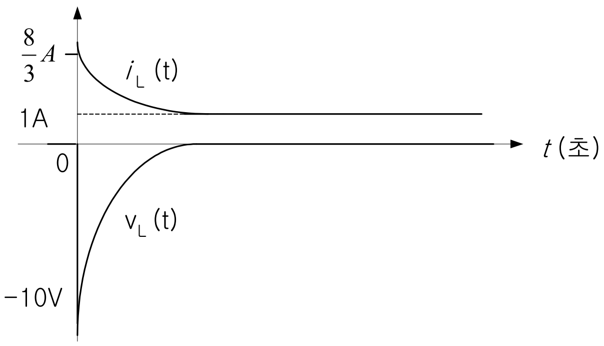


그림 s9.39e

[9.40] 그림 p9.40의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

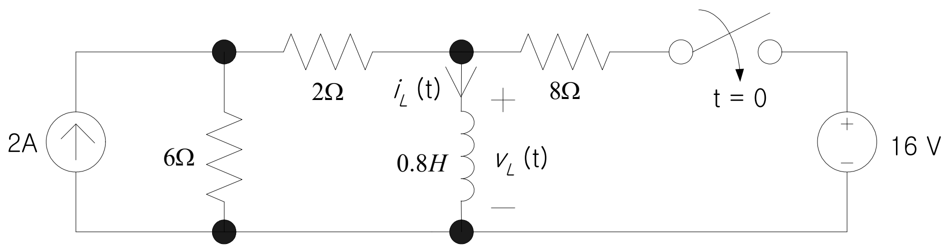


그림 p9.40

[풀이]

[9.40] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p9.40v 회로와 같다.

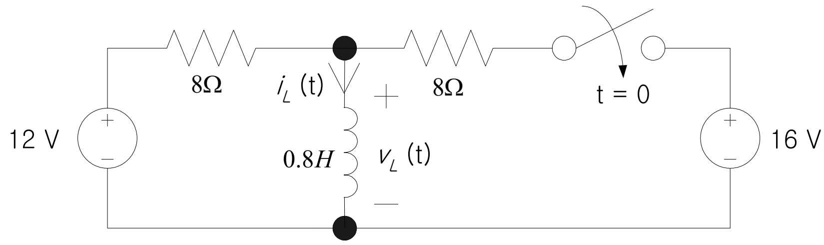


그림 p9.40v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.40a 회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = 2\times\frac{6}{8} = 1.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

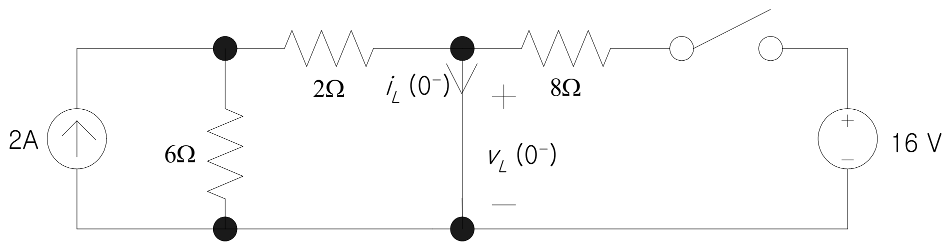


그림 s9.40a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.40b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1.5[\mathrm{A}],$$

$$\begin{aligned} v_L(0^+) &= 2\times\frac{6}{16}\times 8 + 16\times\frac{8}{16} - (8//8)\,i_L(0^+) \\ &= 6+8-6 \\ &= 8[\mathrm{V}] \end{aligned}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

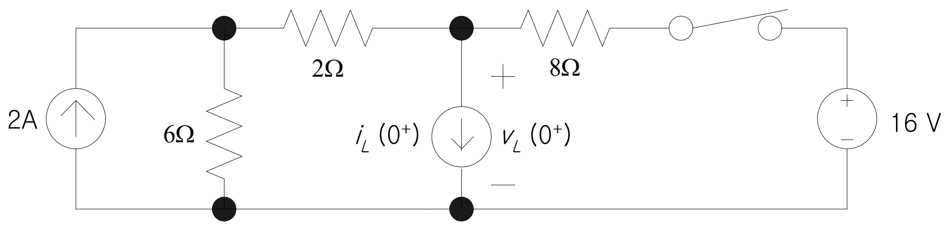


그림 s9.40b

(3) $t>0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림p9.40 회로는 그림 s9.40c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$14 \;=\; 4\,i_L(t) \;+\; 0.8\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 5\,i_L(t) \;=\; \frac{35}{2} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1.5[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 5\,I_L(s) \;=\; \frac{\frac{35}{2}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{1.5}{s+5} \;+\; \frac{\frac{35}{2}}{s(s+5)}$$

$$\;=\; \frac{1.5}{s+5} \;+\; \frac{7}{2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+5}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 3.5 - 2\,e^{-5t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.8\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 8\,e^{-5t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

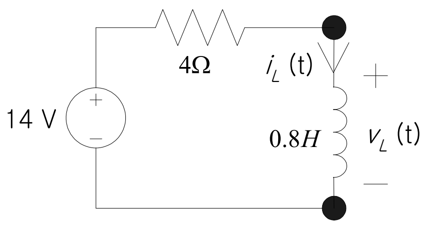


그림 s9.40c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.40d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = 2\times\frac{6}{8} + \frac{16}{8} = 3.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

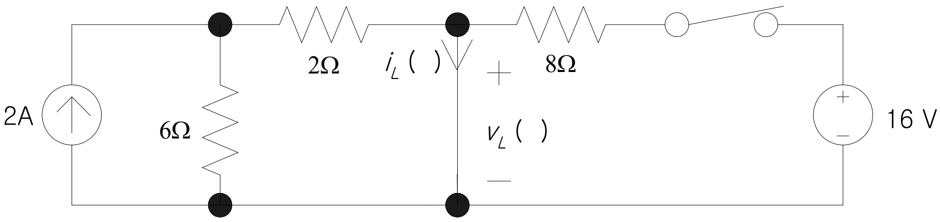


그림 s9.40d $t=\infty$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau=\frac{0.8}{4}=0.2$[초]이므로 $5\tau=1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터

$$i_L(t)\ =\ 3.5-2e^{-5t}\ [\mathrm{A}],\quad t\geq 0$$

$$v_L(t)=\begin{cases}0\ V, & t=0^-\\ 8e^{-5t}V, & t>0\end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.40e와 같다.

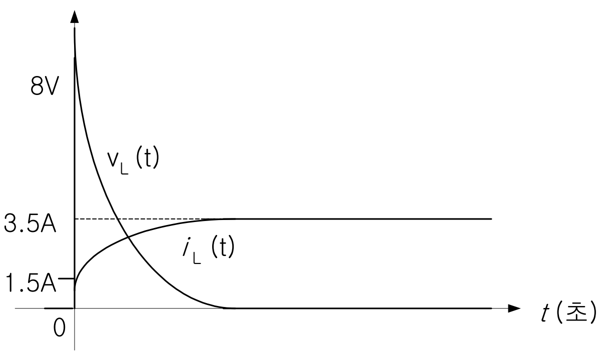


그림 s9.40e

[9.41] 그림 p9.41의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 열은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

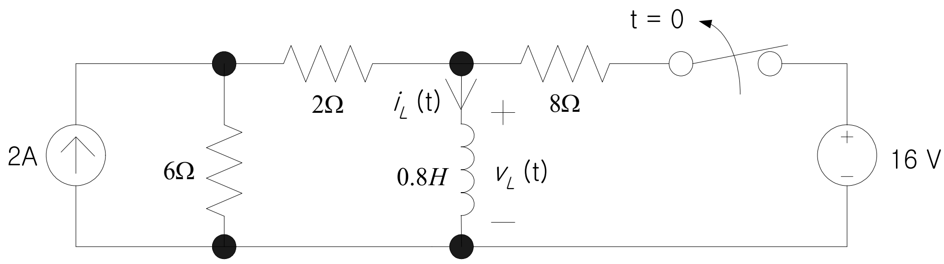


그림 p9.41

[풀이]

[9.41] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p9.40v 회로와 같다.

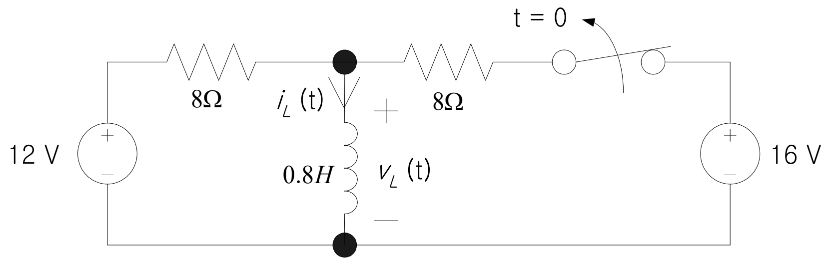


그림 p9.41v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.41a 회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{12}{8} + \frac{16}{8} = 3.5[\text{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\text{V}]$$

이다.

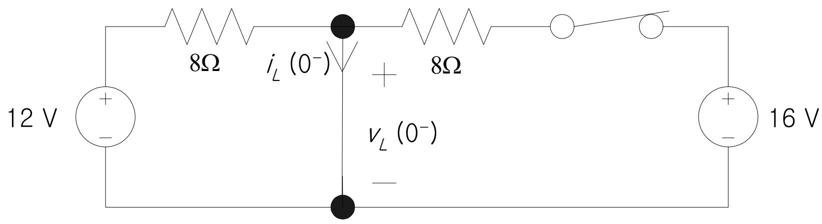


그림 s9.41a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s9.41b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3.5[\text{A}],$$

$$v_L(0^+) = 12 - 8\,i_L(0^+) = -16[\text{V}]$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

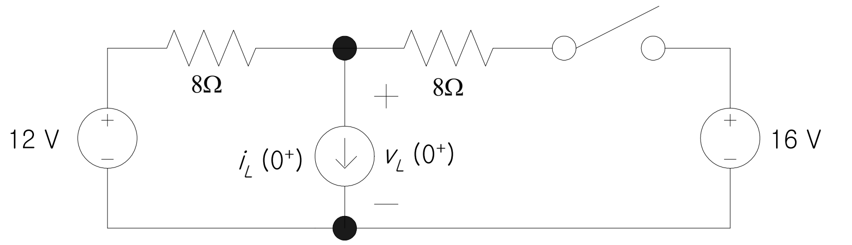


그림 s9.41b

(3) $t > 0$에서 그림 p9.41v 회로는 그림 s9.41c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 = 8 i_L(t) + 0.8 \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10 i_L(t) = 15 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3.5[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10 I_L(s) = \frac{15}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{3.5}{s+10} + \frac{15}{s(s+10)}$$
$$= \frac{3.5}{s+10} + 1.5\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 1.5 + 2e^{-10t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.8 \frac{di_L(t)}{dt}$$
$$= -16 e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

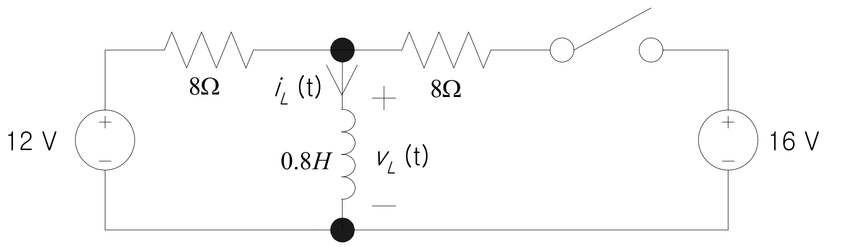


그림 s9.41c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s9.41d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{12}{8} = 1.5[\text{A}],$$
$$v_L(\infty) = 0[\text{V}]$$
이다. 위의 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

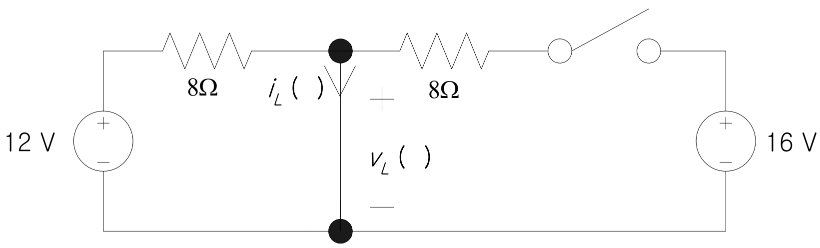


그림 s9.41d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{0.8}{8} = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터
$$i_L(t) = 1.5 + 2e^{-10t} \ [\text{A}], \quad t \geq 0$$
$$v_L(t) = \begin{cases} 0 \ V, & t = 0^- \\ -16 \ e^{-10t} V, & t > 0 \end{cases}$$
이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.41e와 같다.

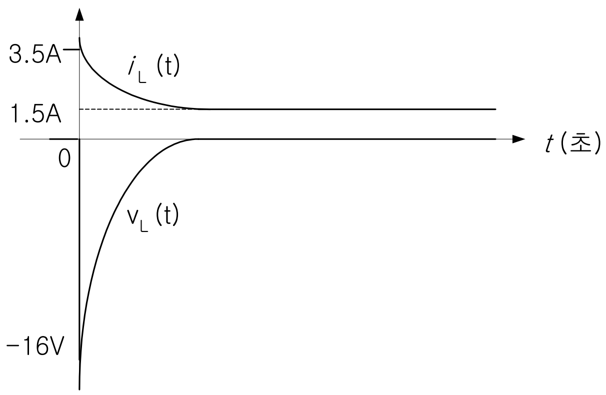


그림 s9.41e

[9.42] 그림 p9.42의 회로는 $t = -0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

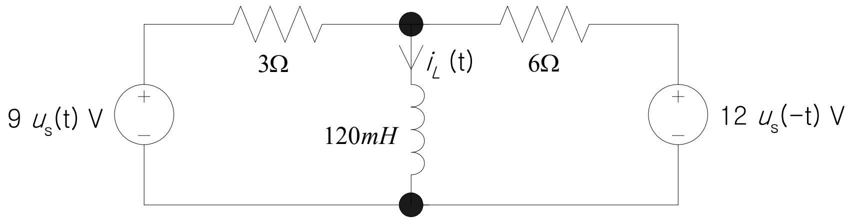


그림 p9.42

[풀이]

[9.42]

(i) $t<0$에서 회로는 그림 s9.42a 회로와 같고, $t=-0^-$에서 정상상태에 있으므로,

$$i_L(-0^-) = \frac{12}{6} = 2[\mathrm{A}]$$

이다.

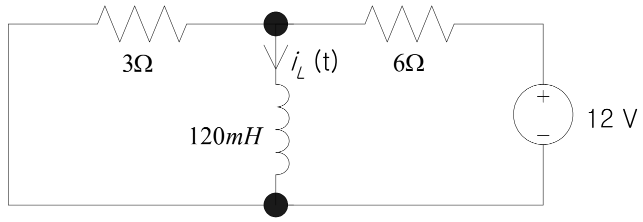


그림 s9.42a

(ii) $t>0$에서 회로는 그림 s9.42b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $3//6=2$, $v_{oc}=9\times\frac{6}{9}=6[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다.

KVL을 적용하면

$$6 = 2i_L(t) + 120\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{50}{3}i_L(t) = 50 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + \frac{50}{3}I_L(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{2}{s+\frac{50}{3}} + \frac{50}{s(s+\frac{50}{3})}$$

$$= \frac{2}{s+\frac{50}{3}} + \left(\frac{3}{s} - \frac{3}{s+\frac{50}{3}} \right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 3 - e^{-\frac{50}{3}t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.,

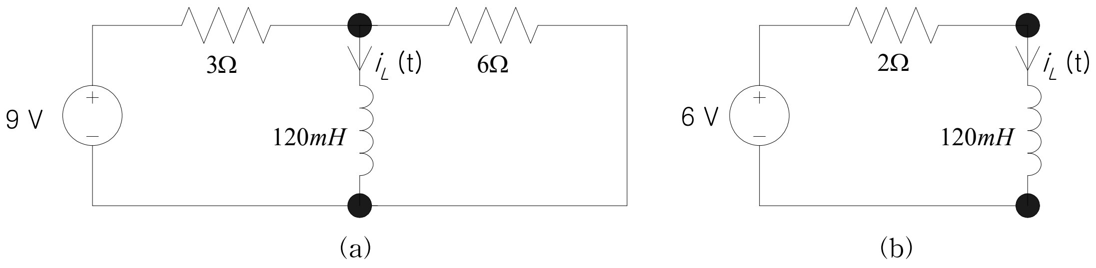


그림 s9.42b

[9.43] 그림 p9.43의 회로에서, 스위치가 충분한 시간 동안 a 위치와 b 위치 어느 곳에도 연결되지 않은 상태로 있었다. $t = 0$에서 스위치를 a의 위치에 연결한 다음, $t = 0.3$[초]에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $i_L(0^+)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

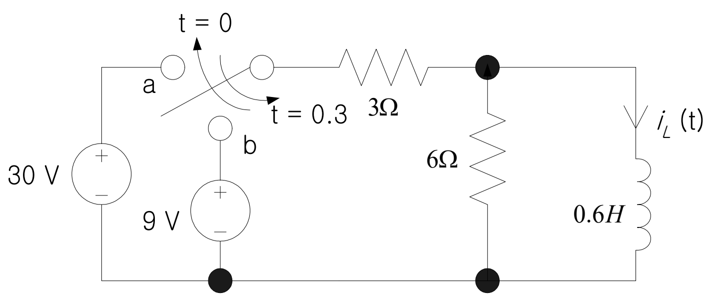


그림 p9.43

[풀이]

[9.43]

(1) $t = 0^-$에서 그림 p9.43의 회로는 정상상태에 있으므로 $i_L(0^-) = 0$[A]이고,

인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(2) (i) $0 < t < 0.3$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3 // 6 = 2$,

$v_{oc} = 30 \times \frac{6}{9} = 20$[V]이므로 그림 s9.43a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$20 \;=\; 2i_L(t) \;+\; 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; \frac{10}{3}\,i_L(t) \;=\; \frac{100}{3} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + \frac{10}{3}\,I_L(s) \;=\; \frac{\frac{100}{3}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{\frac{100}{3}}{s(s+\frac{10}{3})}$$

$$= \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{10}{3}}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 10(1 - e^{-\frac{10}{3}t})\ [\mathrm{A}], \quad 0 < t < 0.3$$

이다.

(ii) $0.3 < t$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3//6 = 2$,

$v_{oc} = 9\times\frac{6}{9} = 6[\mathrm{V}]$이므로 그림 s9.43b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$6 \;=\; 2i_L(t) \;+\; 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; \frac{10}{3}\,i_L(t) \;=\; 10 \qquad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0.3^+) = i_L(0.3^-) = 10(1-e^{-1})[\mathrm{A}]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0.3^+) + \frac{10}{3}\,I_L(s) \;=\; \frac{10}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{10(1-e^{-1})}{s+\frac{10}{3}} \;+\; \frac{10}{s(s+\frac{10}{3})}$$

$$= \frac{10(1-e^{-1})}{s+\frac{10}{3}} \;+\; \left(\frac{3}{s} - \frac{3}{s+\frac{10}{3}}\right)$$

이다. 따라서,

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 10(1-e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}u_s(t-0.3) \\ &\quad + 3u_s(t-0.3) - 3e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}u_s(t-0.3)\ [\mathrm{A}], \quad t>0.3 \\ &= 3 + (7-10e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}, \ t>0.3 \end{aligned}$$

이다. 즉,

$$i_L(t) = \begin{cases} 10(1-e^{-\frac{10}{3}t}), & 0<t<0.3 \\ 3 + (7-10e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}, & 0.3 \le t \end{cases}$$

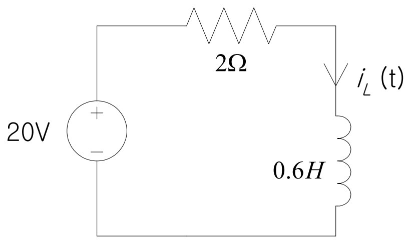


그림 s9.43a

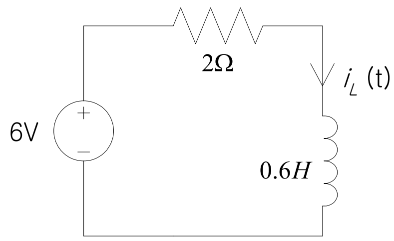


그림 s9.43b

(3) 그림 s9.43b의 회로에서 $i_L(\infty) = \dfrac{6}{2} = 3[\mathrm{A}]$이다.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.43c와 같다.

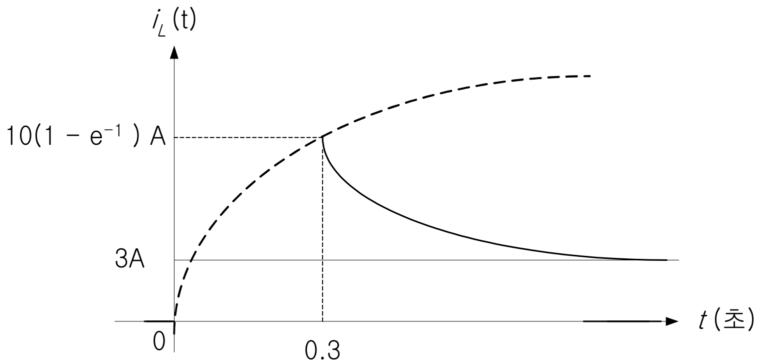


그림 s9.43c

[9.44] 그림 p9.44의 회로에서, $i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $t>0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(2) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(3) $t>0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

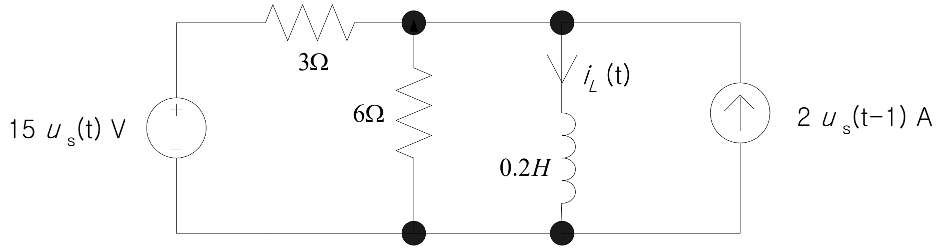


그림 p9.44

[풀이]

[9.44]

(1) (i) $0 < t < 1$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3//6 = 2$,

$v_{oc} = 15 \times \frac{6}{9} = 10$[V]이므로 그림 s9.44a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$10 = 2i_L(t) + 0.2\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10i_L(t) = 50 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10I_L(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{50}{s(s+10)}$$
$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 5(1 - e^{-10t}) \text{ [V]}, \quad 0 < t < 1$$

이다.

(ii) $1 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면, 그림 s9.44b 회로와 같다

$$14 = 2i_L(t) + 0.2\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10i_L(t) = 70 \quad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(1^+) = i_L(1^-) = 5(1 - e^{-10}) = 5\text{[A]}$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(1^+) + 10I_L(s) = \frac{70}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{5}{s+10} + \frac{70}{s(s+10)}$$
$$= \frac{5}{s+10} + \left(\frac{7}{s} - \frac{7}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 7 - 2e^{-10(t-1)} \text{ [A]}, \quad t > 1$$

이다. 즉,

$$i_L(t) = \begin{cases} 5(1-e^{-10t}), & 0 < t < 1 \\ 7 - 2e^{-10(t-1)}, & 1 \le t \end{cases}$$

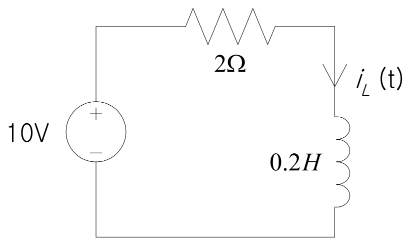


그림 s9.44a

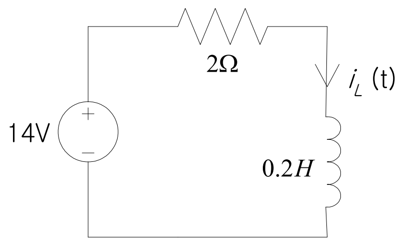


그림 s9.44b

(3) 그림 s9.44b의 회로에서 $i_L(\infty) = 7$[V]이다.

(4) 회로의 시정수가 0.1초 이므로 0.5초이면 정상상태에 도달한다. 따라서, $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.44c와 같다.

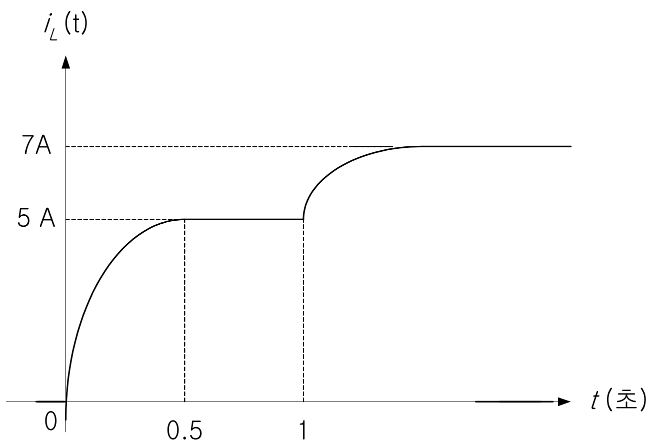


그림 s9.44c

[9.45] 그림 p9.45의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

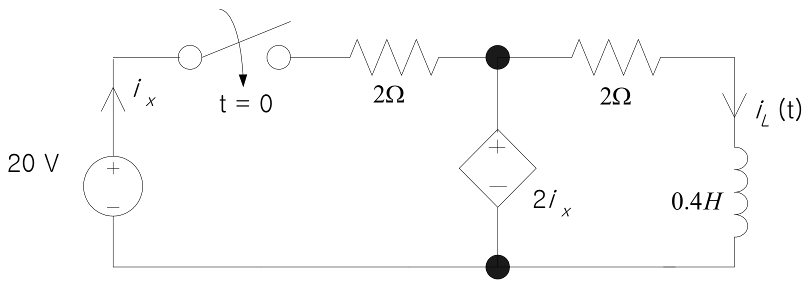


그림 p9.45

[풀이]

[9.45]

(1) $t < 0$에서 등가회로는 그림 s9.45a와 같고, KVL을 적용하면

$$2i_L + 0.4\frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 0$$

따라서, $i_L(t) = i_L(-\infty)e^{-5t}$ 이고, 시간이 충분히 흐른 상태에서는

$$i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

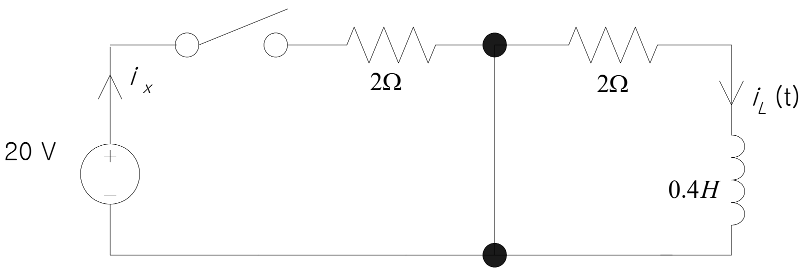


그림 s9.45a $t < 0$에서 등가회로

(2) $0 < t$에서, 첫 번째 루프에 KVL을 적용하면,

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

이므로 $i_x = 5[\mathrm{A}]$이다. 두 번째 루프에 KVL을 적용하면,

$$2i_x = 2i_L(t) + 0.4\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 25$$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이므로

$$I_L(s) = \frac{25}{s(s+5)}$$

$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+5}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 5(1 - e^{-5t}) \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

(3) $t = \infty$에서 등가회로는 그림 s9.45b 회로와 같고,

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

에서 $i_x = 5$[A] 이다. 또한

$$2i_x = 2i_L(\infty)$$

에서 $i_L(\infty) = i_x = 5$[A] 이다.

이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

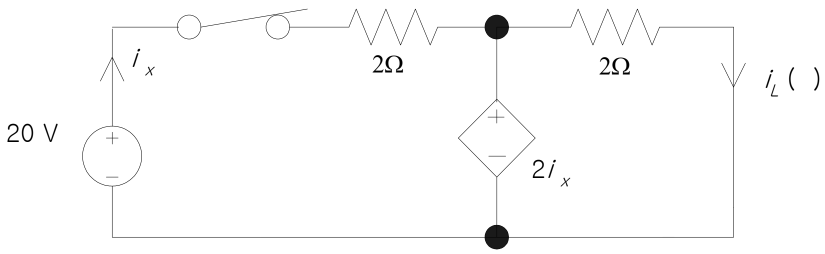


그림 s9.45b

(4) $t > 0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.45c와 같다.

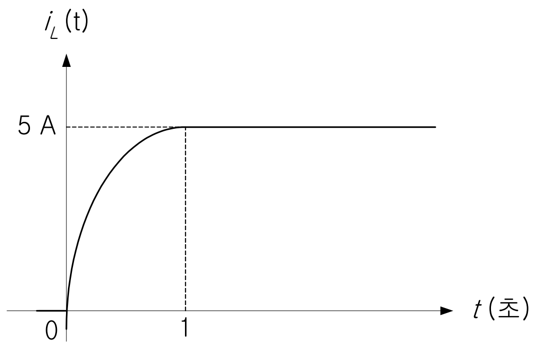


그림 s9.45c

[9.46] 그림 p9.46의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

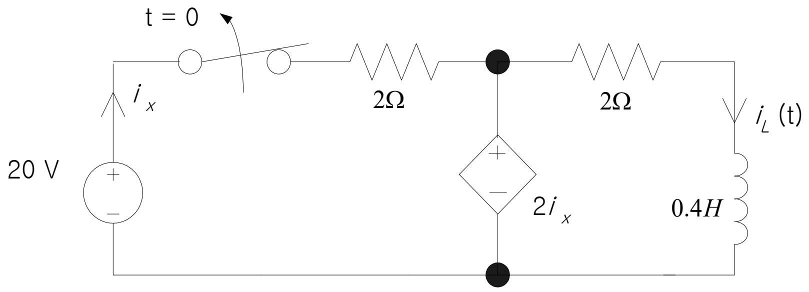


그림 p9.46

[풀이]

[9.46]

(1) $t = 0^-$에서 등가회로는 그림 s9.46a와 같고, KVL을 적용하면

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

에서, $i_x = 5$[A]이고, 또한

$$2i_x = 2i_L(0^-)$$

이므로

$$i_L(0^-) = 5[\mathrm{A}]$$

이다.

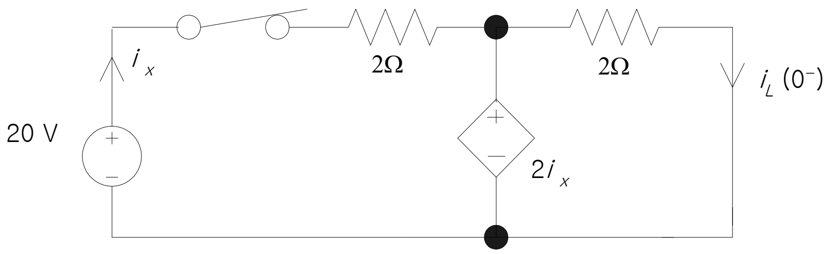


그림 s9.46a $t = 0^-$에서 등가회로

(2) $0 < t$에서, $i_x = 0$[A]이므로, KVL을 적용하면,

$$0 = 2i_L(t) + 0.4\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 0$$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 5$[A]이므로

$$I_L(s) = \frac{5}{s+5}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 5e^{-5t}\ [\mathrm{A}],\quad t > 0$$

이다.

(3) $t = \infty$ 에서 등가회로는 그림 s9.46b 회로와 같고, $i_L(\infty) = 0[\mathrm{A}]$ 이다.
이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

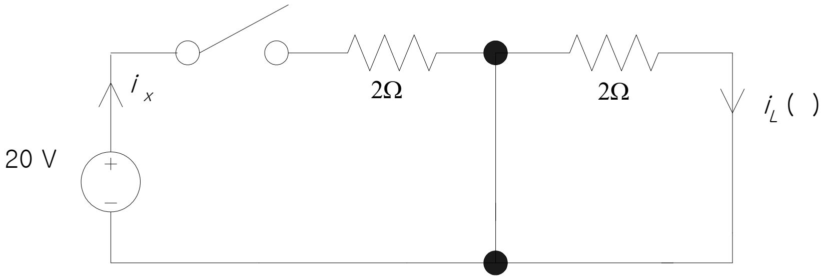


그림 s9.46b

(4) $t > 0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.45c와 같다.

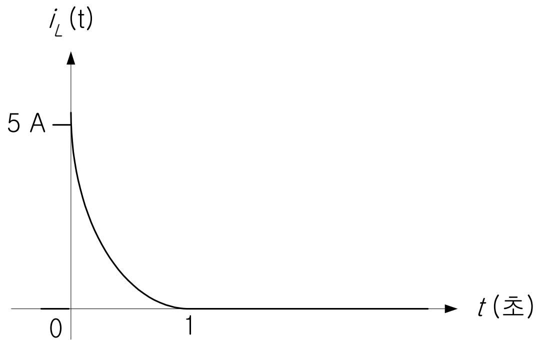


그림 s9.46c

[9.47] 그림 p9.47의 회로가 $t = 0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(5) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

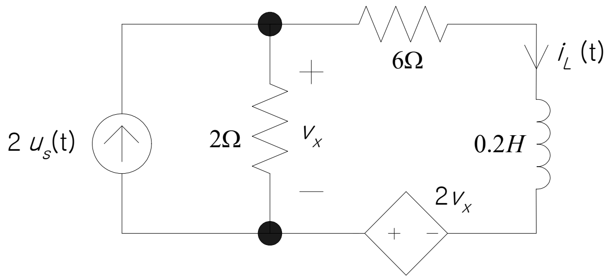


그림 p9.47

[풀이]

[9.47]

(1) $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s9.47a와 같고,

$$8\,i_L(0^-)-2\times(-2\,i_L(0^-))=0$$

에서 $i_L(0^-)=0$[A]이다.

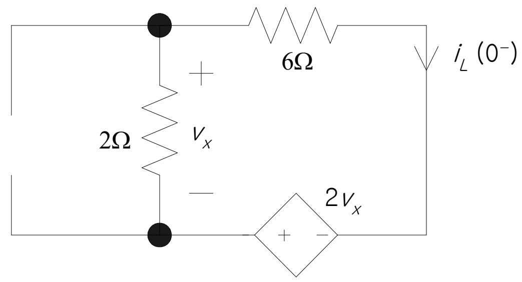


그림 s9.47a $t=0^-$에서 등가회로

(2) $t>0$에서 KVL을 적용하면

$$v_x=6\,i_L(t)+0.2\frac{di_L(t)}{dt}-2\,v_x$$

이고, $v_x=2(2-i_L)$이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt}+60\,i_L(t)=60 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$[A]이므로,

$$I_L(s)=\frac{60}{s(s+60)}$$

$$=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+60}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t)=1-e^{-60t}\ [\text{A}],\quad t>0$$

이다.

(3) (2)의 결과에 극한을 취하면 $i_L(\infty)=1$[A]이다.

(4) 시정수는 $\tau=\frac{1}{60}$[초]이므로 $5\tau=\frac{1}{12}$[초] 지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) $t > 0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s9.47b와 같다.

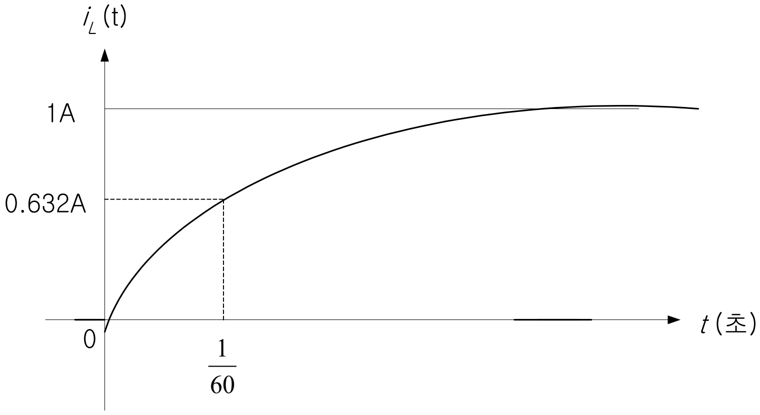


그림 s9.47b

<< 9.4 CR회로의 응답 >>

[9.48] 그림 p9.48의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.48a와 같을 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]라고 가정한다

(1) $v_o(t)$를 구하여라.

(2) $v_o(t)$의 파형을 그려라.

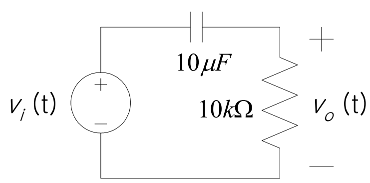


그림 p9.48

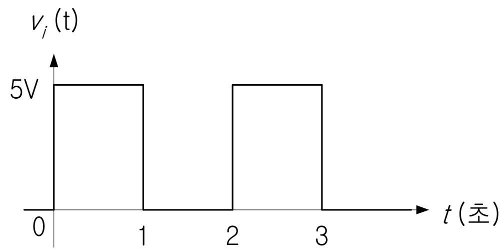


그림 p9.48a

[풀이]

[9.48]

(1) $v_c(0^-) = 0$[V]일 때, $v_o(t)$는

$$v_o(t) = V_S e^{-\frac{t}{RC}} u_s(t) - V_S e^{-\frac{t-1}{RC}} u_s(t-1) + V_S e^{-\frac{t-2}{RC}} u_s(t-2) - V_S e^{-\frac{t-3}{RC}} u_s(t-3)$$

이므로,

$$v_o(t) = 5e^{-10t} u_s(t) - 5e^{-10(t-1)} u_s(t-1) + 5e^{-10(t-2)} u_s(t-2) - 5e^{-10(t-3)} u_s(t-3)$$

이다.

(2) 시정수가 $\tau = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다. 따라서, $v_o(t)$의 파형은 그림 s9.48과 같다.

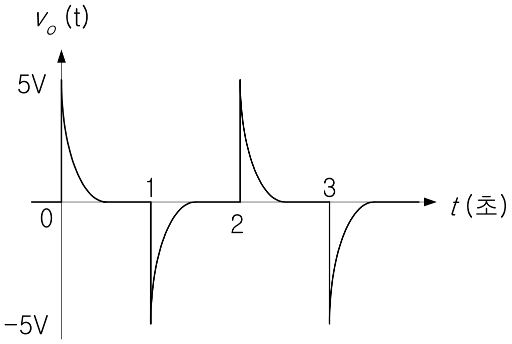


그림 s9.48 $v_o(t)$의 파형

<< 9.5 연산증폭기를 포함하는 1차회로의 응답 >>

[9.49] 그림 p9.49의 RC적분회로에서, $v_i(t)$가 그림 p9.49a와 같을 때, 출력전압 $v_o(t)$의 파형을 그려라. 단, 적분기의 포화는 고려하지 않는다.

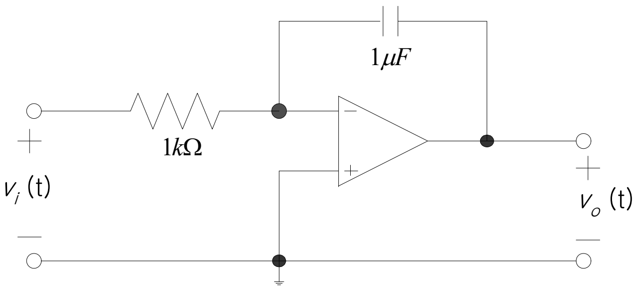


그림 p9.49

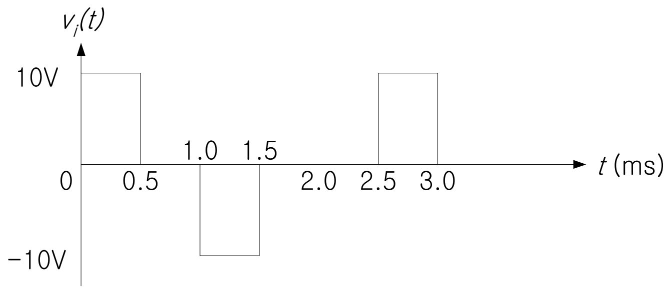


그림 p9.49a

[풀이]

[9.49] 커패시터의 초기전압이 0V이면 출력전압 $v_o(t)$는

$$v_o(t) = -\frac{1}{1\times10^{-3}}\int_{0^+}^{t} v_i(\tau)\,d\tau + v_o(0^+)$$

$v_i(t) = 10$[V]인 구간에서 $v_o(t)$의 기울기는 $-\dfrac{10}{RC} = -10$이고, $v_i(t) = -10$[V]인 구

간에서 $v_o(t)$의 기울기는 $\frac{10}{RC} = 10$이며, $v_i(t) = 0$[V]인 구간에서는 그 전압이 그대로 유지되므로 $v_o(t)$의 파형은 그림 s9.49와 같다.

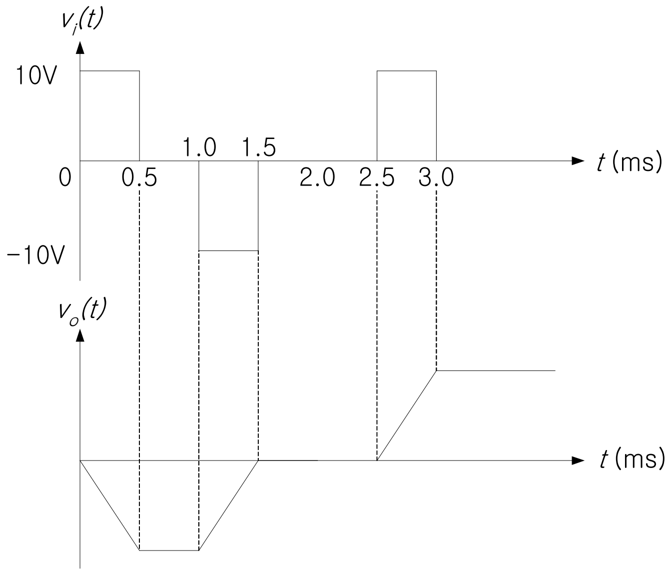


그림 s9.49

[9.50] 그림 p9.50의 회로에서, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라. 단, $v_o(0^-) = 0$V이고 적분기의 포화는 고려하지 않는다.

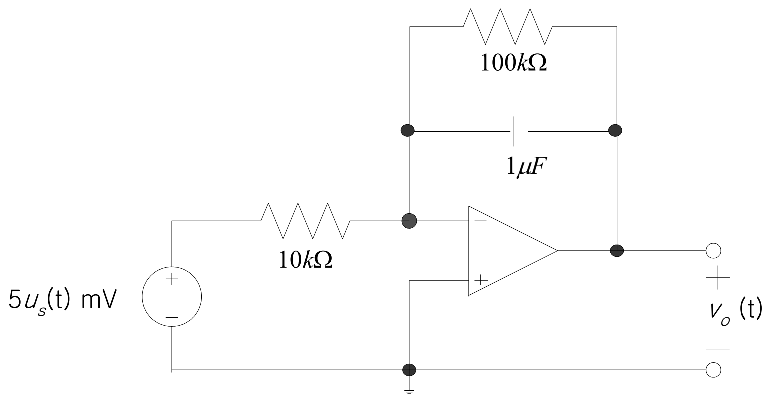


그림 p9.50

[풀이]

[9.50] OP 앰프의 반전단자에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{5\times10^{-3} - 0}{10k} = 1\times10^{-6}\frac{d(0 - v_o)}{dt} + \frac{0 - v_o(t)}{100k}$$

이고 위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_o(t)}{dt} + 10\,v_o(t) \;=\; -0.5$$

이다. $v_o(0) = 0$[V]이므로

$$V_o(s) \;=\; -\frac{0.5}{s(s+10)}$$

$$\;=\; -0.05\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서, $v_o(t)$는

$$v_o(t) \;=\; -0.05(1 - e^{-10t})\,u_s(t) \text{ [V]}$$

$$\;=\; -50(1 - e^{-10t})\,u_s(t) \text{ [mV]}$$

이다.

[9.51] 그림 p9.51의 회로에서, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라. 단, $v_c(0) = 10$V이다.

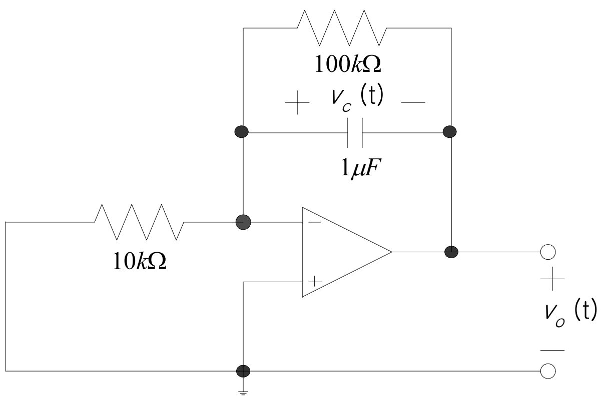


그림 p9.51

[풀이]

[9.51] OP 앰프의 반전단자에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{0-0}{10k} \;=\; 1\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{100k}$$

이고 위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\,v_c(t) \;=\; 0$$

이다. $v_c(0) = 10$[V]이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서, $v_c(t)$는

$$v_c(t) \;=\; 10\,e^{-10t}u_s(t) \text{ [V]}$$

이다. 한편 $v_o(t) = -\,v_c(t)$이므로

$$v_o(t) \;=\; -10\, e^{-10t} u_s(t) \ \text{[V]}$$

이다.

[9.52] 그림 p9.52의 회로에서, $v_1(t) = 5$[mV], $v_2(t) = 20\sin 4t$[mV]일 때, $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단전압의 초기값은 0V라고 가정한다

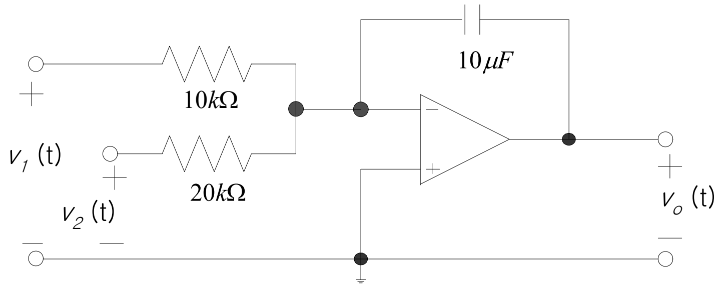


그림 p.52

[풀이]

[9.52] OP 앰프의 반전단자가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{v-1}{10k} + \frac{v_2}{20k} \;=\; 10\times10^{-6}\frac{d(-v_o(t))}{dt}$$

이므로

$$\begin{aligned} v_o(t) \;&=\; -10\int_0^t v_1(\tau)d\tau \;-\; 5\int_0^t v_2(\tau)d\tau \\ &=\; -10\times5\times10^{-3}t \;-\; 5\times20\times10^{-3}\frac{\sin 4t}{4}\Big|_0^t \\ &=\; -50\,t \;-\; 25\sin 4t \ \text{[mV]} \end{aligned}$$

이다.

[9.53] 그림 p9.53의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 20\{u_s(t) - u_s(t-2)\}$[mV]일 때, $t > 0$에서 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

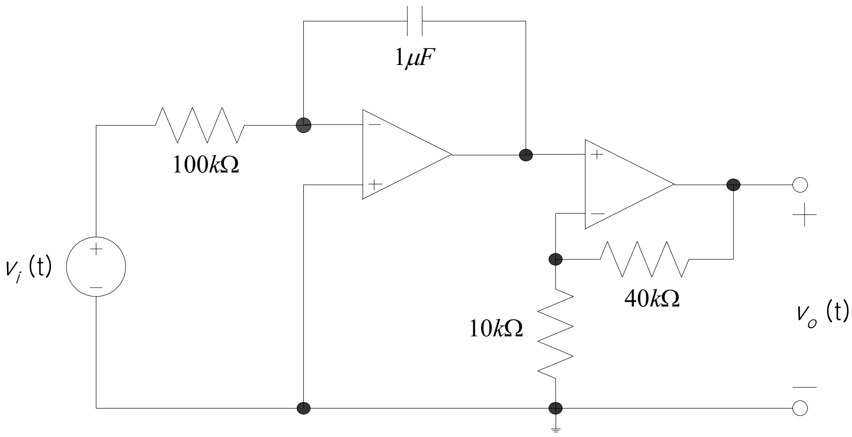


그림 p9.53

[풀이]

[9.53]

(1) 첫 번째 OP 앰프의 출력전압을 v_a라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - 0}{100k} = 1\times10^{-6}\frac{d(0 - v_a)}{dt}$$

즉,

$$\frac{dv_a}{dt} = -10\, v_i(t) \quad \text{------------------------------} \quad ①$$

이다. 두 번째 OP 앰프에서

$$v_a = \frac{1}{5}\, v_o(t) \quad \text{--------------------------------} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하면

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -50\, v_i(t)$$

즉, $v_o(t) = -50\int_0^t v_i(\tau)\,d\tau + v_o(0)$이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = 20\{u_s(t) - u_s(t-2)\}$[mV]이면,

$$v_o(t) = \begin{cases} -1000\,t, & 0 < t < 2 \\ -2000, & 2 \le t \end{cases} [\text{mV}]$$

이다.

[9.54] 그림 p9.54의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = \delta(t)$[V]일 때, 임펄스응답 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

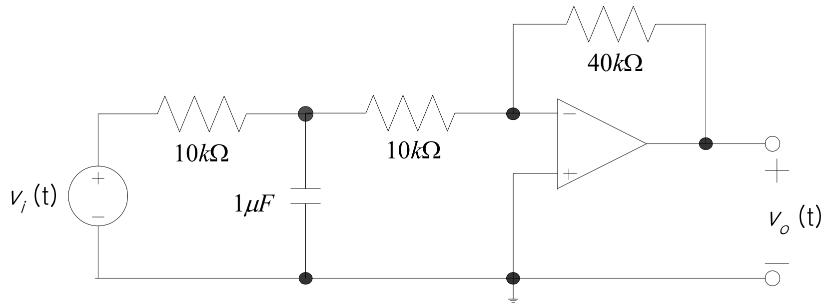


그림 p9.54

[풀이]

[9.54]

(1) 접지에 대한 커패시터의 전압을 v_c라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - v_c}{10k} = 1\times10^{-6}\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{10k}$$

즉,

$$\frac{dv_c}{dt} + 200\,v_c(t) = 100\,v_i(t) \quad \text{-----------------------} \quad ①$$

이다. OP 앰프에서

$$\frac{v_c - 0}{10k} = \frac{0 - v_o}{40k}$$

즉,

$$v_o = -4\,v_c(t) \quad \text{------------------------------------} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하면

$$\frac{dv_o}{dt} + 200\,v_o(t) = -400\,v_i(t)$$

이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = \delta(t)$ [V]이면,

$$V_o(s) = -\frac{400}{s+200}$$

이므로

$$v_o(t) = -400\,e^{-200t}\ [\text{V}],\quad t > 0$$

이다.

[9.55] 그림 p9.55의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = \delta(t)$[V]일 때, 임펄스응답 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

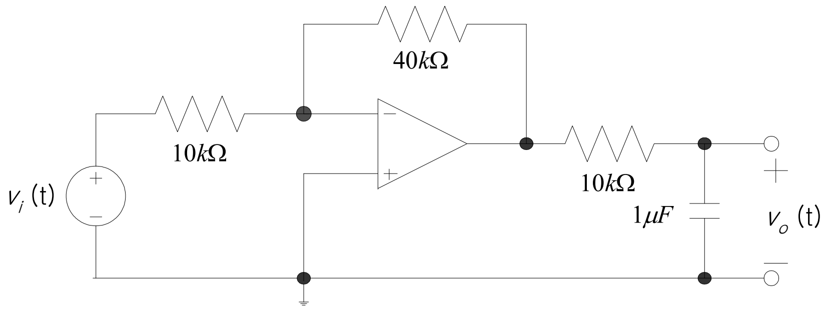


그림 p9.55

[풀이]

[9.55]

(1) OP 앰프의 출력전압을 v_a라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - 0}{10k} = \frac{0 - v_a}{40k}$$

즉,

$$v_a = -4\,v_i(t) \quad \text{-----------------------} \quad ①$$

이다. RC회로에서

$$\frac{v_a - v_o}{10k} = 1 \times 10^{-6} \frac{d v_o}{dt}$$

즉,

$$\frac{d v_o}{dt} + 100\,v_o(t) = 100\,v_a(t) \quad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

식①을 식②에 대입하면

$$\frac{d v_o}{dt} + 100\,v_o(t) = -400\,v_i(t)$$

이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = \delta(t)$ [V]이면,

$$V_o(s) = -\frac{400}{s+100}$$

이므로

$$v_o(t) = -400\,e^{-100\,t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

[9.56] 그림 p9.56의 회로에서, $v_c(0) \neq 0$[V]일 때, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라.

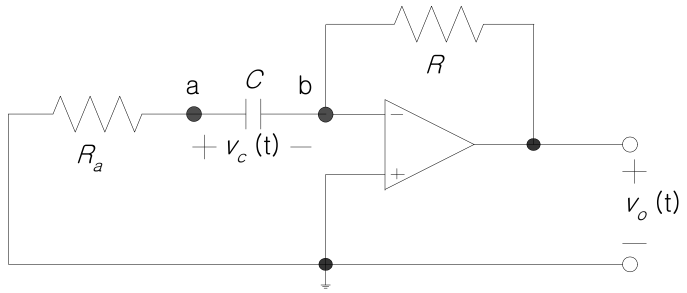


그림 p9.56

[풀이]

[9.56] 마디 a의 전압을 v_a라 하고, 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$\frac{-v_a}{R_a} = C\frac{dv_c(t)}{dt} \quad \text{------------------------------} \quad ①$$

이다. OP 앰프에서 $v_- = v_+$이므로 $v_a = v_c(t)$ 이다. 따라서, 식①은

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{R_aC}v_c(t) = 0 \quad \text{--------------------} \quad ②$$

이다. 식②의 해는

$$v_c(t) = v_c(0)\,e^{-\frac{t}{R_aC}}$$

이다.

마디 b에서 KCL을 적용하면

$$C\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{0 - v_o(t)}{R}$$

이므로, 출력전압 $v_o(t)$는

$$v_o(t) = -RC\frac{dv_c(t)}{dt} = v_c(0)\frac{R}{R_a}\,e^{-\frac{t}{R_aC}}, \quad t > 0$$

이다.

[9.57] 그림 p9.57의 회로에서, $v_o(t)$를 $v_1(t)$와 $v_2(t)$의 함수로 나타내어라.

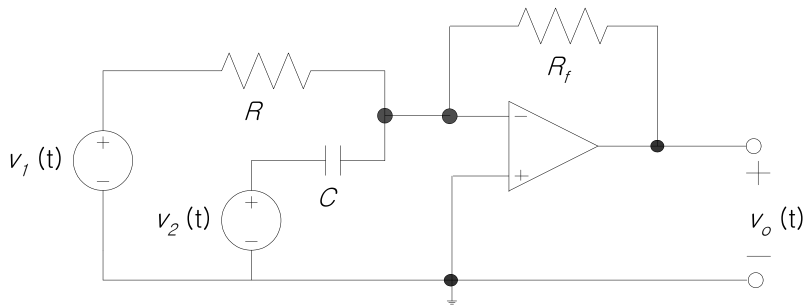


그림 p9.57

[풀이]

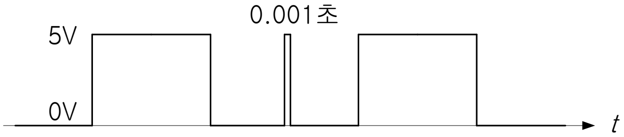
[9.57] KCL에 의하여 $\frac{v_1(t)}{R} + C\frac{dv_2(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{R_f}$ 이므로,

$$v_o(t) = -\frac{R_f}{R}v_1(t) - R_f C\frac{dv_2(t)}{dt}$$

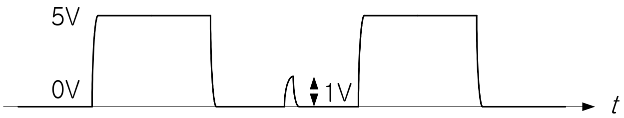
이다.

<< 9.6 RC회로와 RL회로의 응용 예 >>

[9.58] 그림 p9.58의 (a)신호에 있는 폭이 0.001초인 펄스가 제거된 (b)신호를 만들려고 한다. (a)신호를 RC회로에 통과시키면 (b)신호를 얻을 수 있다. 이 때 RC회로의 시정수 $\tau = RC$를 얼마로 하면 좋은 가?



(a) 잡음이 있는 신호 v_i(t)



(b) 잡음이 제거된 신호 v_o(t)

그림 p9.58

[풀이]

[9.58] RC회로에서 커패시터에 걸리는 전압은 $v_c(t) = V_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$이므로

$$1 = 5(1 - e^{-\frac{0.001}{\tau}})$$

이다. 따라서,

$$\tau = -\frac{0.001}{\ln 0.8} = 4.48[\mathrm{ms}]$$

이므로 시정수는 4.48[ms]보다 커야 한다.

[9.59] 코일의 정격이 12V, 2A이고 $L = 300[\mathrm{mH}]$인 솔레노이드 밸브를 그림 p9.59의 (a)와 같이 구동하려고 한다. $v_i(t)$는 2전원으로 (b)와 같다. 턴온시간이 0.02초가 되도록 할 경우, 다음 물음에 답하여라.

(1) V_H의 값을 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하고 파형을 그려라.

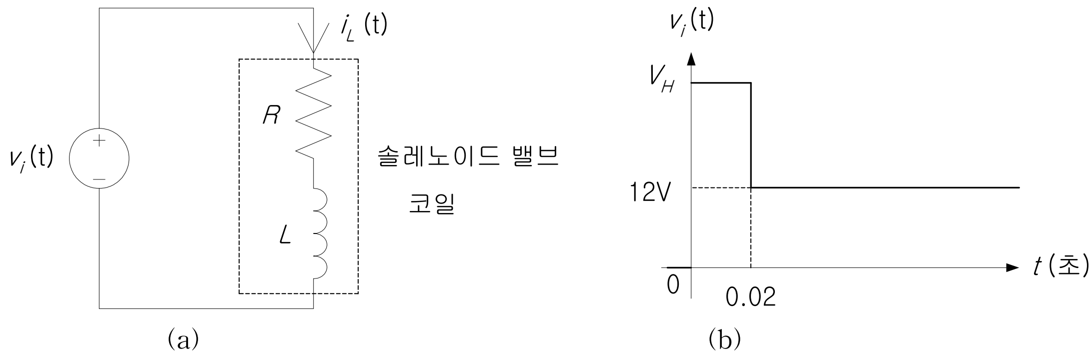


그림 p9.59

[풀이]

[9.59]

(1) 이 코일의 저항은 $R = 6[\Omega]$이므로 시정수는 $\tau = 0.05$[초]이다. 코일에 V_H를 인가했을 때, $t = 0.02$[초]에서 코일에 흐르는 전류가 2A이어야 하므로

$$2 = \frac{V_H}{6}\left(1 - e^{-\frac{0.02}{0.05}}\right)$$

이다. 즉,

$$V_H = \frac{12}{1 - e^{-0.4}} = \frac{12}{1 - 0.67} = 37.5[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) (i) $0 < t < 0.02$에서

$$i_L(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{37.5}{6}\left(1 - e^{-\frac{t}{0.05}}\right) = 6.25\left(1 - e^{-\frac{t}{0.05}}\right)$$

이다.

(ii) $0.02 \le t$에서

$$12 = 6\,i_L(t) + 0.3\frac{di_L(t)}{dt}$$

즉, $\dfrac{di_L(t)}{dt} + 20\,i_L(t) = 40$이고

$i_L(0.02^+) = i_L(0.02^-) = 6.25\left(1 - e^{-0.4}\right) = 2[\mathrm{A}]$ 이다.

따라서,

$$I_L(s) = \frac{2}{s+20} + \frac{40}{s(s+20)}$$

$$= \frac{2}{s+20} + \left(\frac{2}{s} - \frac{2}{s+20}\right)$$

$$= \frac{2}{s}$$

이므로 $i_L(t) = 2[\mathrm{A}]$, $t > 0.02$[초]이다.

$i_L(t)$의 파형은 그림 s9.59와 같다.

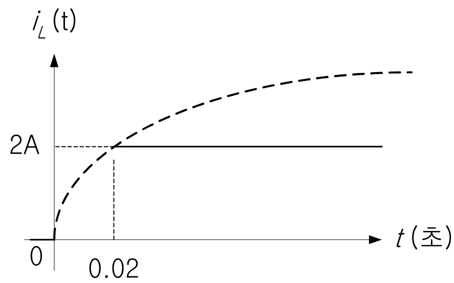


그림 s9.59 $i_L(t)$의 파형