[연습문제]

<< 8.2 RC회로의 응답 >>

[8.1] 그림 p8.1의 회로에서, 스위치를 $t=0$에서 a의 위치에서 b의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-)=8$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

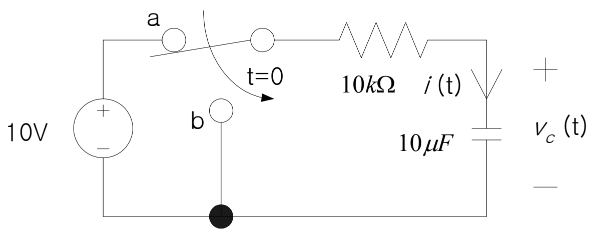


그림 p8.1

[풀이]

[8.1]

(1) $i(0^-) \ = \ \dfrac{10 - v_c(0^-)}{10k} \ = \ 0.2$[mA],

$v_c(0^+) \ = \ v_c(0^-) \ = \ 8$[V],

$i(0^+) \ = \ -\dfrac{v_c(0^+)}{10k} \ = \ -0.8$[mA]

이다.

(2) $t>0$에서 그림 p8.1 회로는 그림 s8.1-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\times10^3 i(t) \ + \ v_c(t) \ = \ 0$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \ + \ 10\,v_c(t) \ = \ 0 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\mathrm{V}]$$

이다.
식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\,V_c(s) = 0$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{8}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 8e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = -800\times10^{-6}e^{-10t} = -0.8e^{-10t}\ [\mathrm{mA}]\ , \quad t>0$$

이다.

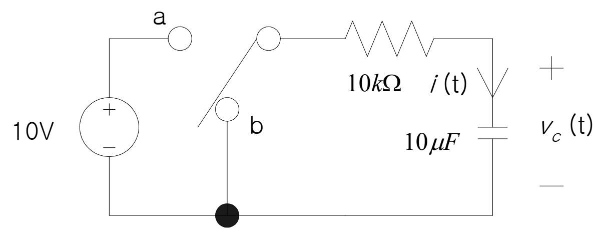


그림 s8.1-a $t>0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = \lim_{t\to\infty} 10e^{-\frac{1}{6}t} = 0[\mathrm{V}]$ 이고,

$i(\infty) = \lim_{t\to\infty} -0.8e^{-10t} = 0[\mathrm{A}]$이다.

(4) $t>0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 8e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t\geq 0$$

$$i(t) = \begin{cases} 0.2mA, & t=0^- \\ -0.8e^{-10t}mA, & t>0 \end{cases}$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 8\times0.368 = 2.944$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.1-b와 같다.

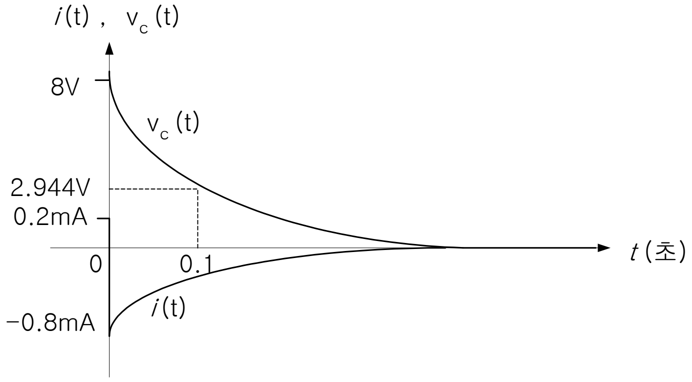


그림 s8.1-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[8.2] 그림 p8.2의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

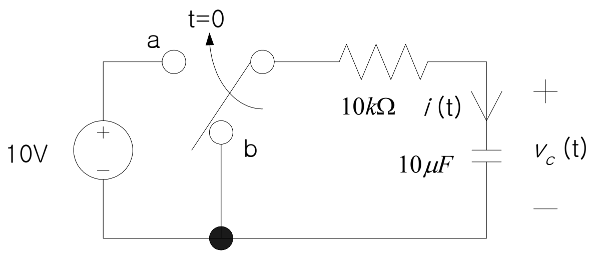


그림 p8.2

[풀이]

[8.2]

(1) 스위치가 충분한 시간동안 b의 위치에 있었으므로

$$i(0^-) = 0[\text{mA}],\quad v_c(0^-) = 0[\text{V}]$$

이고,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{10k} = 1[\text{mA}]$$

이다.

(2) (i) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로 $t = 0^-$에서 회로는 정상상태에

있고 $v_c(0^-) = 0$[V], $i(0^-) = 0$[A]이다.

(ii) $t > 0$에서 그림 p8.2 회로는 그림 s8.2-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\times 10^3 i(t) \ + \ v_c(t) \ = \ 10$$

이고,

$$i(t) = 10\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \ + \ 10\,v_c(t) \ = \ 100 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\,V_c(s) \ = \ \frac{100}{s}$$

이므로

$$V_c(s) \ = \ \frac{100}{s(s+10)}$$

$$= \ \frac{10}{s} - \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \ = \ 10 \ - \ 10e^{-10t} \ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) \ = \ 10\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} \ = \ 10\times 10^{-6}\times 100\,e^{-10t} \ = \ e^{-10t} \ [\mathrm{mA}] \ , \ \ t > 0$$

이다.

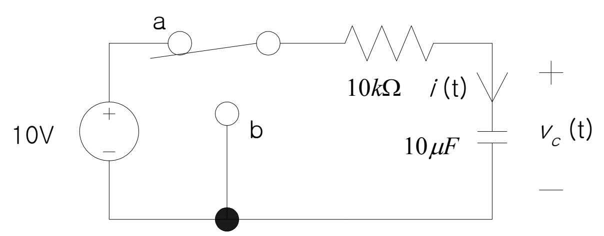


그림 s8.2-a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) \ = \ 10$[V] 이고, $i(\infty) \ = \ 0$[A]이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 10e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t \geq 0,$$

$$i(t) = \begin{cases} 0\,mA, & t = 0^- \\ e^{-10t} mA, & t > 0 \end{cases}, \quad t > 0$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 10 - 10 \times 0.368 = 6.32$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.2-b와 같다.

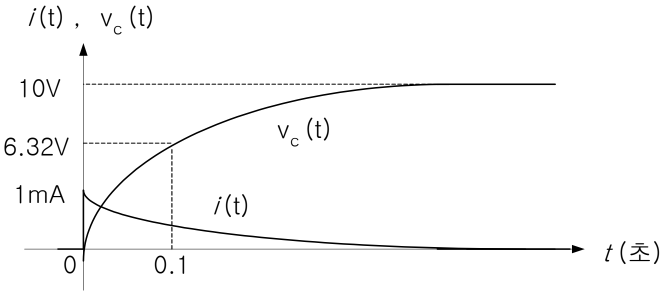


그림 s8.2-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[8.3] 그림 p8.3의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-) = 2$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $v_c(0^+)$, $i(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $v_c(t)$와 $i(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

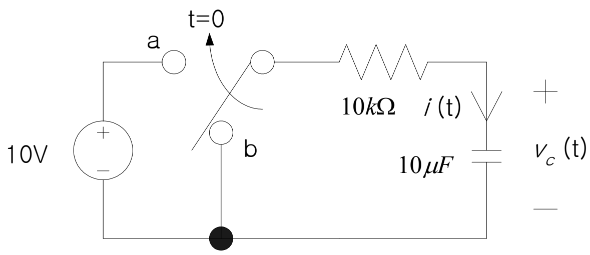


그림 p8.3

[풀이]

[8.3]

(1) $v_c(0^-) = 2$[V]이므로 $i(0^-) = -\dfrac{v_c(0^-)}{10k} = -0.2$[mA]이고,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{10k} = 0.8[\mathrm{mA}]$$

이다.

(2) $t > 0$에서 그림 p8.3 회로는 그림 s8.3-a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\times10^3 i(t) + v_c(t) = 10$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\,v_c(t) = 100 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 10\,V_c(s) = \frac{100}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{2}{s+10} + \frac{100}{s(s+10)}$$
$$= \frac{2}{s+10} + \frac{10}{s} - \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 2e^{-10t} + 10 - 10e^{-10t}\,[\mathrm{V}], \quad t > 0$$
$$= 10 - 8e^{-10t}, \quad t > 0$$

이다. $i(t)$는

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = 10\times10^{-6}\times80e^{-10t} = 0.8e^{-10t}\,[\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다.

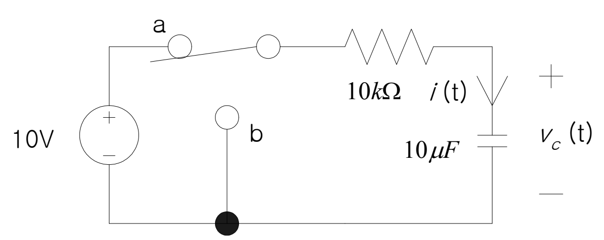


그림 s8.3-a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = 10[\mathrm{V}]$ 이고, $i(\infty) = 0[\mathrm{A}]$이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = RC = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후 면 회로는 정상상태에 도

달한다.
(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$v_c(t) \;=\; 10 \;-\; 8e^{-10t}, \quad t \ge 0$$

$$i(t) \;=\; \begin{cases} -0.2\,mA, & t = 0^- \\ 0.8e^{-10t}mA, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $t = RC = 0.1$[초]에서 $v_c(0.1) = 10 - 8\times 0.368 = 7.156$[V]이고 $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.3-b와 같다.

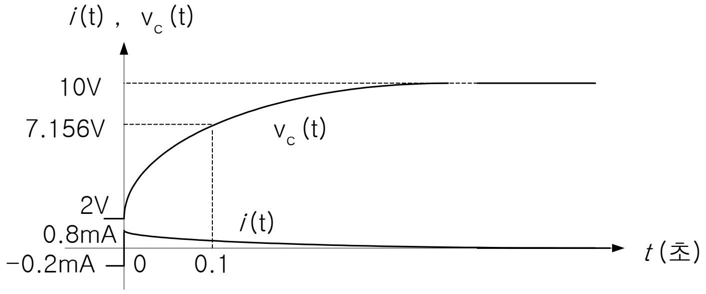


그림 s8.3-b $v_c(t)$와 $i(t)$의 개략적인 파형

[8.4] 그림 p8.4의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.4a와 같을 때 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) $t \ge 0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $t \ge 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

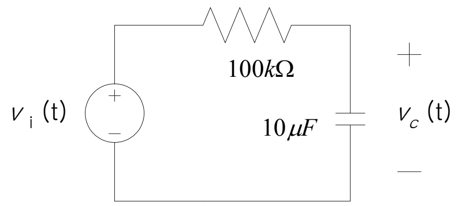


그림 p8.4

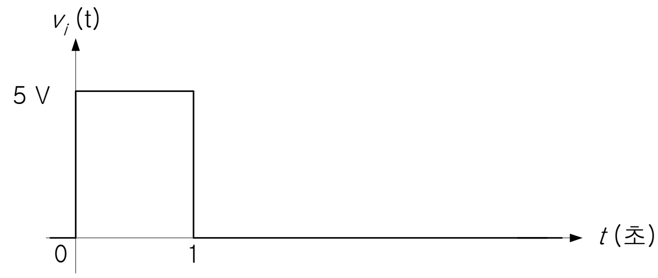


그림 p8.4a

[풀이]

[8.4]

(1) (i) $0 < t < 1$에서,

$$100 \times 10^3 i(t) \ + \ v_c(t) \ = \ 5$$

이고,

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \ + \ v_c(t) \ = \ 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) \ = \ \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) \ = \ \frac{5}{s(s+1)}$$

$$= \ \frac{5}{s} - \frac{5}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \ = \ 5 \ - \ 5e^{-t} \ [\mathrm{V}], \quad 0 < t < 1 \qquad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

(ii) $t > 1$에서, $v_i(t) = 0$이고 $v_c(1^+) = v_c(1^-) = 5(1 - e^{-1})$이다.

회로에 KVL을 적용하면

$$100 \times 10^3 i(t) \ + \ v_c(t) \ = \ 0$$

이고,

$$i(t) = 10 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \ + \ v_c(t) \ = \ 0 \qquad \text{------------------} \quad ③$$

한편, $v_c(0^+) = v_c(1^+)$이다.

식③을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(1^+) + V_c(s) \ = \ 0$$

이므로

$$V_c(s) \ = \ \frac{5(1 - e^{-1})}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)\ [\mathrm{V}],\quad 1 < t \quad \text{-------} \ ④$$

이다.

식③과 식④로부터,

$$v_c(t) \;=\; 5(1-e^{-t})\{u_s(t)-u_s(t-1)\} \;+\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)$$

이다.

*** 참고로 (1)번의 문제는 다음과 같이 풀 수도 있다.

$v_i(t) = 5\{u_s(t)-u_s(t-1)\}$이고, 회로에 KVL을 적용하면,

$$100\times10^3 i(t) \;+\; v_c(t) \;=\; 5\{u_s(t)-u_s(t-1)\}$$

이고,

$$i(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; v_c(t) \;=\; 5\{u_s(t)-u_s(t-1)\} \quad \text{-----------------} \ ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) \;=\; \frac{5}{s}(1-e^{-s})$$

이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{5}{s(s+1)}(1-e^{-s})$$

$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+1} - \frac{5e^{-s}}{s} + \frac{5e^{-s}}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 5u_s(t) \;-\; 5e^{-t}u_s(t) - 5\{u_{s(t-1)} - e^{-(t-1)}u_s(t-1)\}\ [\mathrm{V}],$$

$$= 5(1-e^{-t})\{u_s(t)-u_s(t-1)\} \;+\; 5(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1)[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $t \geq 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.4-a와 같다.

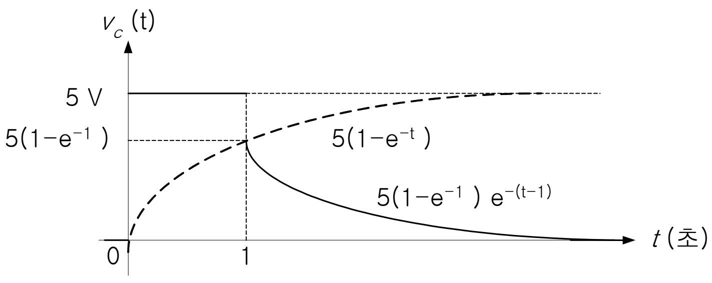


그림 s8.4-a

[8.5] 그림 p8.5의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.5a와 같을 때, $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

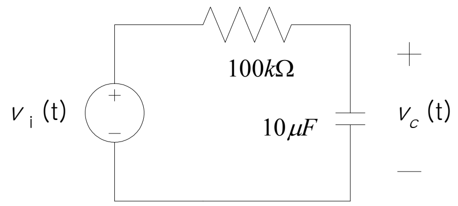


그림 p8.5

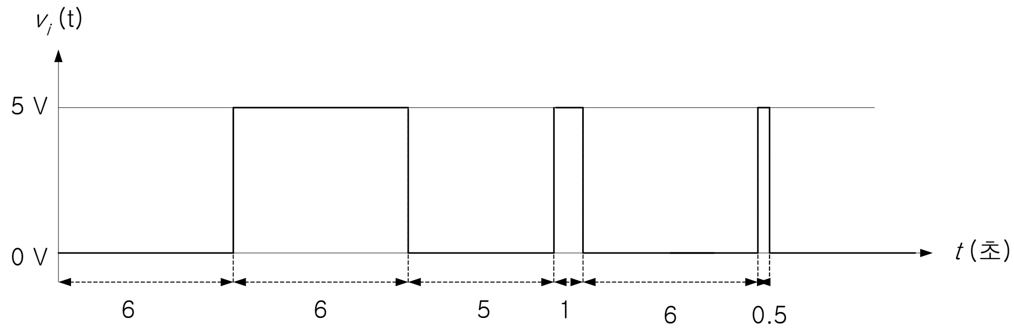


그림 p8.5a

[풀이]
[8.5]
주어진 회로의 시정수는 $\tau = RC = 1$[초]이므로 $v_c(t)$의 파형은 그림 s8.5와 같다.

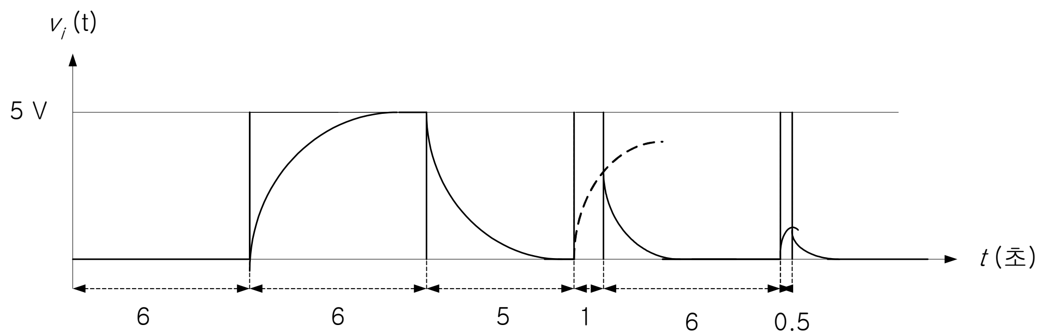


그림 s8.5

[8.6] 그림 p8.6의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 a의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

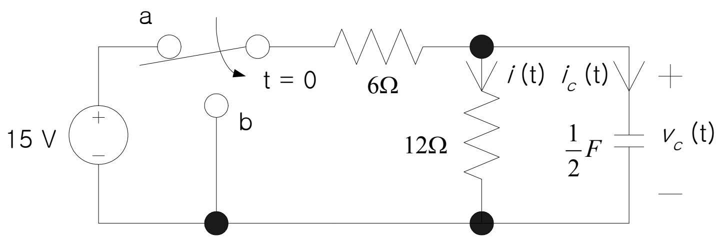


그림 p8.6

[풀이]

[8.6]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.6a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 15\times\frac{12}{6+12} = 10[\mathrm{V}],$$

$$i(0^-) = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

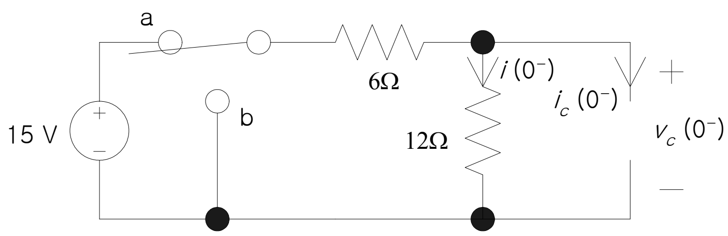


그림 s8.6a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.6b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = -\frac{v_c(0^+)}{6//12} = -\frac{5}{2}[\mathrm{A}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{12} = \frac{5}{6}[\mathrm{A}]$$

이다.

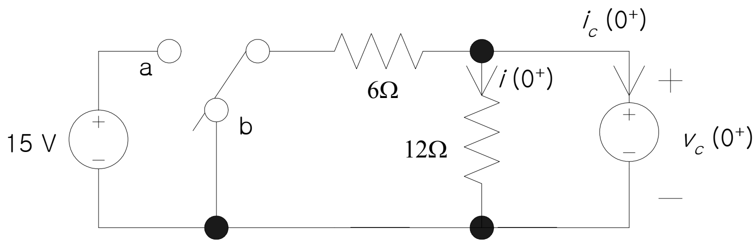


그림 s8.6b

(3) $t=\infty$에서, $v_c(\infty)=0[V]$, $i_c(\infty)=0[A]$, $i(\infty)=0[A]$이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(4) $t>0$에서 그림 p8.6 회로는 그림 s8.6c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$0 \;=\; 4\,i_c(t) \;+\; v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\,v_c(t)}{dt} \;+\; \frac{1}{2}\,v_c(t) \;=\; 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[V]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$s\,V_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}\,V_c(s) \;=\; 0$$

이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{10}{s+\frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 10\,e^{-\frac{t}{2}}\ [V], \quad t>0$$

이고, $i(t)$는 오옴의 법칙에 의하여

$$i(t) \;=\; \frac{v_c(t)}{12} \;=\; \frac{5}{6}\,e^{-\frac{t}{2}}\ [A]\ ,\ \ t>0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

$$= -\frac{5}{2}\,e^{-\frac{t}{2}}\ [A], \quad t>0$$

이다.

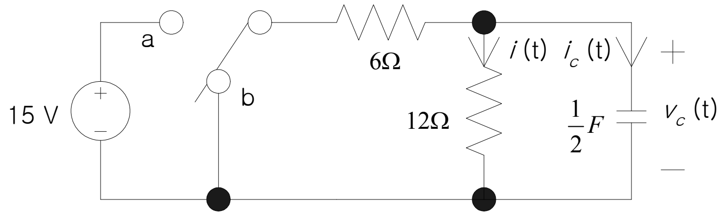


그림 s8.6c

(5) $t \geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times \frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ -\frac{5}{2}e^{-\frac{t}{2}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.6d와 같다.

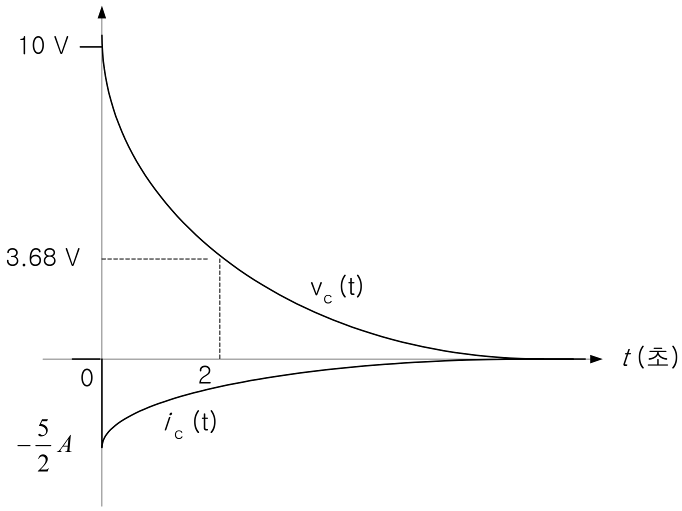


그림 s8.6d

[8.7] 그림 p8.7의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $t = \infty$에서 등가회로를 그리고 $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

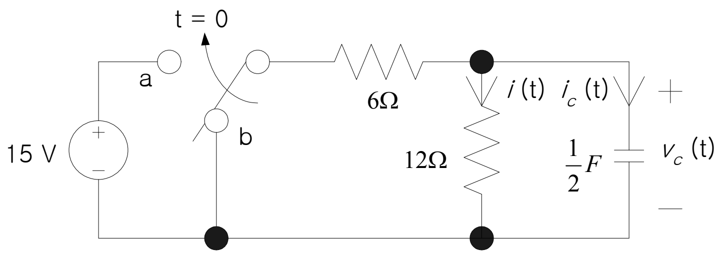


그림 p8.7

[풀이]

[8.7]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로,

$$v_c(0^-) = 0[V],\ \ i(0^-) = 0[A],\ \ i_c(0^-) = 0[A]$$

이다.

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.7a와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[V],$$

$$i_c(0^+) = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}[A],$$

$$i(0^+) = 0[A]$$

이다.

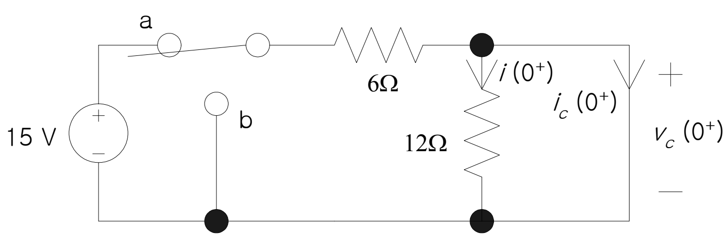


그림 s8.7a

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.7b 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15 \times \frac{12}{6+12} = 10[V],$$

$$i_c(\infty) = 0[A],$$

$$i(\infty) = \frac{15}{6+12} = \frac{5}{6}[A]$$

이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

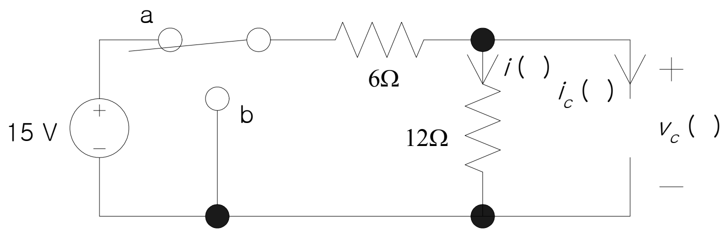


그림 s8.7b $t=\infty$에서의 등가회로

(4) $t>0$에서 그림 p8.7 회로는 그림 s8.7c의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12=4[\Omega]$이고 $15\times\frac{12}{6+12}=10[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$10 \;=\; 4i_c(t) \;+\; v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) \;=\; \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; \frac{1}{2}\,v_c(t) \;=\; 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}\,V_c(s) \;=\; \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{5}{s(s+\frac{1}{2})}$$

$$=\; \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 10 - 10e^{-\frac{t}{2}}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이고, $i(t)$는 오움의 법칙에 의하여

$$i(t) \;=\; \frac{v_c(t)}{12} \;=\; \frac{5}{6} - \frac{5}{6}e^{-\frac{t}{2}}\ [\mathrm{A}]\ , \quad t>0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) \;=\; \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= \frac{1}{2} \times (-10) \times (-\frac{1}{2}) e^{-\frac{t}{2}}$$

$$= \frac{5}{2} e^{-\frac{t}{2}} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

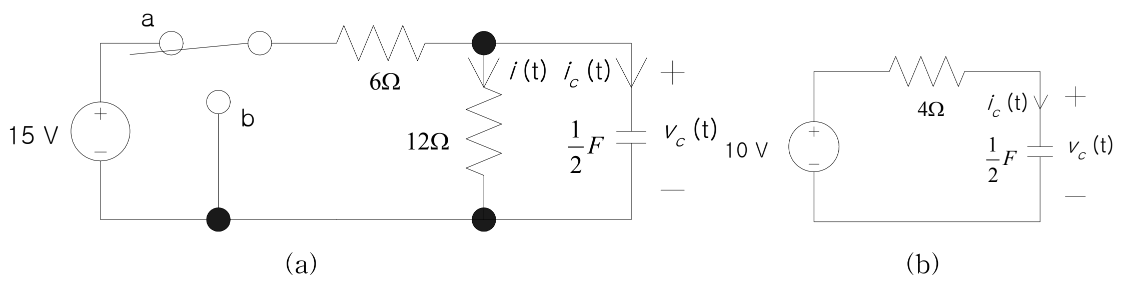


그림 s8.7c

(5) $t \geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times \frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 10e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ \frac{5}{2} e^{-\frac{t}{2}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.7d와 같다.

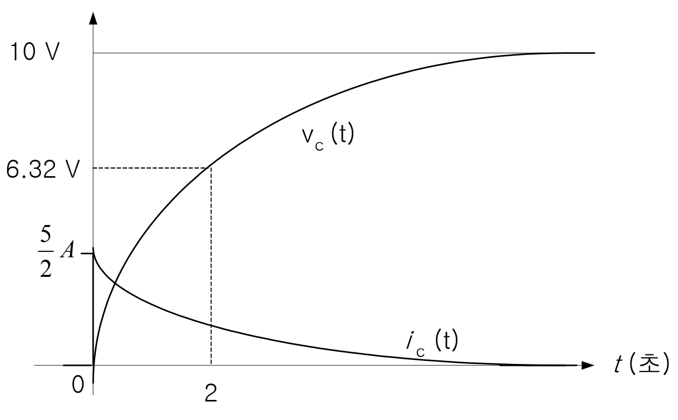


그림 s8.7d

[8.8] 그림 p8.8의 회로에서, $t = 0$에서 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $v_c(0^-) = 2$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i(0^-)$, $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$, $i_c(t)$, $i(t)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

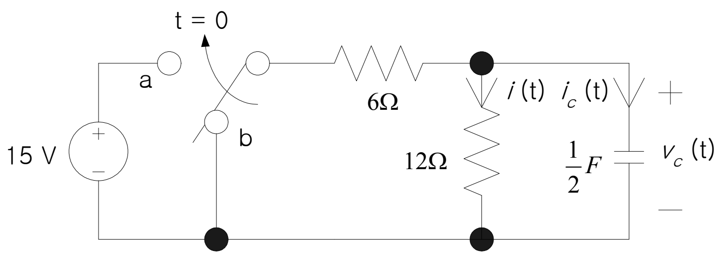


그림 p8.8

[풀이]

[8.8]

(1) $t=0^-$에서 그림 p8.8의 회로는 그림 s8.8a의 회로와 같으므로,

$$i(0^-) \;=\; \frac{v_c(0^-)}{12} \;=\; \frac{1}{6}\,[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^-) \;=\; -\frac{v_c(0^-)}{6//12} \;=\; -\frac{2}{4} \;=\; -\frac{1}{2}\,[\mathrm{A}],$$

이다.

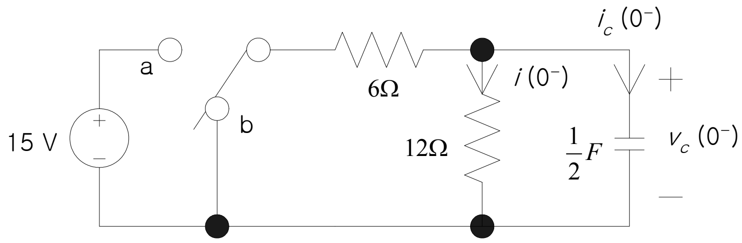


그림 s8.8a $t=0^-$에서의 등가회로

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.8b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{12} = \frac{1}{6}\,[\mathrm{A}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{10 - v_c(0^+)}{4} = 2[\mathrm{A}],$$

이다.

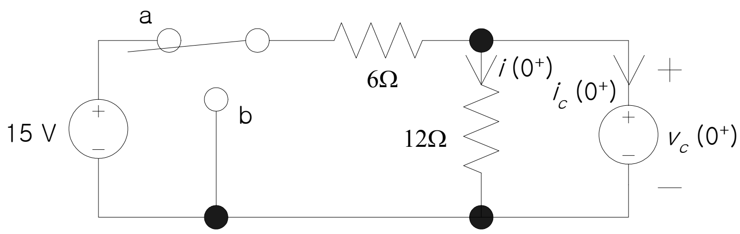


그림 s8.8b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s8.8c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15\times\frac{12}{6+12} = 10[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{15}{6+12} = \frac{5}{6}[\mathrm{A}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

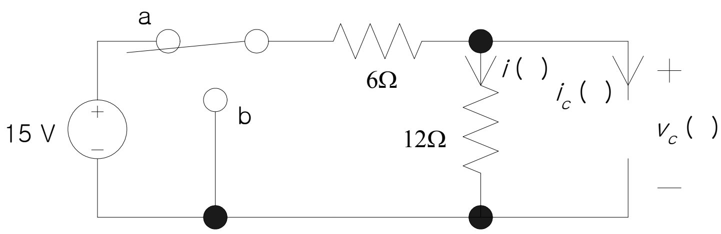


그림 s8.8c $t=\infty$에서의 등가회로

(4) $t>0$에서 그림 p8.8 회로는 그림 s8.8d의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12 = 4[\Omega]$이고 $15\times\frac{12}{6+12} = 10[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$10 = 4\,i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\,v_c(t)}{dt} + \frac{1}{2}\,v_c(t) = 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 2[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{2}V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{2}{s+\frac{1}{2}} + \frac{5}{s(s+\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{2}{s+\frac{1}{2}} + \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{1}{2}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 2e^{-\frac{t}{2}} + 10 - 10e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

$$= 10 - 8e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이고, $i(t)$는 오옴의 법칙에 의하여

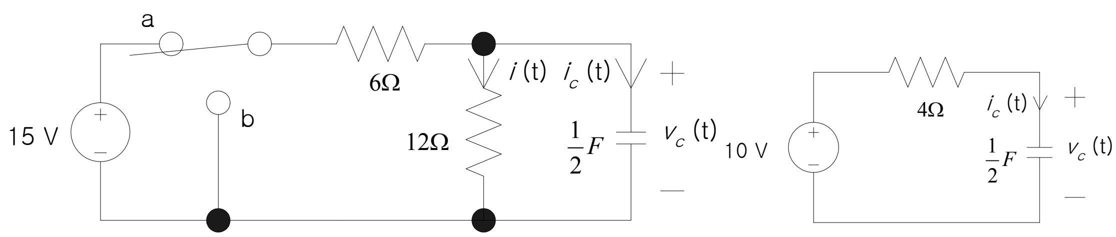
$$i(t) = \frac{v_c(t)}{12} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{2}} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다. 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= 2e^{-\frac{t}{2}} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.



(a) (b)

그림 s8.8d

(5) $t \geq 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4 \times \frac{1}{2} = 2$[초]이므로 $5\tau = 10$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 10 - 8e^{-\frac{t}{2}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} -0.5, & t = 0^- \\ 2e^{-\frac{t}{2}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.8e와 같다.

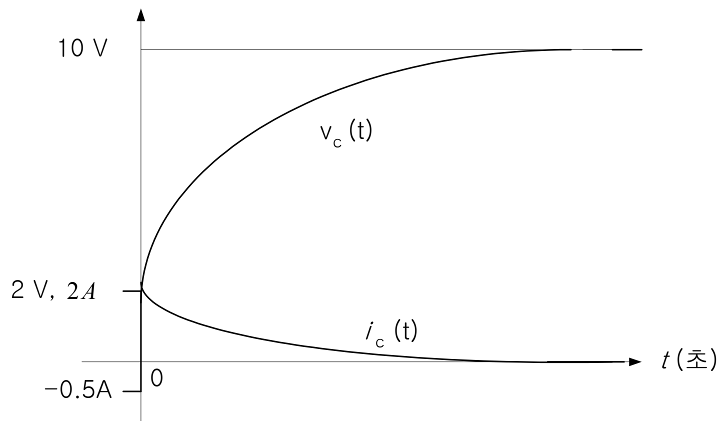


그림 s8.8e

[8.9] 그림 p8.9의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_c(0^-)$와 $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

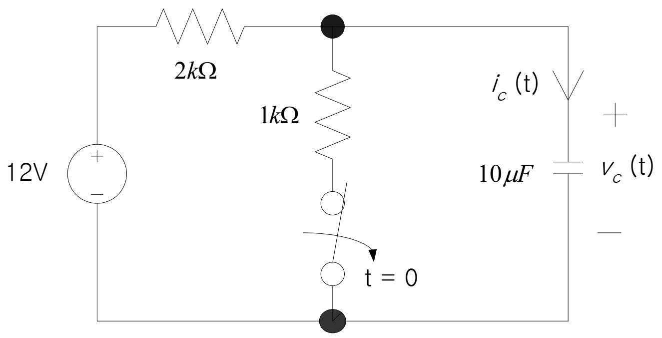


그림 p8.9

[풀이]

[8.9]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.9a와 같으므로,

$$i_c(0^-) = 0[\text{A}],$$

$$v_c(0^-) = 12 \times \frac{1}{2+1} = 4[\text{V}]$$

이다.

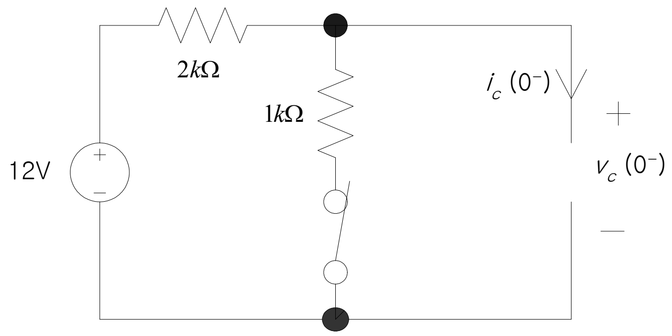


그림 s8.9a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.9b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^-)}{2k} = 4[\mathrm{mA}]$$

이다.

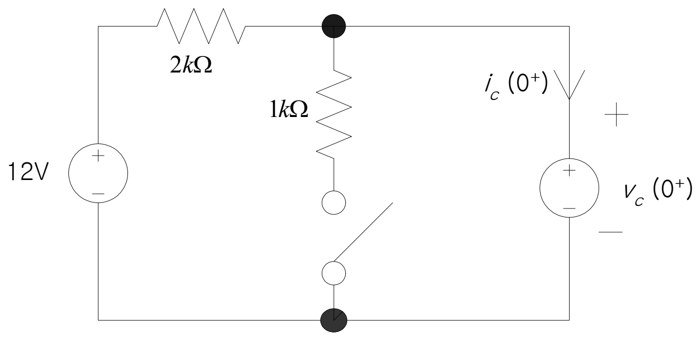


그림 s8.9b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.9c와 같으므로,

$$v_c(\infty) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

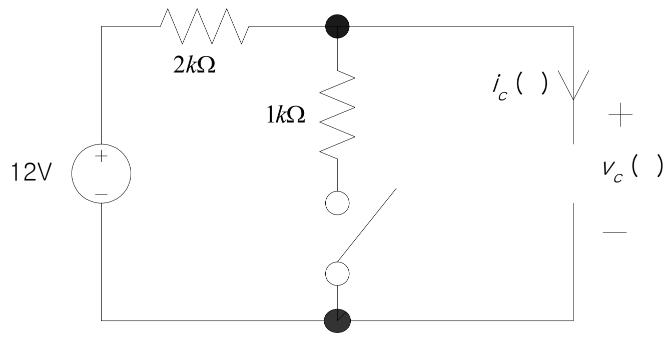


그림 s8.9c

(4) $t>0$에서, 그림 p8.9 회로는 그림 s8.9d 회로와 같고, KVL에 의하여

$$12 = 2\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 50\,v_c(t) = 12\times50 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\text{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 4 + 50\,V_c(s) = \frac{12\times50}{s}$$

이므로

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{4}{s+50} + 12\times50\times\frac{1}{s(s+50)} \\ &= \frac{4}{s+50} + 12\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+50}\right) \\ &= \frac{12}{s} - \frac{8}{s+50} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 12 - 8e^{-50t}\ [\text{V}], \quad t>0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = 10\times10^{-6}\times8\times50\,e^{-50t} = 4e^{-50t}\ [\text{mA}]\ , \ t>0$$

이다.

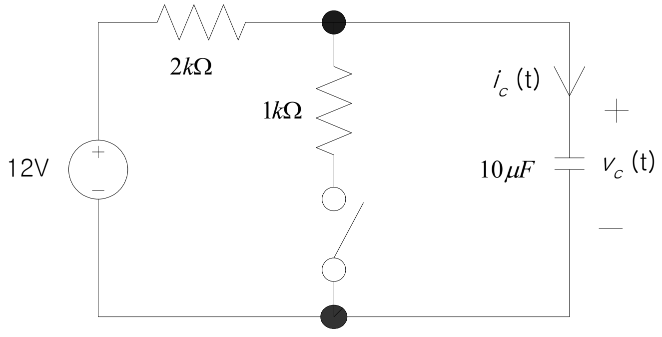


그림 s8.9d $t>0$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서 회로의 시정수는 $\tau = 2\times10^3\times10\times10^{-6} = 20$[ms]이므로 $5\tau = 100$[ms] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.
(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 12 - 8e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ 4e^{-50t}, & t > 0 \end{cases} \text{ [mA]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.9e와 같다.

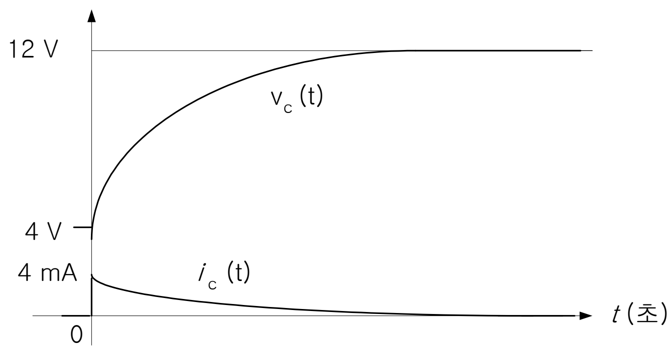


그림 s8.9e

[8.10] 그림 p8.10의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_c(0^-)$, $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

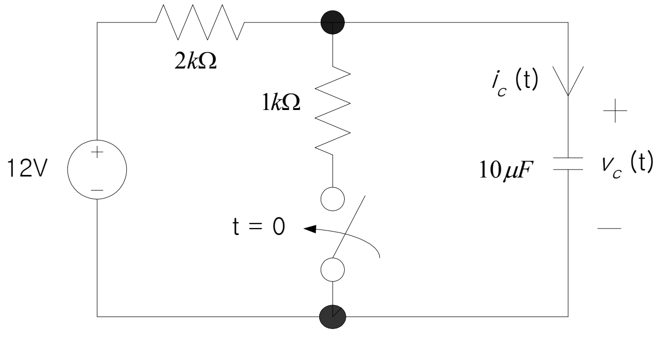


그림 p8.10

[풀이]

[8.10]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.10a와 같으므로,

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}],$$

$$v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

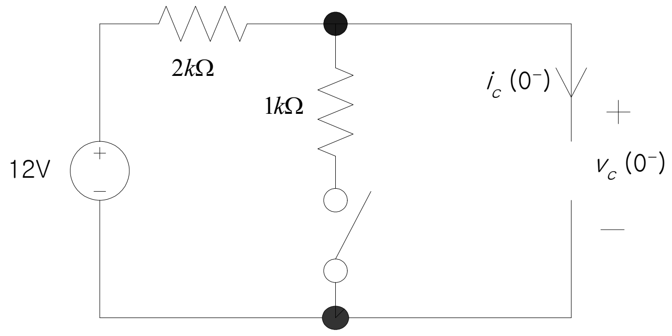


그림 s8.10a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.10b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{2k} - \frac{v_c(0^+)}{1k} = -12[\mathrm{mA}]$$

이다.

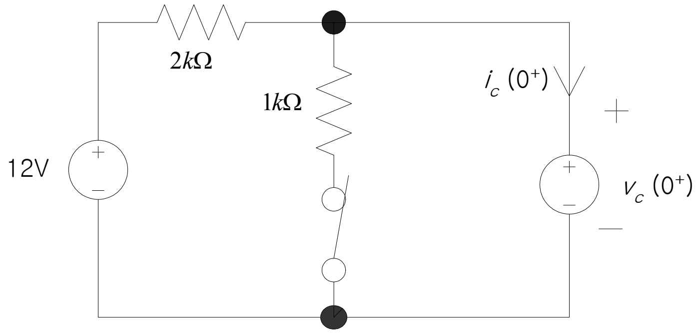


그림 s8.10b

(3) $t=\infty$ 에서의 등가회로는 그림 s8.10c와 같으므로,

$$v_c(\infty) = 12\times\frac{1}{2+1} = 4[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

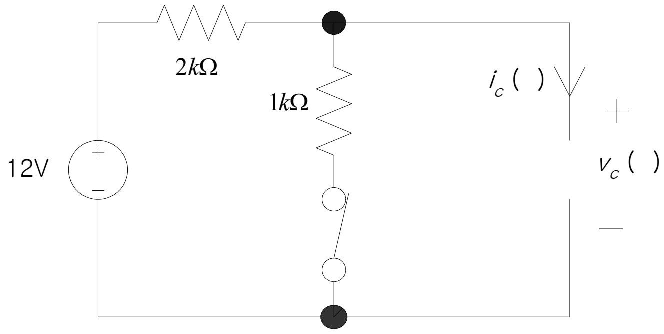


그림 s8.10c

(4) $t>0$ 에서, 그림 p8.10 회로는 그림 s8.10d 회로와 같고, 이 회로를 테브난의 등가회로로 고치면 그림 s8.10dd 회로와 같다. KVL에 의하여

$$4 = \frac{2}{3}\times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10\times 10^{-6}\frac{d\,v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d\,v_c(t)}{dt} + 150\,v_c(t) = 600 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 12 + 150\,V_c(s) = \frac{600}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{12}{s+150} + \frac{600}{s(s+150)}$$
$$= \frac{12}{s+150} + 4\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+150}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 4 + 8e^{-150t}\ \text{[V]},\quad t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} = 10\times10^{-6}\times8\times(-150)\,e^{-150t} = -12\,e^{-150t}\ \text{[mA]}\ ,\quad t > 0$$

이다.

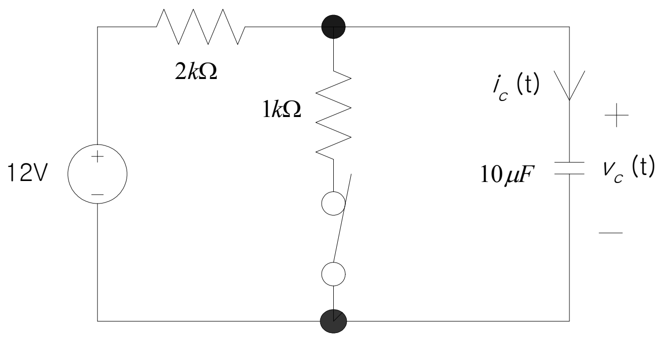


그림 s8.10d $t > 0$에서의 등가회로

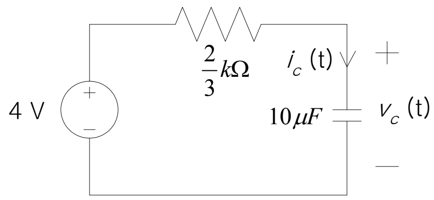


그림 s8.10dd 테브난의 등가회로

(5) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \frac{2}{3}\times10^3\times10\times10^{-6} = \frac{20}{3}$ [ms]이므로 $5\tau = \frac{100}{3}$ [ms] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 4 + 8e^{-150t}\ \text{[V]},\quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0\,, & t = 0^- \\ -12\,e^{-150t}, & t > 0 \end{cases}\ \text{[mA]}$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.10e와 같다.

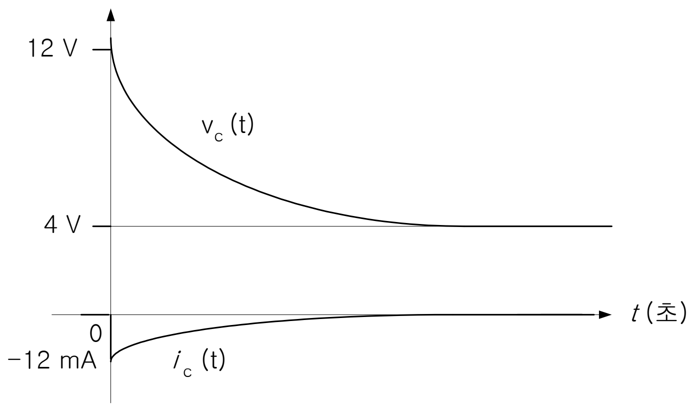


그림 s8.10e

[8.11] 그림 p8.11의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) 스위치를 b의 위치로 옮긴 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(6) $t\geq 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

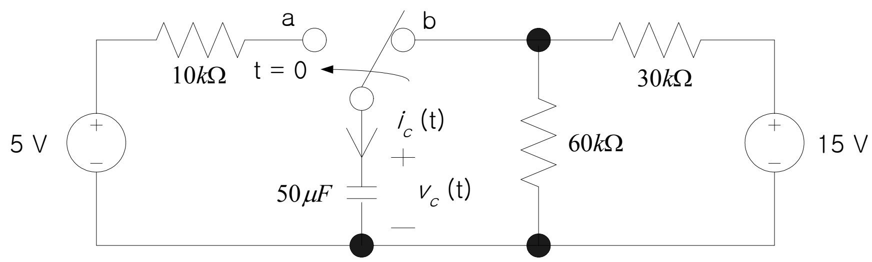


그림 p8.11

[풀이]

[8.11]

(1) 스위치가 충분한 시간 동안 b의 위치에 있었으므로 $t=0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.11a와 같다. 따라서,

$$v_c(0^-) \;=\; 15\times\frac{60}{90} = 10[\text{V}],$$

$$i_c(0^-) \;=\; 0[\text{A}]$$

이다.

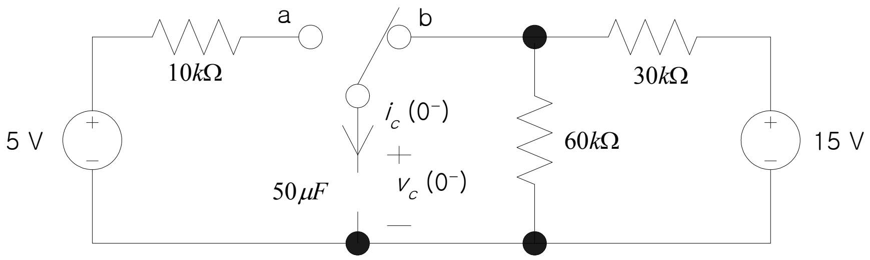


그림 s8.11a $t = 0^-$에서의 등가회로

(2) 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10$[V]이고, $t = 0^+$에서의 등가회로는 그림 s8.11b와 같다. 따라서,

$$i_c(0^+) = \frac{5 - v_c(0^+)}{10k} = -0.5[\mathrm{mA}]$$

이다. 이 결과는 (2)에서 구한 $i(t)$에 극한을 취한 값과 같다.

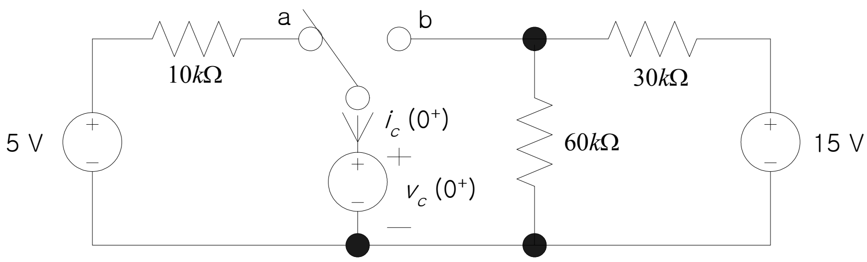


그림 s8.11b $t = 0^+$에서의 등가회로

(3) $v_c(\infty) = 5$[V], $i_c(\infty) = 0$[A] 이다.

(4) $t > 0$에서 그림 p8.11 회로는 그림 s8.11c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$5 = 10 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 2v_c(t) = 10 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 10[\mathrm{V}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 2V_c(s) = \frac{10}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10}{s+2} + \frac{10}{s(s+2)}$$
$$= \frac{10}{s+2} + \frac{5}{s} - \frac{5}{s+2}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10e^{-2t} + 5 - 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t>0 \quad \text{------}\quad ②$$
$$= 5 + 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t>0 \quad \text{-------------}\quad ③$$

이고, $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 50\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$
$$= 50\times10^{-6}\times(5)\times(-2)e^{-2t}$$
$$= -0.5e^{-2t}\ [\text{mA}],\quad t>0$$

이다.

참고로 식②의 오른쪽의 첫 번째 항은 초기치 $v_c(0^-) = 10[\text{V}]$에 의한 응답(즉, 자연응답)이고 두 번째 항은 입력신호 5[V]에 의한 강제응답이다. 식③은 완전응답은 자연응답과 강제응답의 합임을 나타낸다.

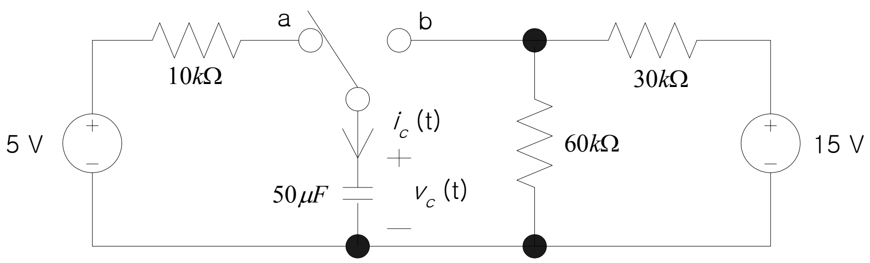


그림 s8.11c $t>0$에서 등가회로

(5) $t>0$에서 회로의 시정수는 $\tau = 10\times10^3\times50\times10^{-6} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터

$$v_c(t) = 5 + 5e^{-2t}\ [\text{V}],\quad t\geq 0,$$
$$i_c(t) = \begin{cases} 0\,mA, & t = 0^- \\ -0.5\,e^{-2t}mA, & t>0 \end{cases}$$

이고, $v_c(t=\frac{1}{2}) = 5 + 5e^{-1} = 6.84[\text{V}]$므로 $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.11d와 같다.

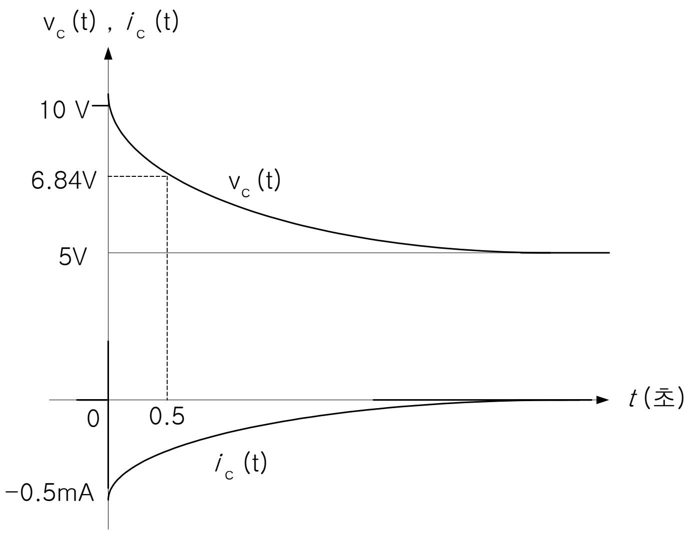


그림 s8.11d $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 개략적인 파형

[8.12] 그림 p8.12의 회로에 대하여 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) $v_i(t) = 12u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라. 또한 $\lim_{t\to\infty} v_c(t)$와 $\lim_{t\to\infty} i_c(t)$의 값을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 12\sin t\, u_s(t)$[V]일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라. 또한 교류정상상태에서의 응답 $v_{c,s}(t)$와 $i_{c,s}(t)$를 구하여라.

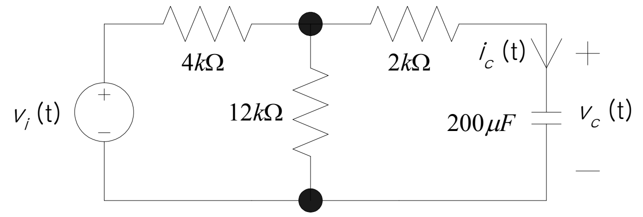


그림 p8.12

[풀이]

[8.12] $4k//12k = 3k$, $v_i \times \frac{12}{4+12} = \frac{3}{4}v_i$이므로 테브난의 등가회로는 그림s8.12와 같다.

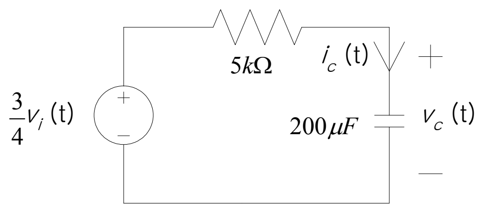


그림 s8.12

$t > 0$에서,

$$\frac{3}{4}v_i(t) = 5\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{3}{4}v_i(t) = 5\times10^3\times200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = \frac{3}{4}v_i(t)$$

이고, 초기치는 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ 이다.

(1) $v_i(t) = 12u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 9u_s(t) + 6e^{-2t}u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + V_c(s) = \frac{9}{s} + \frac{6}{s+2}$$

이므로,

$$\begin{aligned} V_c(s) &= \frac{9}{s(s+1)} + \frac{6}{(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{9}{s} - \frac{9}{s+1} + \frac{6}{s+1} - \frac{6}{s+2} \\ &= \frac{9}{s} - \frac{3}{s+1} - \frac{6}{s+2} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 9 - 3e^{-t} - 6e^{-2t}\ [\mathrm{V}],\quad t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$\begin{aligned} i_c(t) &= 200\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} \\ &= 200\times10^{-6}(3e^{-t} + 12e^{-2t}) \\ &= 0.6e^{-t} + 2.4e^{-2t}\ [\mathrm{mA}],\quad t > 0 \end{aligned}$$

이다. 또한

$$\lim_{t\to\infty} v_c(t) = 9[\mathrm{V}],$$

$$\lim_{t\to\infty} i_c(t) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

(2) $v_i(t) = 12\sin t\,u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \ + \ v_c(t) \ = \ 9\sin t u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + V_c(s) \ = \ 9\times\frac{1}{s^2+1^2}$$

이므로,

$$V_c(s) \ = \ \frac{9}{(s+1)(s^2+1)}$$

$$= \ \frac{\frac{9}{2}}{s+1} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+1}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$\frac{9}{2}(s^2+1) + (s+1)(k_1 s + k_2) \ = \ 9$$

로부터 $\frac{9}{2} + k_1 = 0$, $k_1 + k_2 = 0$, $\frac{9}{2} + k_2 = 9$를 얻는다.

즉, $k_1 = -\frac{9}{2}$, $k_2 = \frac{9}{2}$ 이므로

$$V_c(s) \ = \ \frac{\frac{9}{2}}{s+1} - \frac{9}{2}\frac{s-1}{s^2+1}$$

따라서,

$$v_c(t) \ = \ \frac{9}{2}e^{-t} - \frac{9}{2}(\cos t - \sin t) \ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

$$= \ \frac{9}{2}e^{-t} + \frac{9\sqrt{2}}{2}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right), \ t > 0$$

이다. $i_c(t)$는

$$i_c(t) \ = \ 200\times 10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= \ -0.9e^{-t} + \frac{9\sqrt{2}}{10}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \ [\mathrm{mA}], \ t > 0$$

이다. 또한 교류정상상태에서의 응답은

$$v_{c,s}(t) \ = \ \lim_{t\to\infty} v_c(t) \ = \ \frac{9\sqrt{2}}{2}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{V}],$$

$$i_{c,s}(t) \ = \ \lim_{t\to\infty} i_c(t) \ = \ \frac{9\sqrt{2}}{10}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{mA}]$$

이다.

[8.13] 그림 p8.13의 회로에서, $i_i(t) = 4\cos 2t u_s(t)$[mA]의 정현파신호가 인가될 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(1) 주어진 회로는 몇 초 지나면 교류정상상태에 도달한다고 볼 수 있는가?

(2) $t > 0$에서의 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $v_{c,s}(t)$를 구하여라.

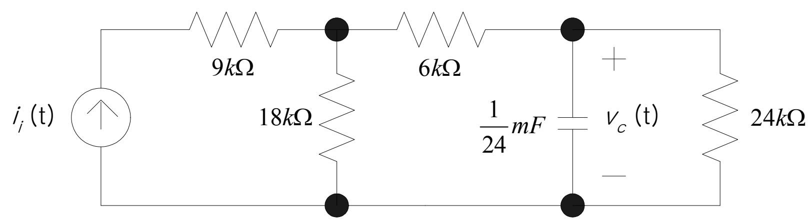


그림 p8.13

[풀이]

[8.13]

(1) $R_{eq} = (6k + 18k)//24k = 12k$,

$$v_{oc} = i_i(t) \times \frac{18}{18+30} \times 24 \times 10^3 = 9 \times 10^3 i_i(t) = 36\cos 2t\, u_s(t)[\mathrm{V}]$$

이므로 테브난의 등가회로는 그림 s8.13와 같다.

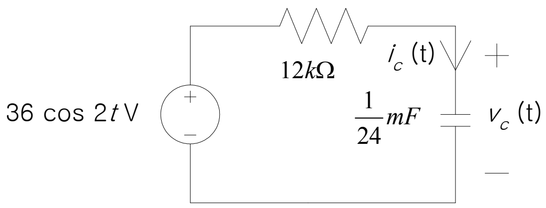


그림 s8.13

시정수는 $\tau = RC = 12 \times 10^3 \times \frac{1}{24} \times 10^{-3} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초]이면 회로는 교류정상상태에 도달한다.

(2) $t > 0$에서,

$$36\cos 2t = 12 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = \frac{1}{24} \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$36\cos 2t = 12 \times 10^3 \times \frac{1}{24} \times 10^{-3} \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 2\, v_c(t) = 72\cos 2t$$

이고, 초기치는 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$ 이다.

라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - 0 + 2V_c(s) = 72 \times \frac{s}{s^2+2^2}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{72s}{(s+2)(s^2+4)}$$

$$= \frac{-18}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+4}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$-18(s^2+4) + (s+2)(k_1 s + k_2) = 72s$$

로부터 $-18 + k_1 = 0$, $2k_1 + k_2 = 72$, $-18 \times 4 + 2k_2 = 0$를 얻는다.

즉, $k_1 = 18$, $k_2 = 36$ 이므로

$$V_c(s) = -\frac{18}{s+2} + \frac{18s+36}{s^2+4}$$

$$= -\frac{18}{s+2} + \frac{18s + 2\times 18}{s^2+2^2}$$

따라서,

$$v_c(t) = -18e^{-2t} + 18\cos 2t + 18\sin 2t \text{ [V]}, \quad t > 0$$

$$= -18e^{-2t} + 18\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right), \quad t > 0$$

이다.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $v_{c,s}(t)$는

$$v_{c,s}(t) = 18\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) \text{[V]}$$

이다.

[8.14] 그림 p8.14의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i_c(0^-)$, $i(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

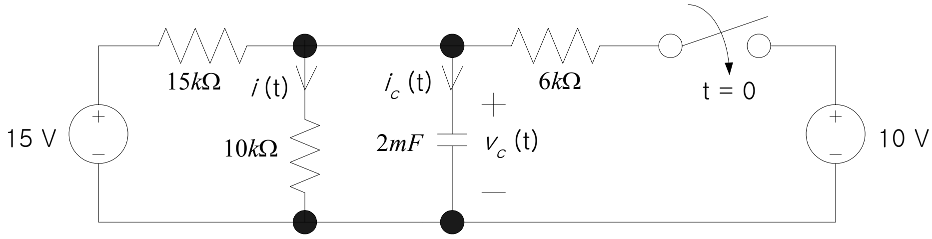


그림 p8.14

[풀이]

[8.14]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.14a 회로와 같고,

$$v_c(0^-) = 15\times\frac{10}{25} = 6[\text{V}],$$

$$i(0^-) = \frac{15}{25k} = \frac{3}{5}[\text{mA}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\text{A}]$$

이다.

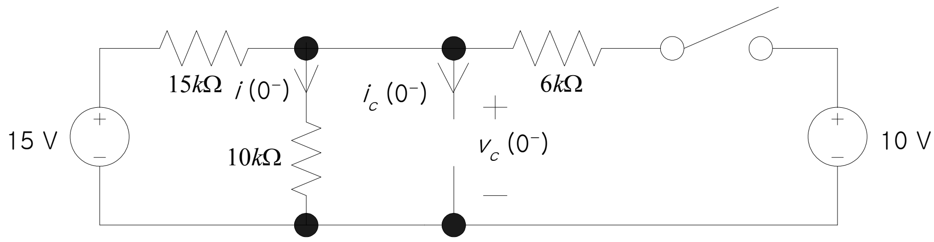


그림 s8.14a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.14b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 6[\text{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{6-v_c(0^+)}{6k} - \frac{v_c(0^+)-10}{6k} = \frac{2}{3}[\text{mA}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}[\text{mA}]$$

이다.

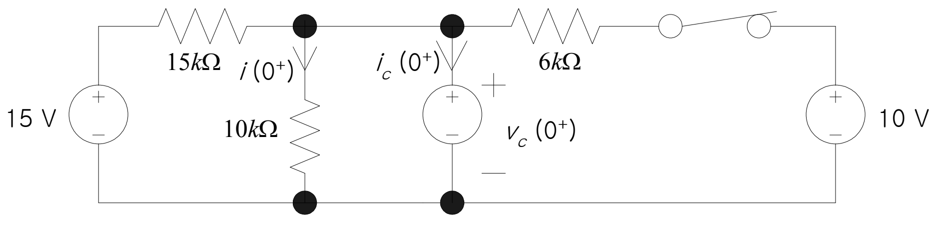


그림 s8.14b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s8.14c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15\times\frac{(10//6)}{15+(10//6)} + 10\times\frac{(15//10)}{6+(15//10)}$$

$$= 15\times\frac{\frac{15}{4}}{15+\frac{15}{4}} + 10\times\frac{6}{6+6}$$

$$= 3+5$$

$$= 8[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{v_c(\infty)}{10k} = 8[\mathrm{mA}]$$

이다. 위의 결과는 (4)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

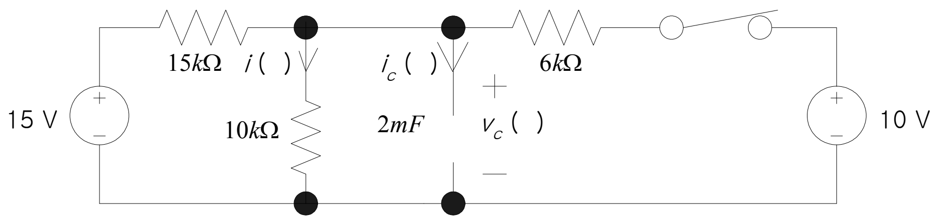


그림 s8.14c $t=\infty$에서의 등가회로

(4) $t>0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림 p8.14 회로는 그림 s8.14d의 (a)회로와 같고, (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$8 = 3\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{6}v_c(t) = \frac{4}{3} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 6[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{6}V_c(s) = \frac{4}{3}\frac{1}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{6}{s+\frac{1}{6}} + \frac{\frac{4}{3}}{s(s+\frac{1}{6})}$$

$$= \frac{6}{s+\frac{1}{6}} + \left(\frac{8}{s} - \frac{8}{s+\frac{1}{6}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 8 - 2e^{-\frac{t}{6}} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$= 2\times10^{-3}\times(-2)\times(-\frac{1}{6})e^{-\frac{t}{6}}$$

$$= \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{6}} \text{ [mA]}, \quad t > 0$$

이다.

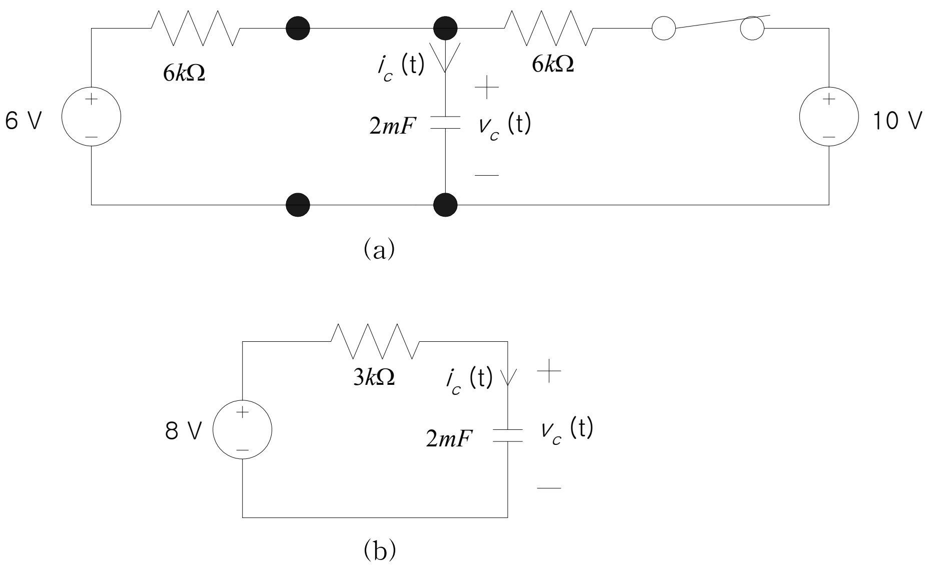


그림 s8.14d

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 3\times10^3\times2\times10^{-3} = 6$[초]이므로 $5\tau = 30$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$v_c(t) = 8 - 2e^{-\frac{t}{6}} \text{ [V]}, \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ \frac{2}{3}e^{-\frac{t}{6}}, & t > 0 \end{cases} \text{ [mA]}, \quad t > 0$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.14e와 같다.

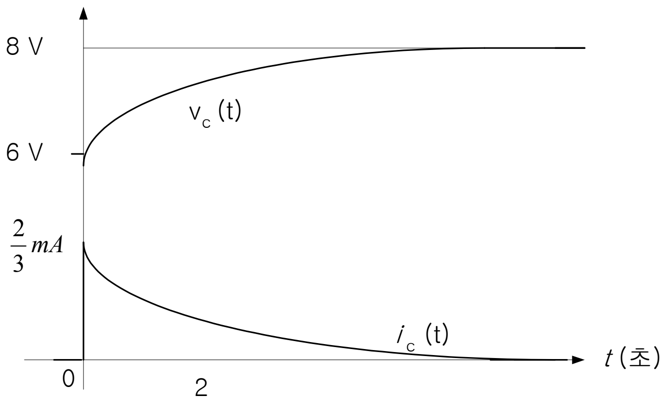


그림 s8.14e

[8.15] 그림 p8.15의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$, $i_c(0^-)$, $i(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i(0^+)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$, $i_c(\infty)$, $i(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

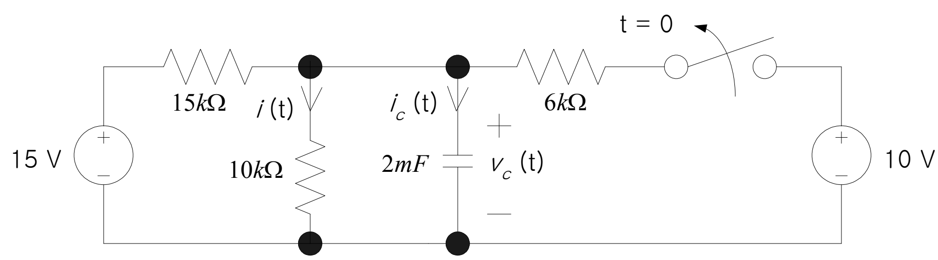


그림 p8.15

[풀이]

[8.15]

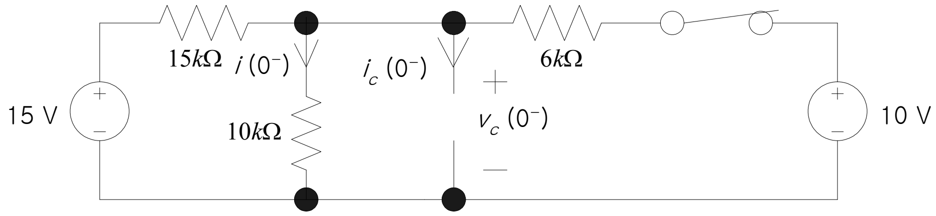
(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.15a의 (a) 회로와 같고, $15k//10k=6k$이고 $v_{oc}=15\times\frac{10}{15+10}=6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. 따라서,

$$v_c(0^-)=6\times\frac{1}{2}+10\times\frac{1}{2}=8[\text{V}],$$

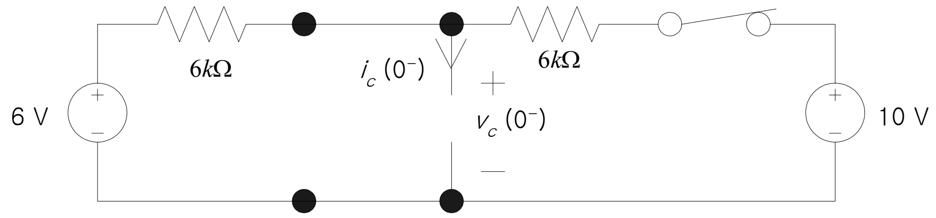
$$i(0^-) = \frac{8}{10k} = \frac{4}{5}[\text{mA}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\text{A}]$$

이다.



(a)



(b)

그림 s8.15a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.15b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\text{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{15 - v_c(0^+)}{15k} - i(0^+) = -\frac{1}{3}[\text{mA}],$$

$$i(0^+) = \frac{v_c(0^+)}{10} = 8[\text{mA}]$$

이다.

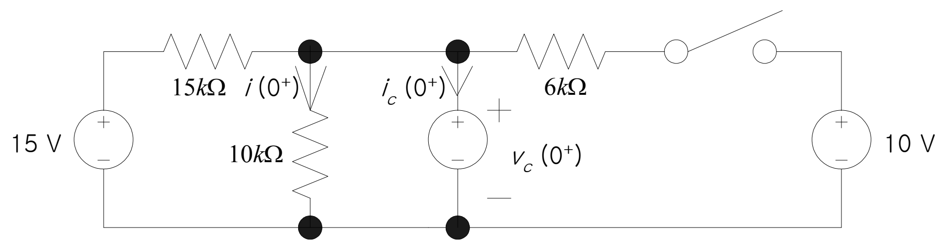


그림 s8.15b

(3) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.15c 회로와 같으므로

$$v_c(\infty) = 15 \times \frac{10}{15 + 10} = 6[\text{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\text{A}],$$

$$i(\infty) = \frac{v_c(\infty)}{10k} = 6[\text{mA}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

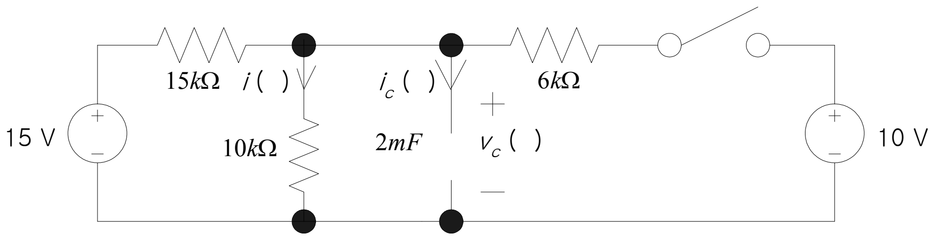


그림 s8.15c $t = \infty$에서의 등가회로

(4) $t > 0$에서 그림 p8.15 회로는 그림 s8.15d의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$6 = 6\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{12}v_c(t) = \frac{1}{2} \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 8[\text{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{12}V_c(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{8}{s+\frac{1}{12}} + \frac{\frac{1}{2}}{s(s+\frac{1}{12})}$$

$$= \frac{8}{s+\frac{1}{12}} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s+\frac{1}{12}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 6 + 2e^{-\frac{t}{12}}\ [\text{V}], \quad t > 0$$

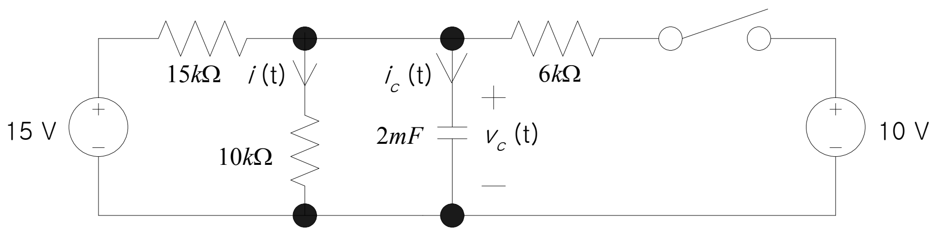
이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

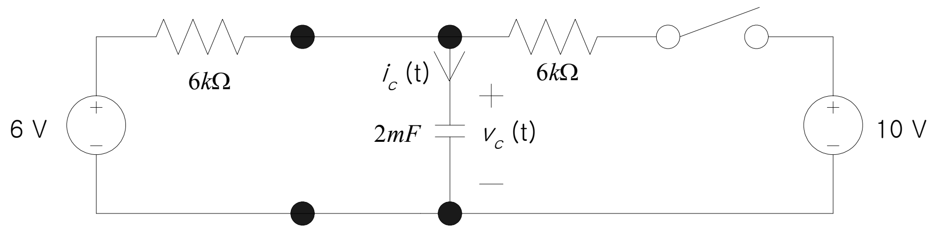
$$= \; 2\times 10^{-3}\times (2)\times (-\frac{1}{12})e^{-\frac{t}{12}}$$

$$= -\frac{1}{3}e^{-\frac{t}{12}} \; [\mathrm{mA}], \;\; t>0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s8.15d

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 6\times 10^3 \times 2\times 10^{-3} = 12$[초]이므로 $5\tau = 60$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터

$$v_c(t) \; = \; 6 + 2e^{-\frac{t}{12}} \; [\mathrm{V}], \quad t \geq 0$$

$$i_c(t) = \begin{cases} 0, & t = 0^- \\ -\frac{1}{3}e^{-\frac{t}{12}}, & t>0 \end{cases} \quad [\mathrm{mA}]$$

이고, $v_c(t)$와 $i_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.15e와 같다.

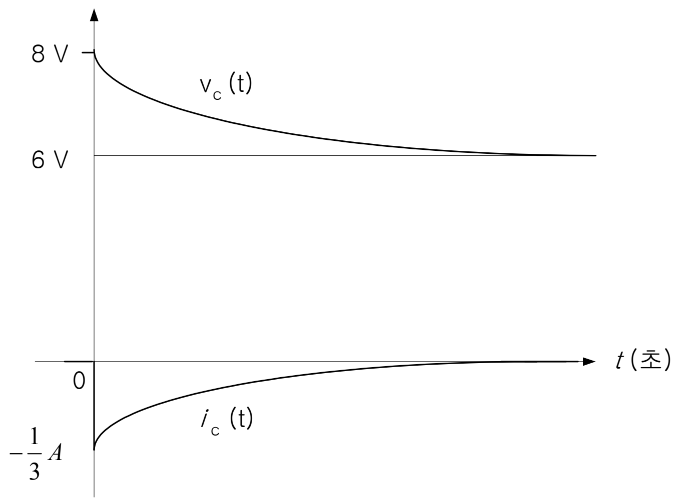


그림 s8.15e

[8.16] 그림 p8.16의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(4) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(5) $t\geq 0$에서 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

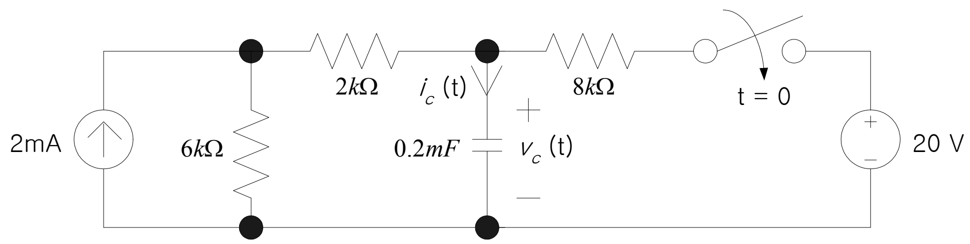


그림 p8.16

[풀이]

[8.16] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p8.16v 회로와 같다.

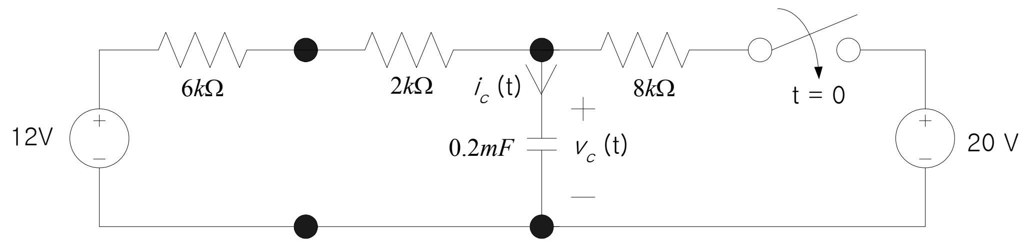


그림 p8.16v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.16a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

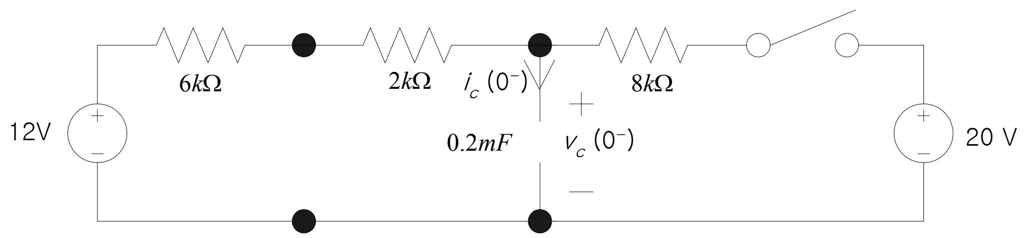


그림 s8.16a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.16b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{8k} + \frac{20 - v_c(0^+)}{8k} = 1[\mathrm{mA}],$$

이다.

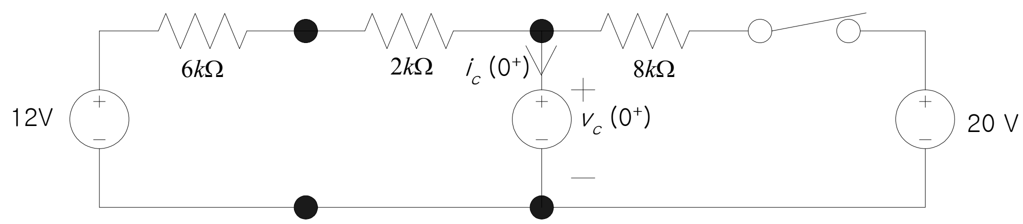


그림 s8.16b

(3) $t>0$에서 그림 p8.16v 회로는 그림 s8.16c의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $(2k+6k)//8k = 4k$이고 $v_{oc} = 12\times\frac{1}{2} + 20\times\frac{1}{2} = 16[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$16 \;=\; 4\times10^3 i_c(t) \;+\; v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; \frac{1}{0.8}\, v_c(t) \;=\; \frac{16}{0.8} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 12[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{5}{4}\, V_c(s) \;=\; \frac{20}{s}$$

이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{12}{s+\frac{5}{4}} \;+\; \frac{20}{s(s+\frac{5}{4})}$$

$$=\; \frac{12}{s+\frac{5}{4}} \;+\; \left(\frac{16}{s} - \frac{16}{s+\frac{5}{4}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) \;=\; 16 - 4e^{-\frac{5}{4}t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

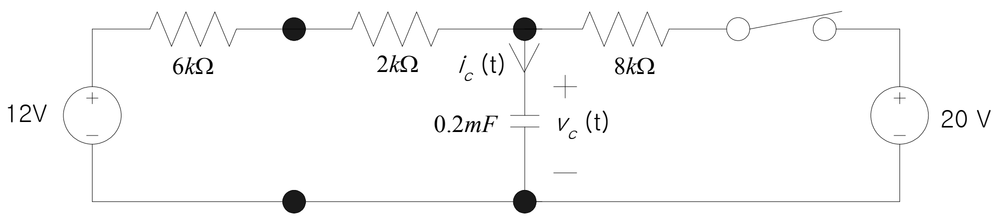
이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 0.2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

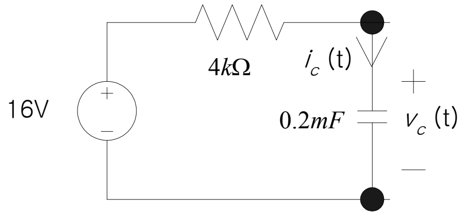
$$=\; 0.2\times10^{-3}\times(-4)\times\left(-\frac{5}{4}\right)e^{-\frac{5}{4}t}$$

$$= e^{-\frac{5}{4}t}\ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s8.16c

(4) 그림 s8.16c의 (b)회로로부터

$$v_c(\infty) = 16[\text{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\text{A}],$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 4\times 10^3 \times 0.2\times 10^{-3} = 0.8$[초]이므로 $5\tau = 4$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

[8.17] 그림 p8.17의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $i_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $v_c(0^+)$와 $i_c(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $v_c(t)$와 $i_c(t)$를 구하여라.

(4) $v_c(\infty)$와 $i_c(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

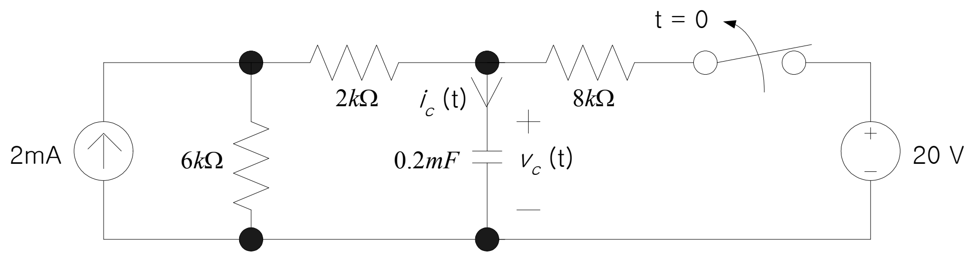


그림 p8.17

[풀이]

[8.17] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p8.17v 회로와 같다.

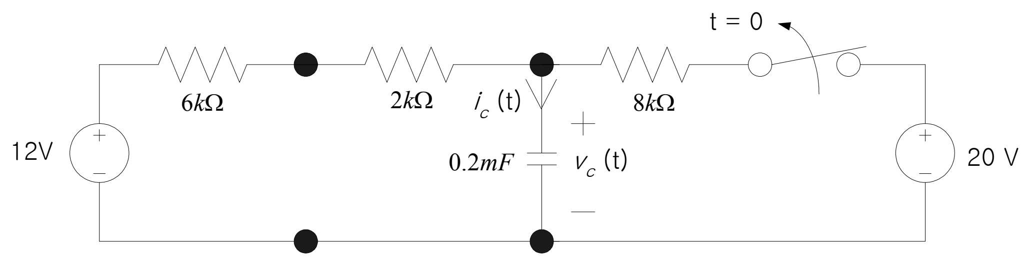


그림 p8.17v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.17a 회로와 같으므로,

$$v_c(0^-) = 12\times\frac{1}{2} + 20\times\frac{1}{2} = 16[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

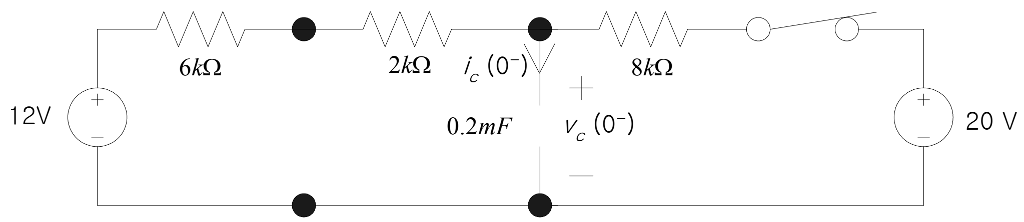


그림 s8.17a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.17b와 같으므로,

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 16[\mathrm{V}],$$

$$i_c(0^+) = \frac{12 - v_c(0^+)}{8k} = -0.5[\mathrm{mA}]$$

이다.

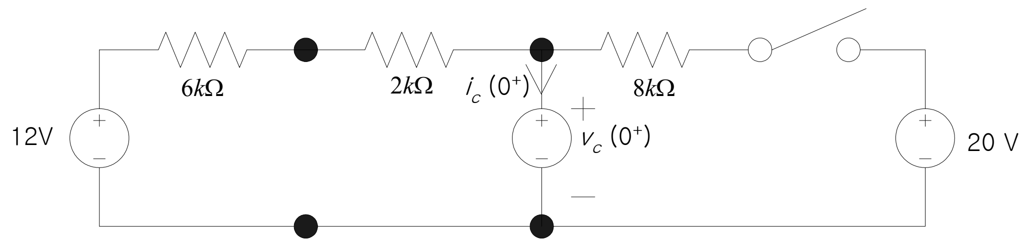


그림 s8.17b

(3) $t>0$에서 그림 p8.17v 회로는 그림 s8.17c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 = 8\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 0.2 \times 10^{-3} \frac{d v_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{d v_c(t)}{dt} + \frac{1}{1.6} v_c(t) = \frac{12}{1.6} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 16[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$s V_c(s) - v_c(0^+) + \frac{5}{8} V_c(s) = \frac{\frac{15}{2}}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{16}{s+\frac{5}{8}} + \frac{\frac{15}{2}}{s(s+\frac{5}{8})}$$

$$= \frac{16}{s+\frac{5}{8}} + \left(\frac{12}{s} - \frac{12}{s+\frac{5}{8}} \right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 12 + 4 e^{-\frac{5}{8} t} \ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이고, 또한 $i_c(t)$는

$$i_c(t) = 0.2 \times 10^{-3} \frac{d v_c(t)}{dt}$$

$$= 0.2 \times 10^{-3} \times (4) \times \left(-\frac{5}{8}\right) e^{-\frac{5}{4} t}$$

$$= -0.5 e^{-\frac{5}{8} t} \ [\mathrm{mA}], \quad t > 0$$

이다.

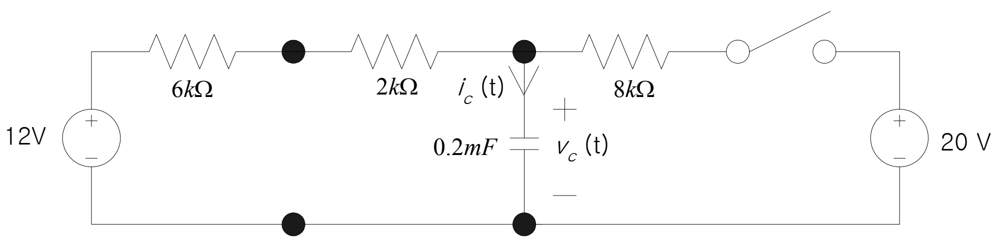


그림 s8.17c

(4) 그림 s8.17c의 회로로부터

$$v_c(\infty) = 12[\mathrm{V}],$$

$$i_c(\infty) = 0[\mathrm{A}],$$

이다. 위의 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = RC = 8\times10^3\times0.2\times10^{-3} = 1.6$[초]이므로 $5\tau = 8$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

[8.18] 그림 p8.18의 회로는 $t=-0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, $t>0$에서의 $v_c(t)$를 구하여라.

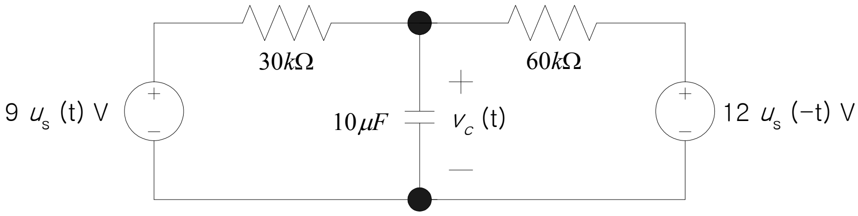


그림 p8.18

[풀이]

[8.18]

(i) $t<0$에서 회로는 그림 s8.18a 회로와 같고, $t=-0^-$에서 정상상태에 있으므로,

$$v_c(-0^-) = 12\times\frac{30}{90} = 4[\mathrm{V}]$$

이다.

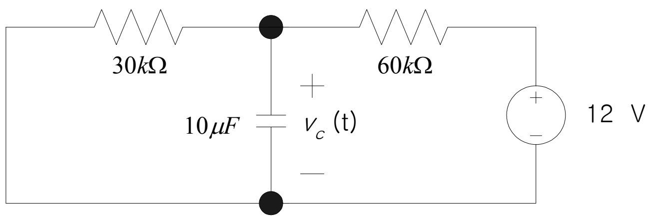


그림 s8.18a

(ii) $t>0$에서 회로는 그림 s8.18b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $30k//60k = 20k$, $v_{oc} = 9\times\frac{60}{90} = 6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다.

KVL을 적용하면

$$6 = 20\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 10\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{0.2}v_c(t) = \frac{6}{0.2} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 4[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + 5V_c(s) = \frac{30}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{4}{s+5} + \frac{30}{s(s+5)}$$
$$= \frac{4}{s+5} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s+5}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 6 - 2e^{-5t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.,

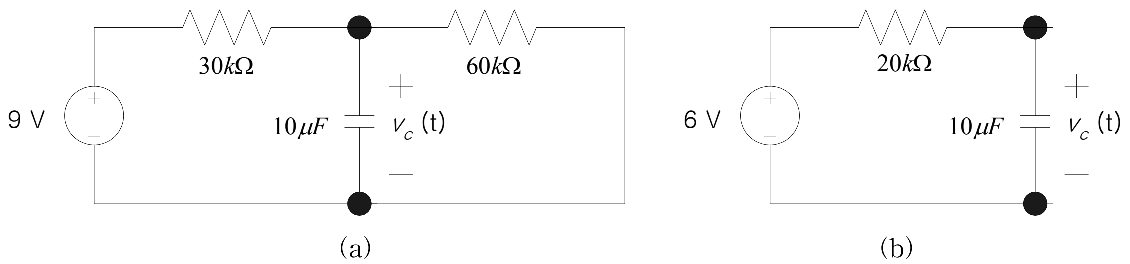


그림 s8.18b

[8.19] 그림 p8.19의 회로에서, 스위치가 충분한 시간 동안 a 위치와 b 위치 어느 곳에도 연결되지 않은 상태로 있었다. $t=0$에서 스위치를 a의 위치에 연결한 다음, $t=2$[초]에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$와 $v_c(0^+)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

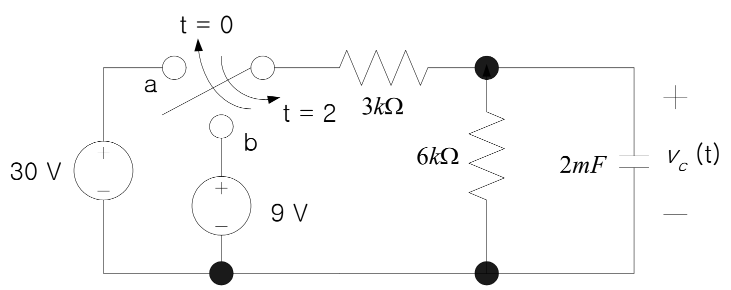


그림 p8.19

[풀이]

[8.19]

(1) $t = 0^-$에서 그림 p8.19의 회로는 정상상태에 있으므로 $v_c(0^-) = 0$[V]이고, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로 $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$[V]이다.

(2) (i) $0 < t < 2$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 30\times\frac{6}{9} = 20$[V]이므로 그림 s8.19a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$20 = 2\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{4}v_c(t) = 5 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + \frac{1}{4}V_c(s) = \frac{5}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{5}{s(s+\frac{1}{4})}$$

$$= \frac{20}{s} - \frac{20}{s+\frac{1}{4}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 20 - 20e^{-\frac{t}{4}}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

(ii) $2 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 9\times\frac{6}{9} = 6$[V]이므로 그림 s8.19b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$6 = 2\times10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 2\times10^{-3}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{4}v_c(t) = \frac{3}{2} \qquad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(2^+) = v_c(2^-) = 20(1-e^{-0.5})[\mathrm{V}]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(2^+) + \frac{1}{4}V_c(s) = \frac{\frac{3}{2}}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{20(1-e^{-0.5})}{s+\frac{1}{4}} + \frac{\frac{3}{2}}{s(s+\frac{1}{4})}$$

$$= \frac{20(1-e^{-0.5})}{s+\frac{1}{4}} + \left(\frac{6}{s} - \frac{6}{s+\frac{1}{4}}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 20(1-e^{-0.5})e^{-\frac{(t-2)}{4}}u_s(t-2) + 6u_s(t-2) - 6e^{-\frac{t-2}{4}}u_s(t-2)[\mathrm{V}], \quad t > 2$$

$$= 6 + (14-20e^{-0.5})e^{-\frac{(t-2)}{4}}, \quad t > 2$$

이다. 즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 20(1-e^{-\frac{t}{4}}), & 0 < t < 2 \\ 6 + (14-20e^{-0.5})e^{-\frac{(t-2)}{4}}, & 2 \le t \end{cases}$$

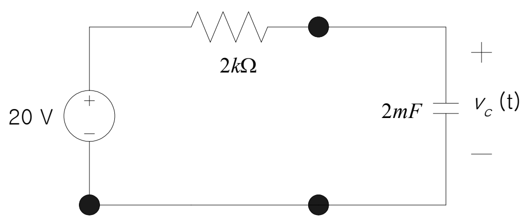


그림 s8.19a

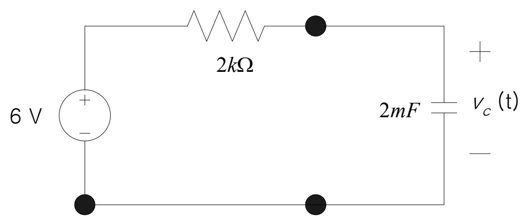


그림 s8.19b

(3) 그림 s8.19b의 회로에서 $v_c(\infty) = 6[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.19c와 같다.

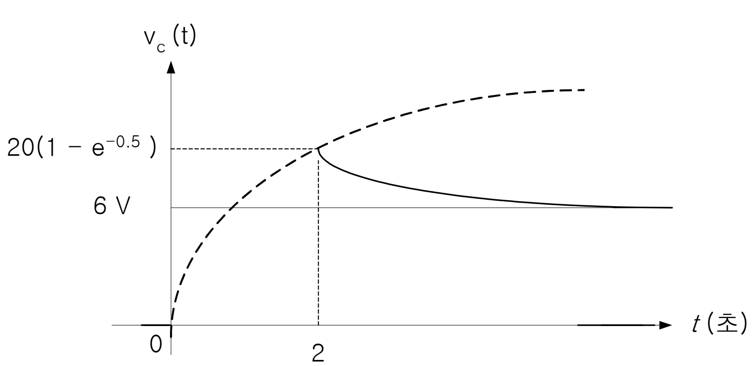


그림 s8.19c

[8.20] 그림 p8.20의 회로에서, $v_c(0^-) = 0$[V]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $t > 0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(3) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

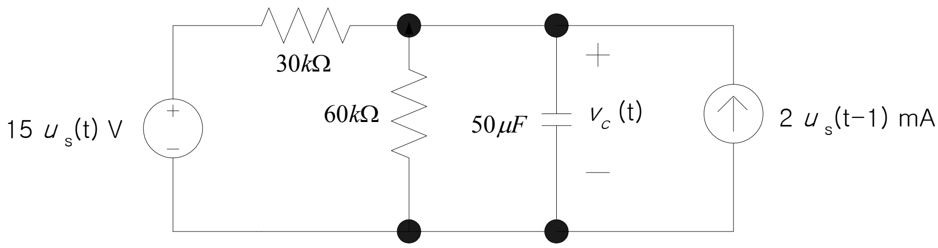


그림 p8.20

[풀이]

[8.20]

(1) (i) $0 < t < 1$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3k//6k = 2k$,

$v_{oc} = 15 \times \dfrac{60k}{90k} = 10$[V]이므로 그림 s8.20a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$10 = 20 \times 10^3 i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50 \times 10^{-6} \frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 10 \quad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\text{V}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(0^+) + V_c(s) = \frac{10}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10}{s(s+1)} = \frac{10}{s} - \frac{10}{s+1}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10(1 - e^{-t}) \ [\text{V}], \quad 0 < t < 1$$

이다.

(ii) $1 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면,

$v_{oc} = 15\times\frac{60k}{90k} + 20k\times2\times10^{-3} = 50$[V]이므로 그림 s8.20b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$50 = 20\times10^{3} i_c(t) + v_c(t)$$

이고,

$$i_c(t) = 50\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 50 \quad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$v_c(1^+) = v_c(1^-) = 10(1-e^{-1})[\text{V}]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sV_c(s) - v_c(1^+) + V_c(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$V_c(s) = \frac{10(1-e^{-1})}{s+1} + \frac{50}{s(s+1)}$$
$$= \frac{10(1-e^{-1})}{s+1} + \left(\frac{50}{s} - \frac{50}{s+1}\right)$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 10(1-e^{-1})e^{-(t-1)}u_s(t-1) + 50u_s(t-1) - 50e^{-(t-1)}u_s(t-1)[\text{V}], \quad t > 1$$
$$= 50 - (40+10e^{-1})e^{-(t-1)}, \quad t > 1$$

이다. 즉,

$$v_c(t) = \begin{cases} 10(1-e^{-t}), & 0 < t < 1 \\ 50 - (40+10e^{-1})e^{-(t-1)}, & 1 \le t \end{cases}$$

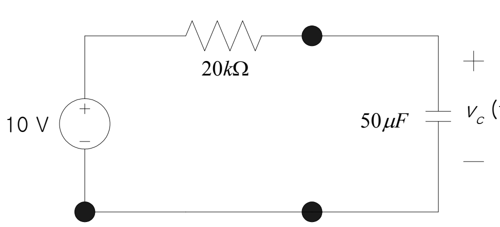


그림 s8.20a

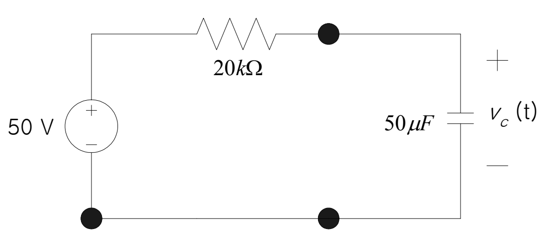


그림 s8.20b

(2) 그림 s8.20b의 회로에서 $v_c(\infty) = 50$[V]이다.

(3) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.20c와 같다.

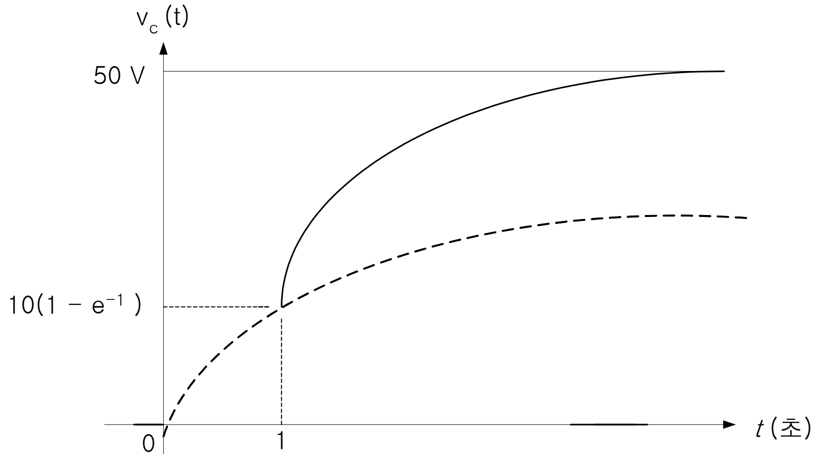


그림 s8.20c

[8.21] 그림 p8.21의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

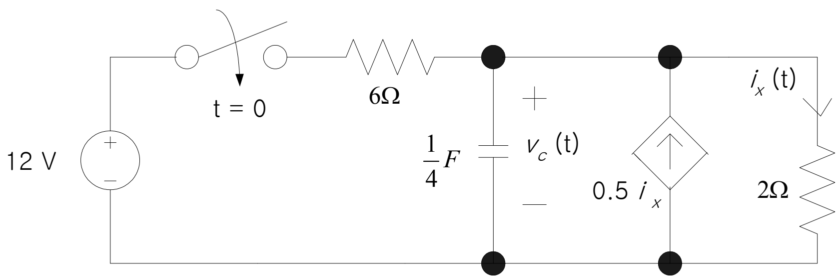


그림 p8.21

[풀이]

[8.21]

(1) $t<0$에서 KCL을 적용하면

$$\frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} - \frac{1}{2}i_x + i_x = 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \quad \text{-----------------} \quad ①$$

따라서, $v_c(t) \;=\; v_c(-\infty)e^{-t}$ 이고, 시간이 충분히 흐른 상태에서는

$$v_c(0^-) \;=\; 0[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $0 < t$에서 KCL을 적용하면,

$$-\frac{12 - v_c(t)}{6} \;+\; \frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} \;-\; 0.5\,i_x \;+\; i_x \;=\; 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} \;+\; \frac{5}{3}v_c(t) \;=\; 8 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

따라서, $v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0[\mathrm{V}]$이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{8}{s(s+\frac{5}{3})}$$

$$= \frac{\frac{24}{5}}{s} - \frac{\frac{24}{5}}{s+\frac{5}{3}}$$

이고,

$$v_c(t) \;=\; \frac{24}{5}(1 - e^{-\frac{5}{3}t})\ [\mathrm{V}],\quad t > 0$$

이다.

(3) $t = \infty$에서 등가회로는 그림 s8.21a의 회로와 같고,

$$-\frac{12 - v_c(\infty)}{6} \;-\; 0.5\,i_x \;+\; i_x \;=\; 0$$

이고 $i_x = \frac{1}{2}v_c(\infty)$이므로, $v_c(\infty) = \frac{24}{5}$[V]이다. 이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

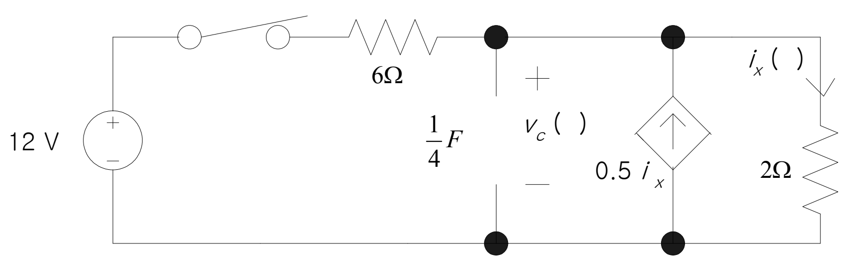


그림 s8.21a

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.21b와 같다.

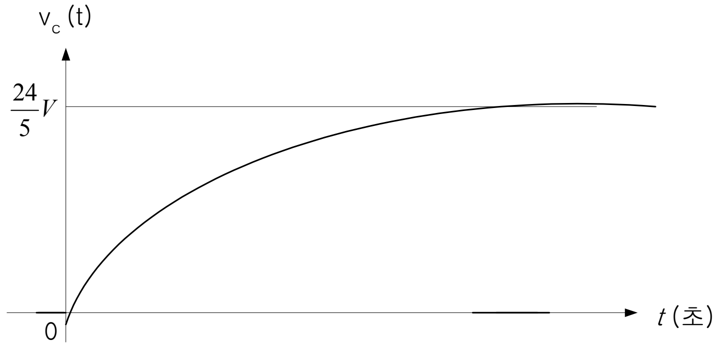


그림 s8.21b

[8.22] 그림 p8.22의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_c(0^-)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(3) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

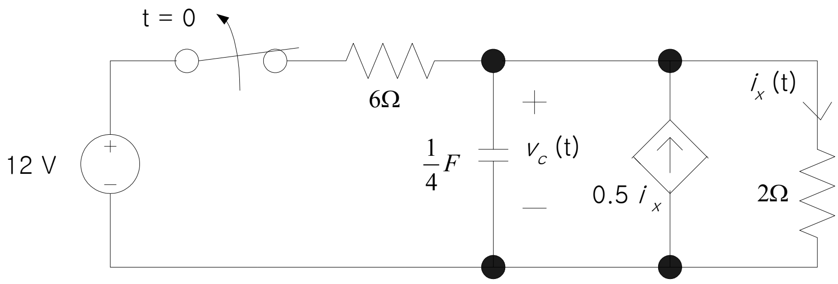


그림 p8.22

[풀이]

[8.22]

(1) $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.22a와 같고, KCL을 적용하면,

$$\frac{12-v_c(0^-)}{6}+\frac{1}{2}i_x = ix$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(0^-)}{2}$$

이므로

$$v_c(0^-) \;=\; \frac{24}{5}\,[\mathrm{V}]$$

이다.

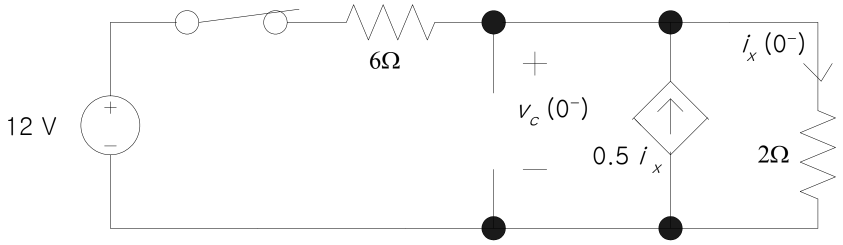


그림 s8.22a

(2) $t > 0$에서 KCL을 적용하면

$$\frac{1}{4}\frac{dv_c(t)}{dt} - \frac{1}{2}i_x + i_x = 0$$

이고,

$$i_x = \frac{v_c(t)}{2}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

$v_c(0^+) = v_c(0^-) = \frac{24}{5}$ [V]이므로,

$$v_c(t) = \frac{24}{5}e^{-t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

(3) (2)의 결과에 극한을 취하면 $v_c(\infty) = 0$[V]이다.

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.22b와 같다.

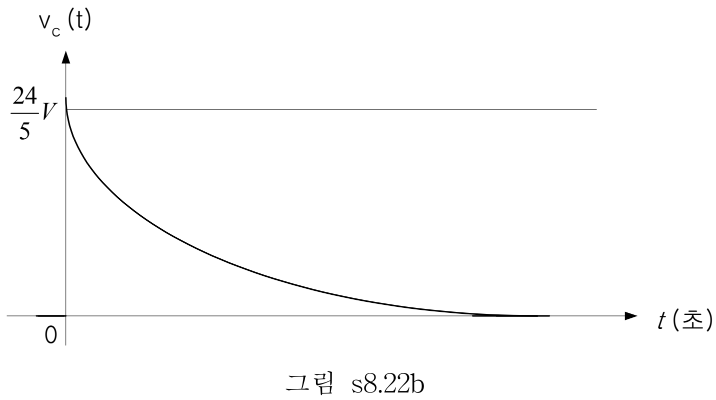


그림 s8.22b

[8.23] 그림 p8.23의 회로에서, $v_c(0^-) = 0$[V]일 때 다음 물음에 답하여라.

(1) $t > 0$에서 $v_c(t)$를 구하여라.

(2) $v_c(\infty)$를 구하여라.

(3) 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(4) $t > 0$에서 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

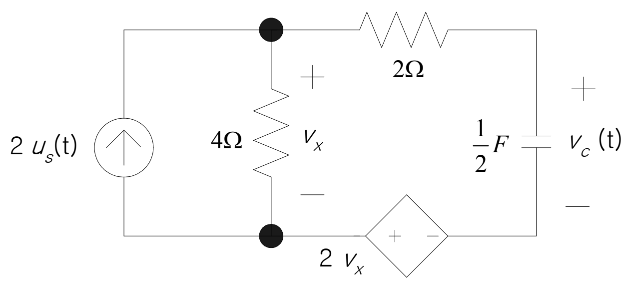


그림 p8.23

[풀이]

[8.23]

(1) 루프전류를 $i(t)$라고 하고, $t > 0$에서 KVL을 적용하면

$$v_x = 2i + v_c - 2v_x$$

이고,

$$v_x = 4(2 - i)$$

이므로

$$14i + v_c = 24$$

이다. 한편

$$i(t) = \frac{1}{2}\frac{dv_c(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{7}v_c(t) = \frac{24}{7}$$

$v_c(0^+) = v_c(0^-) = 0$[V]이므로,

$$V_c(s) = \frac{\frac{24}{7}}{s(s+\frac{1}{7})}$$

$$= \frac{24}{s} - \frac{24}{s+\frac{1}{7}}$$

이다. 따라서,

$$v_c(t) = 24(1 - e^{-\frac{t}{7}})\ [\mathrm{V}],\quad t > 0$$

이다.

(2) (1)의 결과에 극한을 취하면 $v_c(\infty) = 24$[V]이다.

또는 $t = \infty$에서 커패시터는 개방회로이므로 $v_c(\infty) = 3v_x$ 이고 $v_x = 4\times 2 = 8$[V]이므로 $v_c(\infty) = 24$[V]이다.

(3) 시정수는 $\tau = 7$[초]이므로 $5\tau = 35$[초] 지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(4) $t > 0$에서의 $v_c(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.23a와 같다.

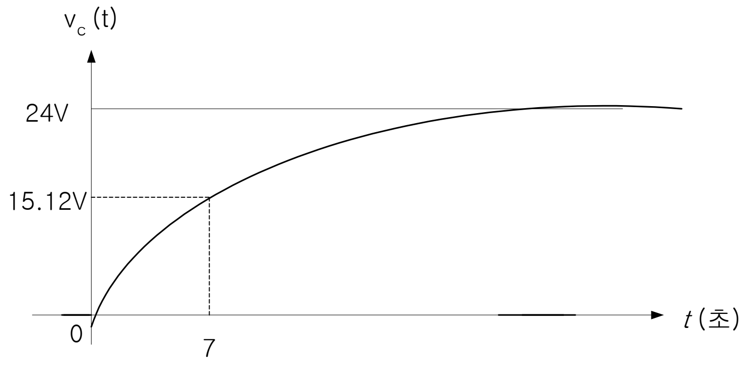


그림 s8.23a

<< 8.3 RL회로의 응답 >>

[8.24] 그림 p8.24의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 a의 위치에서 b의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-) = 0.8$[A]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

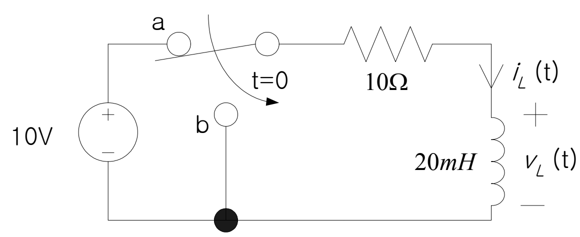


그림 p8.24

[풀이]

[8.24]

(1) $v_L(0^-) = 10 - 10 \times i_L(0^-) = 2$[V],

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.8$[A],

$v_L(0^+) = -10 \times i_L(0^+) = -8$[V]

이다.

(2) $t>0$에서 그림 p8.24 회로는 그림 s8.24a 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10\,i_L(t) \;+\; 20\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 0$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 500\,i_L(t) \;=\; 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.8[\mathrm{A}]$$

이다.
식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{0.8}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 0.8\,e^{-500\,t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 20\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 20\times10^{-3}\times0.8\times(-500)\,e^{-500\,t} \;=\; -8\,e^{-500\,t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다.

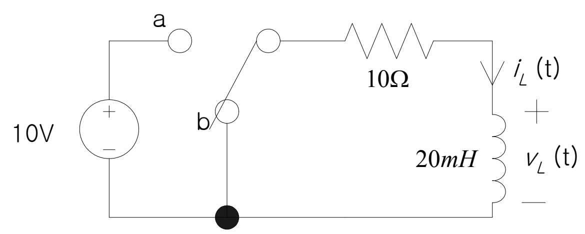


그림 s8.24a $t>0$에서의 등가회로

(3) $i_L(\infty) \;=\; \lim_{t\to\infty} 0.8\,e^{-500\,t} \;=\; 0[\mathrm{A}]$ 이고,

$v_L(\infty) \;=\; \lim_{t\to\infty} -8\,e^{-500\,t} \;=\; 0[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t>0$일 때, 시정수는 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{20\times10^{-3}}{10} = 2[\mathrm{ms}]$이므로 $5\tau = 10[\mathrm{ms}]$ 후면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 0.8\,e^{-500\,t}\ [\mathrm{V}], \quad t\geq 0$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} -8\ V, & t=0^- \\ -8\,e^{-500\,t}\,V, & t>0 \end{cases}$$

이다. $t = \dfrac{L}{R} = 2$[ms]에서 $i_L(0.002) = 0.8 \times 0.368 = 0.2944$[A]이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.24b와 같다.

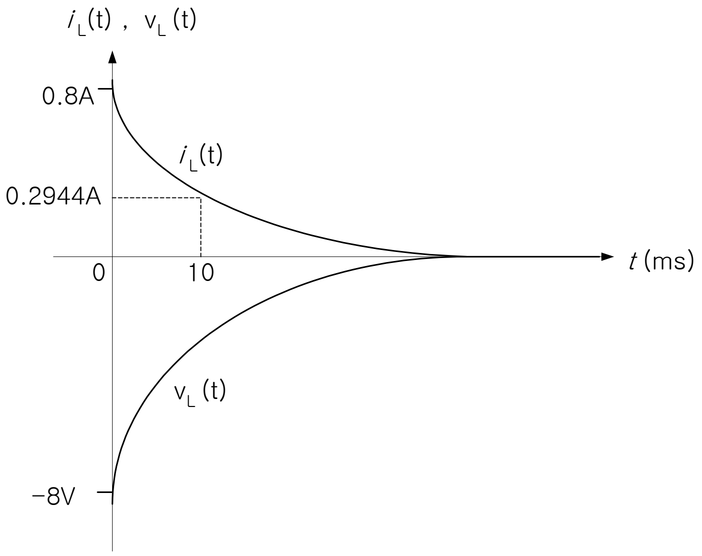


그림 s8.24b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[8.25] 그림 p8.25의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$, $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

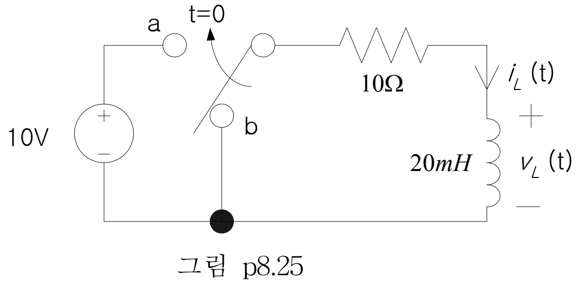


그림 p8.25

[풀이]

[8.25]

(1) 스위치가 충분한 시간동안 b의 위치에 있었으므로

$$i_L(0^-) = 0[\text{mA}], \quad v_L(0^-) = 0[\text{V}]$$

이고,

$$i_L(0^+) \;=\; i_L(0^-) \;=\; 0[\mathrm{V}],$$

$$v_L(0^+) \;=\; 10 - 10 \times i_L(0^+) \;=\; 10[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) (i) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로 $t = 0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$, $v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$이다.

(ii) $t > 0$에서 그림 p8.25 회로는 그림 s8.25a의 회로와 같고, KVL에 의하여

$$10 \;=\; 10 \times i_L(t) \;+\; 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 500\, i_L(t) \;=\; 500 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\, I_L(s) \;=\; \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{500}{s(s+500)}$$

$$\;=\; \frac{1}{s} - \frac{1}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1 \;-\; e^{-500t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이다. $v_c(t)$는

$$v_L(t) \;=\; 20 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt} \;=\; 10\, e^{-500\,t}\ [\mathrm{V}]\ , \;\; t > 0$$

이다.

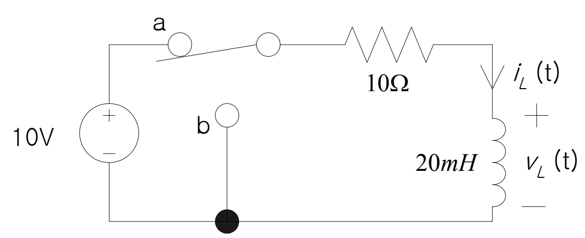


그림 s8.2a $t > 0$에서의 등가회로

(3) $i_L(\infty) \;=\; 1[\mathrm{A}]$ 이고, $v_L(\infty) \;=\; 0[\mathrm{V}]$이다.

(4) $t > 0$일 때, 시정수 $\tau = \dfrac{L}{R} = 2[\text{ms}]$이므로 $5\tau = 10[\text{ms}]$ 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 1 \;-\; e^{-500t}\;[\text{A}], \quad t \geq 0$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} 0\,V, & t = 0^- \\ 10\,e^{-500\,t}\,V, & t > 0 \end{cases}$$

이다. $t = \tau = 2[\text{ms}]$에서 $i_L(0.002) = 1 - 1\times 0.368 = 0.632[\text{A}]$이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.25b와 같다.

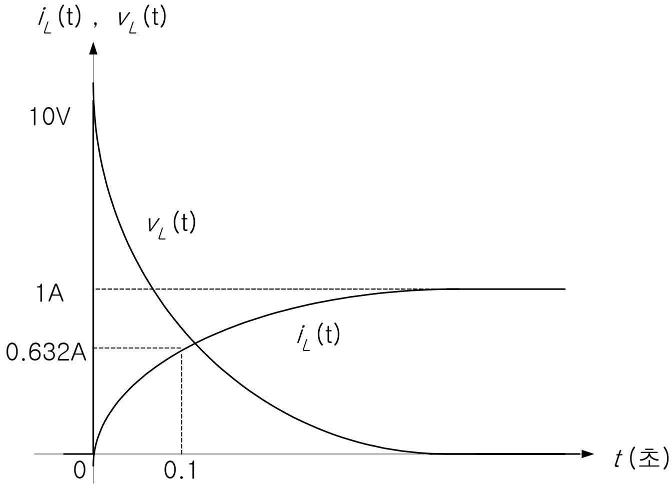


그림 s8.25b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[8.26] 그림 p8.26의 회로에서, 스위치를 $t = 0$에서 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-) = 0.2[\text{A}]$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $i_L(0^+)$는 얼마인 가?

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$ 후 몇 초 정도 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(5) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

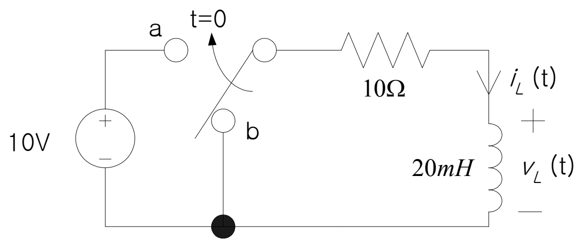


그림 p8.26

[풀이]
[8.26]
(1) $i_L(0^-) = 0.2$[A]이므로 $v_L(0^-) = -10 \times i_L(0^-) = -2$[V]이고,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.2\text{[A]},$$

$$v_L(0^+) = 10 - 10\,i_L(0^+) = 8\text{[V]}$$

이다.
(2) $t > 0$에서 KVL을 적용하면

$$10\,i_L(t) + 20 \times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} = 10$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 500\,i_L(t) = 500 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.2\text{[A]}$$

이다.
식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 500\,I_L(s) = \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{0.2}{s+500} + \frac{500}{s(s+500)}$$

$$= \frac{0.2}{s+500} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+500}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 0.2e^{-500t} + 1 - e^{-500t}\text{ [A]}, \quad t > 0$$

$$= 1 - 0.8e^{-500t}, \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 20 \times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} = 8e^{-500t}\text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.
(3) $i_L(\infty) = 1$[A] 이고, $v_L(\infty) = 0$[V]이다.
(4) $t > 0$일 때, 시정수는 $\tau = 2$[ms]이므로 $5\tau = 10$[ms] 후 면 회로는 정상상태에 도달한다.
(5) (1)과 (2)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 1 - 0.8e^{-500t}, \quad t > 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} -2\ V, & t = 0^- \\ 8e^{-500t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이다. $t = 2$[ms]에서 $i_L(0.002) = 1 - 0.8 \times 0.368 = 0.7156$[A]이고 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.26b와 같다.

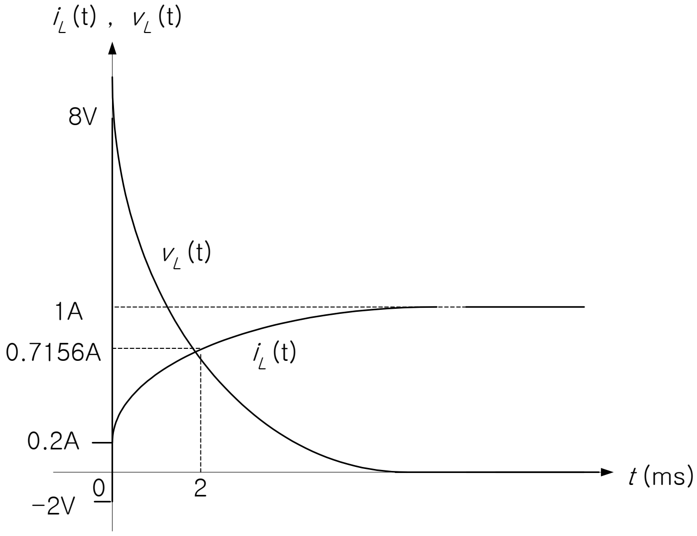


그림 s8.26b $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[8.27] 그림 p8.27의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.4a와 같을 때 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(1) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(2) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

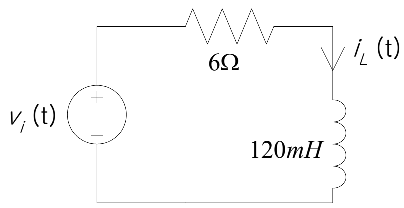


그림 p8.27

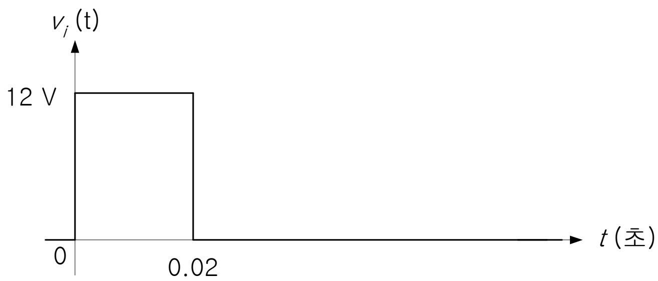


그림 p8.27a

[풀이]

[8.27]

(1) (i) $0 < t < 0.02$[초]에서,

$$12 \;=\; 6\,i_L(t) \;+\; 120\times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 100 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; \frac{100}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{100}{s(s+50)}$$

$$\;=\; \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1 \;-\; e^{-50\,t})\ [\mathrm{A}], \quad 0 < t < 0.02[\text{초}] \quad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

(ii) $t > 0.02$[초]에서, $v_i(t) = 0$이고 $i_L(20^+) = i_L(20^-) = 2(1 - e^{-1})$이다.

회로에 KVL을 적용하면

$$0 \;=\; 6\,i_L(t) \;+\; 120\times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 0 \qquad \text{------------------} \quad ③$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(20^+) = i_L(20^-)$이다.

식③을 라플라스변환하면,

$$sI_c(s) - i_L(20^+) + 50\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{2\,(1 - e^{-1})}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1 - e^{-1})\,e^{-500\,(t-0.02)}u_s(t-0.02)\ [\mathrm{A}], \quad 0.02 < t \quad \text{-------} \quad ④$$

이다.

식③과 식④로부터,

$$i_L(t) \;=\; 2\,(1 - e^{-50\,t})\{\,u_s(t) - u_s(t-0.02)\} \;+\; 2\,(1 - e^{-1})\,e^{-50\,(t-0.02)}u_s(t-0.02)$$

이다.

*** 참고로 (1)번의 문제는 다음과 같이 풀 수도 있다.

$v_i(t) = 12\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\}$이고, 회로에 KVL을 적용하면,

$$6\,i_L(t) + 120\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} = 12\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50\,i_L(t) = 100\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\} \qquad \text{------------} \quad ①$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A] 이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) = \frac{100}{s}(1 - e^{-0.02s})$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) &= \frac{100}{s(s+50)}(1 - e^{-0.02s}) \\ &= \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50} - \frac{2e^{-0.02s}}{s} + \frac{2e^{-0.02s}}{s+50} \end{aligned}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 2u_s(t) - 2e^{-50t}u_s(t) - 2\{u_s(t-0.02) - e^{-(t-0.02)}u_s(t-0.02)\}\text{ [A]},$$

$$= 2(1 - e^{-50t})\{u_s(t) - u_s(t-0.02)\} + 2(1 - e^{-1})e^{-50(t-0.02)}u_s(t-0.02)\text{[A]}$$

이다.

(2) $t \geq 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면, 그림 s8.27와 같다.

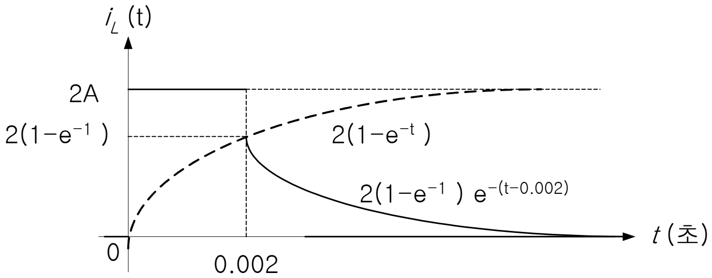


그림 s8.27

[8.28] 그림 p8.28의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.28a와 같을 때, $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

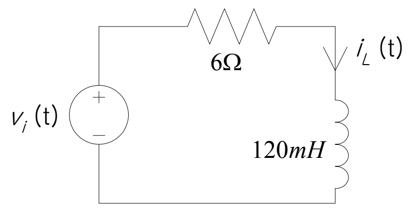


그림 p8.28

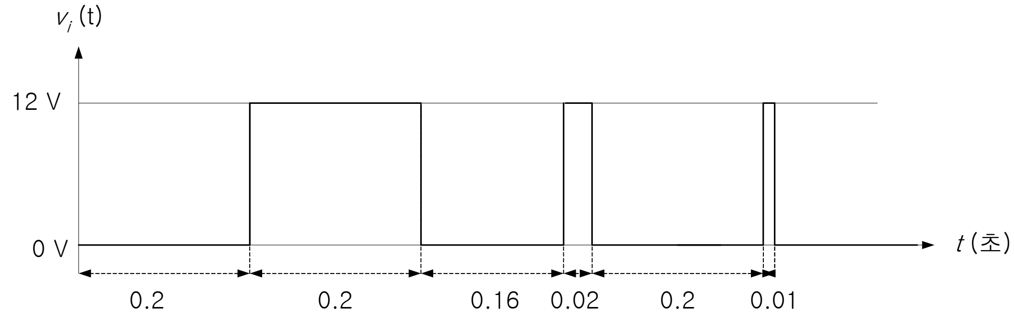


그림 p8.28a

[풀이]
[8.28]
주어진 회로의 시정수는 $\tau = \frac{L}{R} = 0.02$[초]이므로 $i_L(t)$의 파형은 그림 s8.28과 같다.

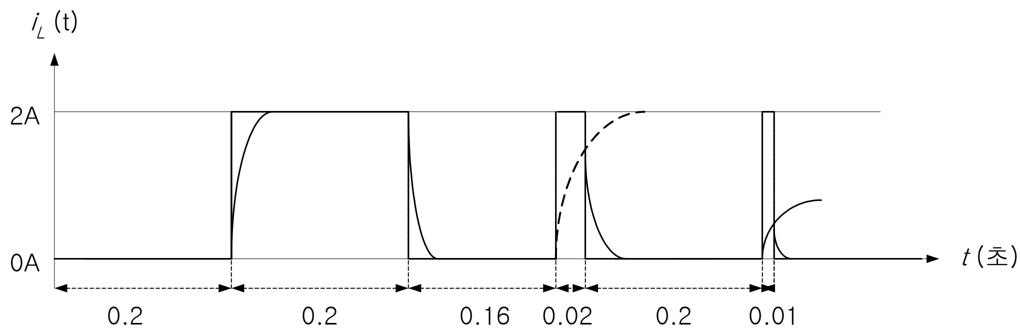
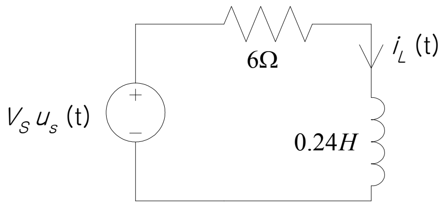
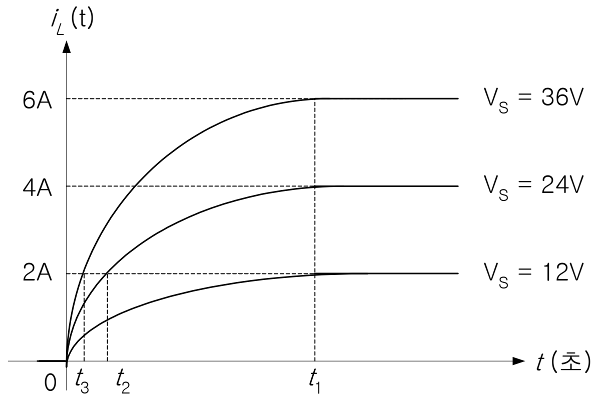


그림 s8.28

[8.29] 그림 p8.29의 RL회로에서, 계단입력전압 V_S가 각각 12V, 24V, 36V일 때, 인덕터에 흐르는 전류의 파형이 그림 p8.29a와 같다고 한다. $V_S =$ 12V, 24V, 36V 각각에 대하여, $i_L(t)$가 0A에서 2A까지 증가하는데 걸리는 시간 t_1, t_2, t_3를 구하여라.



그림p8.29



그림p8.29a

[풀이]

[8.29] $i_L(t) = \dfrac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$에서, 회로의 시정수 τ는 $\tau = \dfrac{L}{R} = 0.04$[초]이다.

t_1은 $V_S = 12$[V]일 때 정상상태에 이르는 시간이므로 $t_1 = 5\tau = 0.2$[초]이다.

t_2는 $2 = \dfrac{24}{6}\left(1 - e^{-\frac{t_2}{\tau}}\right)$에서 $t_2 = \tau \ln 2 = 0.028$[초]이다.

t_3는 $2 = \dfrac{36}{6}\left(1 - e^{-\frac{t_3}{\tau}}\right)$에서 $t_3 = -\tau \ln \dfrac{2}{3} = 0.009$[초]이다.

[8.30] 그림 p8.30의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 a의 위치에 놓은 다음 $t = 0$에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라

(3) $t > 0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

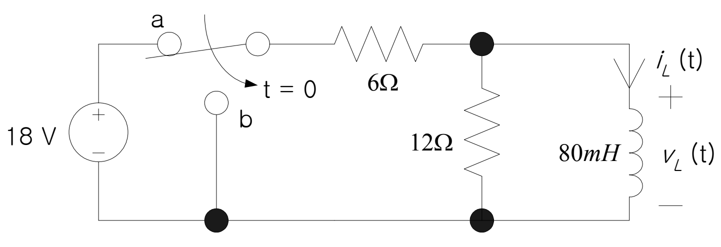


그림 p8.30

[풀이]

[8.30]

(1) $t = 0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.30a 회로와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{18}{6} = 3[A],$$

$$v_L(0^-) = 0[V]$$

이다.

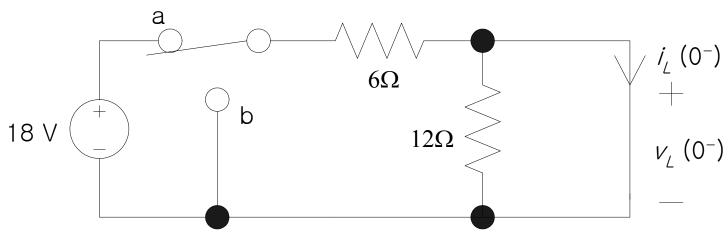


그림 s8.30a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.30b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[A],$$

$$v_L(0^+) = -4\,i_L(0^+) = -12[V]$$

이다.

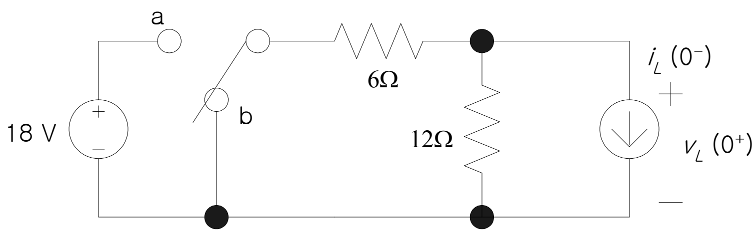


그림 s8.30b

(3) $t > 0$에서 그림 p8.30 회로는 그림 s8.30c의 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$0 \;=\; 4\,i_L(t) \;+\; 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 0 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3[A]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; 0$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{3}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 3\,e^{-50t}\ \text{[A]}, \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 80\times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -12\,e^{-50t}\ \text{[V]}, \ \ t > 0$$

이다.

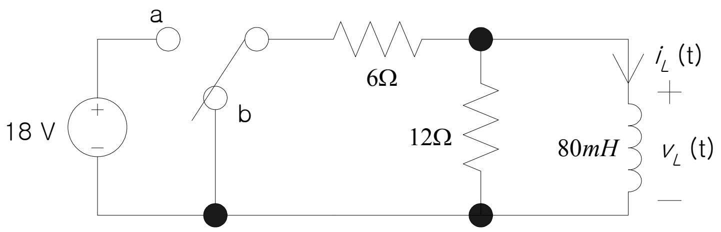


그림 s8.30c

(4) $t = \infty$에서, $i_L(\infty) = 0$[A], $v_L(\infty) = 0$[V]이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터,

$$i_L(t) \;=\; 3\,e^{-50t}\ \text{[A]}, \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -12\ e^{-50\,t}\,V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.30d와 같다.

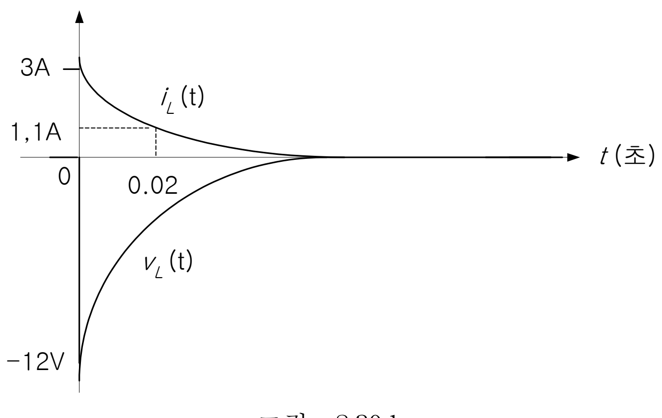


그림 s8.30d

[8.31] 그림 p8.31의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t \geq 0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

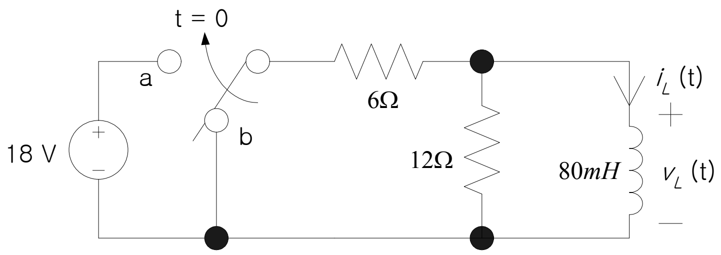


그림 p8.31

[풀이]

[8.31]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓았으므로,

$$i_L(0^-)=0[\mathrm{A}],\quad v_L(0^-)=0[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.31a와 같으므로,

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=0[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+)=18\times\frac{12}{18}=12[\mathrm{V}]$$

이다.

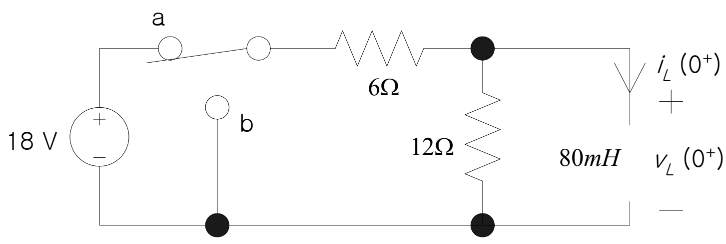


그림 s8.31a

(3) $t>0$에서 그림 p8.31 회로는 그림 s8.31b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12=4[\Omega]$이고 $18\times\frac{12}{6+12}=12[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL

을 적용하면

$$12 \;=\; 4\,i_L(t) \;+\; 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 50\,i_L(t) \;=\; 150 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) \;=\; \frac{150}{s}$$

이므로

$$\begin{aligned} I_L(s) \;&=\; \frac{150}{s(s+50)} \\ &=\; \frac{3}{s} - \frac{3}{s+50} \end{aligned}$$

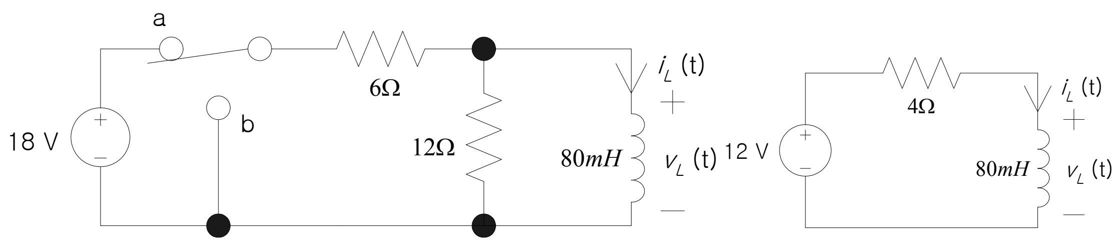
이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 3(1 - e^{-50t})\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$\begin{aligned} v_L(t) &= 80\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} \\ &=\; 80\times10^{-3}\times(-3)\times(-50)\,e^{-50t} \\ &= 12\,e^{-50t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0 \end{aligned}$$

이다.



(a) (b)

그림 s8.31b

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.31c 회로와 같으므로

$$i_c(\infty) = \frac{18}{6} = 3[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

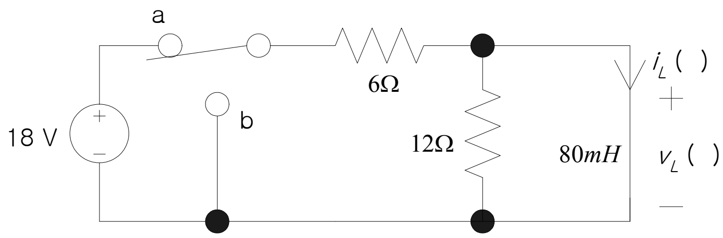


그림 s8.31c $t=\infty$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{80\times10^{-3}}{4}=0.02$[초]이므로 $5\tau=0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 3(1-e^{-50t})\ [\mathrm{A}],\quad t\ge 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t=0^- \\ 12e^{-50t}\ V, & t>0 \end{cases}\ [\mathrm{V}],\quad t>0$$

이므로 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.31d와 같다.

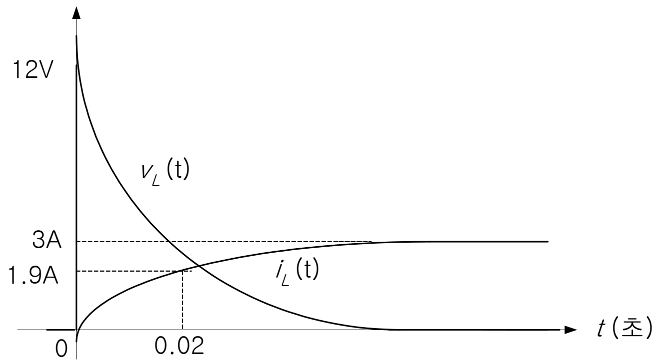


그림 s8.31d

[8.32] 그림 p8.32의 회로에서, $t=0$에서 스위치를 b의 위치에서 a의 위치로 옮겼다. $i_L(0^-)=1$[A]일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) $t\ge0$에서 몇 초 후에 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

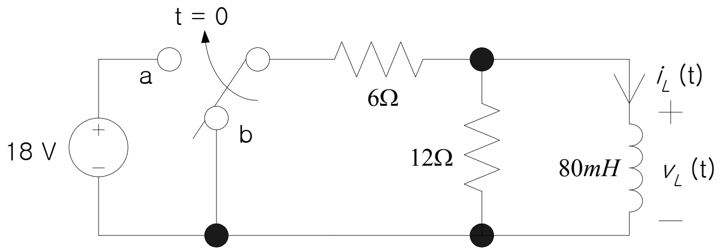


그림 p8.32

[풀이]

[8.32]

(1) $v_L(0^-) = -4\,i_L(0^-) = -4$[V]이다.

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.32a와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 18 \times \frac{12}{18} - 4 \times i_L(0^+) = 12 - 4 = 8[\mathrm{V}]$$

이다.

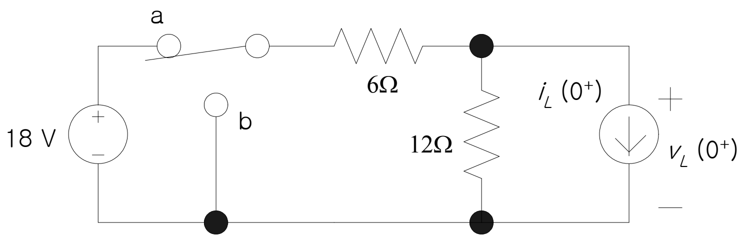


그림 s8.32a

(3) $t > 0$에서 그림p8.32 회로는 그림 s8.32b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $6//12 = 4[\Omega]$이고 $18 \times \dfrac{12}{6+12} = 12$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$12 = 4\,i_L(t) + 80 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50\,i_L(t) = 150 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 50\,I_L(s) = \frac{150}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+50} + \frac{150}{s(s+50)}$$
$$= \frac{1}{s+50} + \frac{3}{s} - \frac{3}{s+50}$$

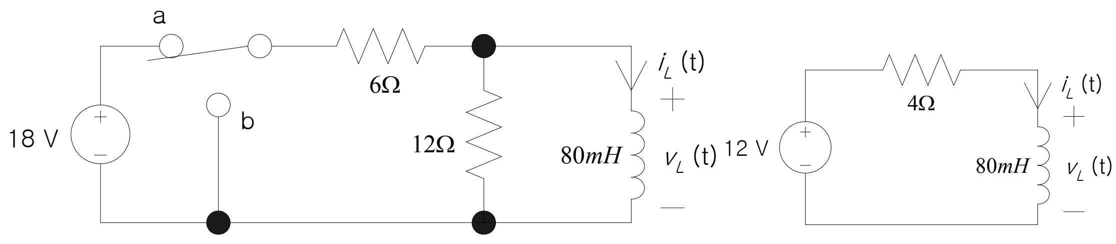
이다. 따라서,

$$i_L(t) = e^{-50t} + 3 - 3e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$
$$= 3 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 80 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$
$$= 8e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.



(a) (b)

그림 s8.32b

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.32c 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{18}{6} = 3\text{[A]},$$
$$v_L(\infty) = 0\text{[V]}$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

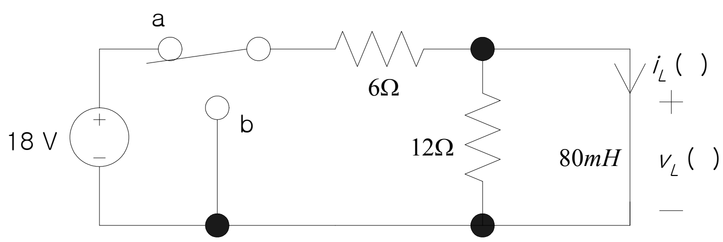


그림 s8.32c $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{1}{50} = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터

$$i_L(t) = 3 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) \;=\; \begin{cases} -4\ V, & t=0^- \\ 8e^{-50t}\,V, & t>0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.32d와 같다.

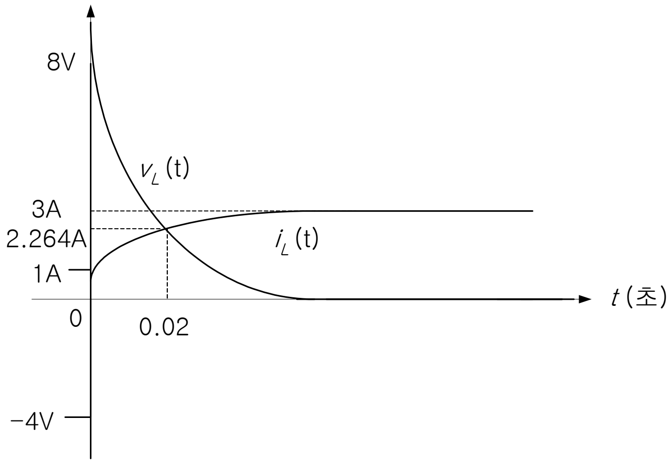


그림 s8.32d

[8.33] 그림 p8.33의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

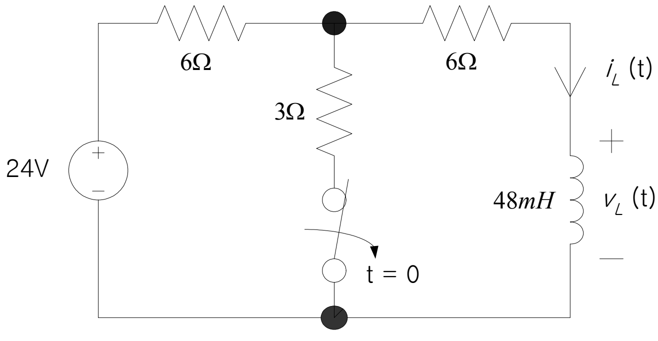


그림 p8.33

[풀이]

[8.33]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.33a와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{24}{6+2} \times \frac{3}{3+6} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

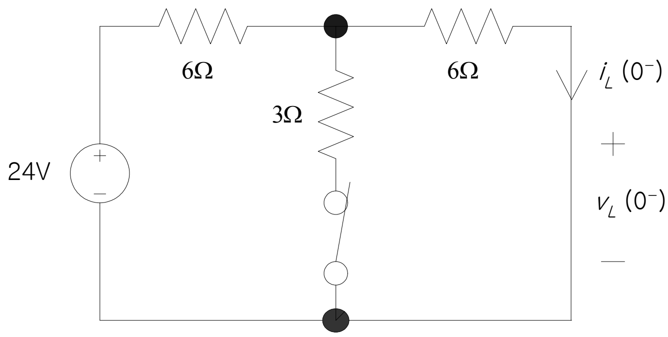


그림 s8.33a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.33b와 같고,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 24 - (6+6)\, i_L(0^+) = 24 - 12 = 12[\mathrm{V}]$$

이다.

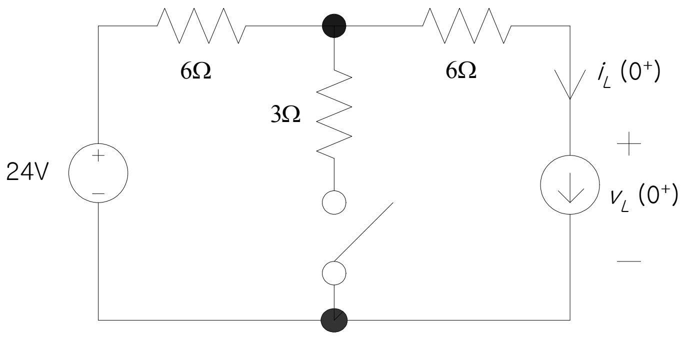


그림 s8.33b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s8.33c와 같으므로,

$$i_L(\infty) = \frac{24}{12} = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

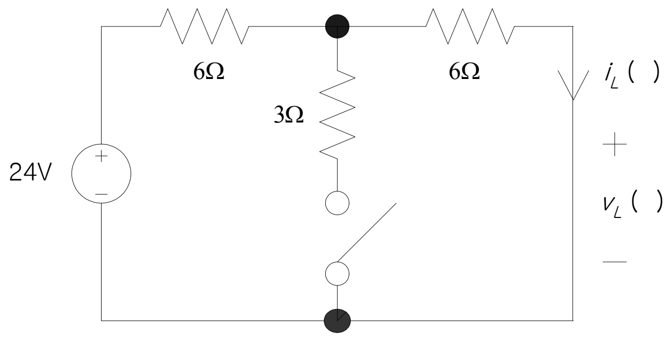


그림 s8.33c

(4) $t>0$에서, 그림p8.33 회로는 그림 s8.33d 회로와 같고, KVL에 의하여

$$24 = 12\,i_L(t) + 48\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 250\,i_L(t) = 500 \qquad \text{-----------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 1 + 250\,I_L(s) = \frac{500}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+250} + \frac{500}{s(s+250)}$$

$$= \frac{1}{s+250} + 2\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+250}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 2 - e^{-250t}\ [\mathrm{A}], \quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 48\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} = 48\times10^{-3}\times250\,e^{-250t} = 12\,e^{-250t}\ [\mathrm{V}], \quad t>0$$

이다.

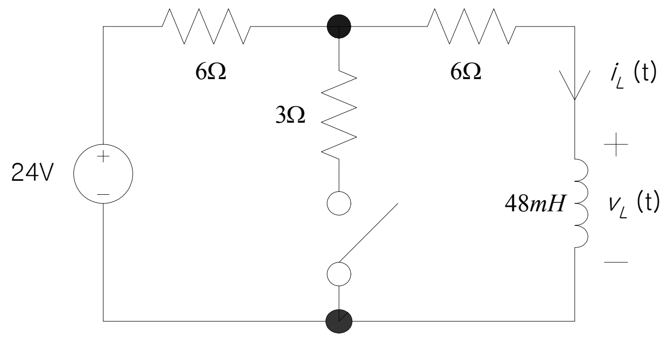


그림 s8.3d $t>0$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \dfrac{48\times10^{-3}}{12} = 0.004$[초]이므로 $5\tau = 0.02$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.
(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 2 - e^{-250t}\ [\mathrm{A}], \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ 12e^{-250t}\ V, & t>0 \end{cases}\ [\mathrm{V}],\ t>0$$

이고, $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.33e와 같다.

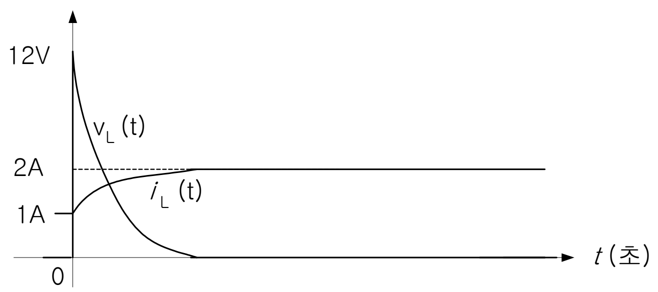


그림 s8.33e

[8.34] 그림 p8.34의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t=0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$는 얼마인 가?

(3) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(5) $t>0$에서 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

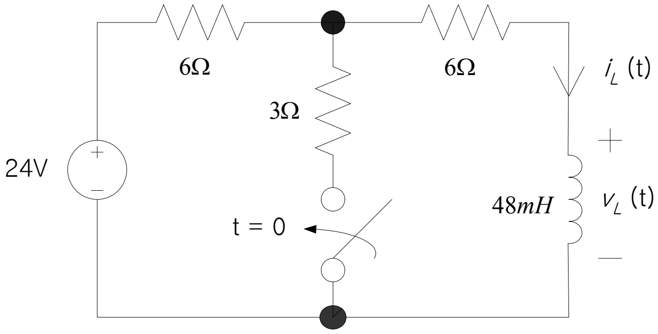


그림 p8.34

[풀이]

[8.34]

(1) $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.34a와 같으므로,

$$i_L(0^-) = \frac{24}{12} = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

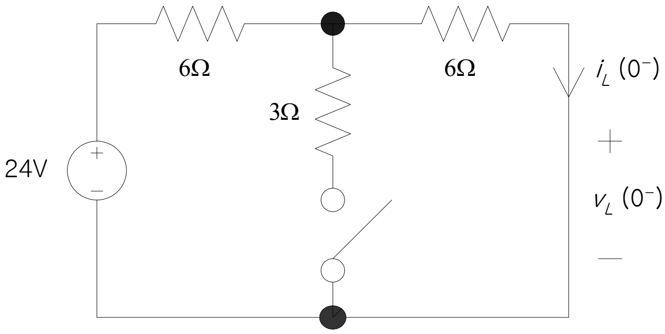


그림 s8.34a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.34b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 24\times\frac{3}{9} - (2+6)\,i_L(0^+) = 8 - 16 = -8[\mathrm{V}]$$

이다.

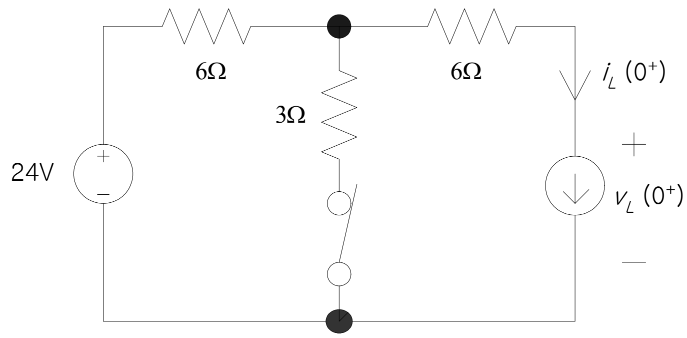


그림 s8.34b

(3) $t=\infty$에서의 등가회로는 그림 s8.34c와 같으므로,

$$i_L(\infty) = \frac{24}{6+2} \times \frac{3}{9} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

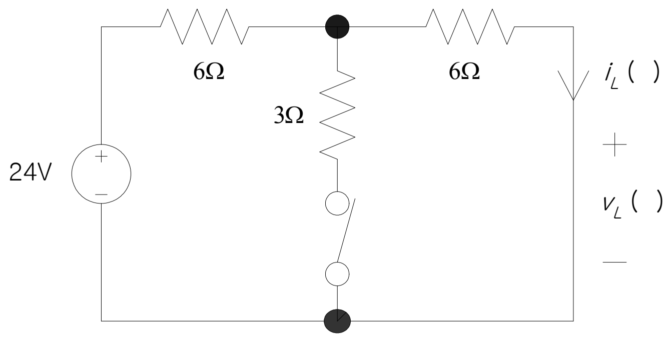


그림 s8.34c

(4) $t>0$에서, 그림p8.34 회로는 그림 s8.34d의 (a)회로와 같고, $R_{eq} = 6 + (6//3) = 8[\Omega]$, $v_{oc} = 24 \times \frac{3}{9} = 8[\mathrm{V}]$ 이므로 이 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 (b)회로와 같다. KVL에 의하여

$$8 \;=\; 8\,i_L(t) \;+\; 48 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{1000}{6}\, i_L(t) = \frac{1000}{6} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 2 + \frac{1000}{6}\, I_L(s) = \frac{\frac{1000}{6}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{2}{s+\frac{1000}{6}} + \frac{\frac{1000}{6}}{s(s+\frac{1000}{6})}$$

$$= \frac{2}{s+\frac{1000}{6}} + \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1000}{6}}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 1 + e^{-\frac{1000}{6}t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 48\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt} = 48\times10^{-3}\times\left(-\frac{1000}{6}\right)e^{-\frac{1000}{6}t} = -8e^{-\frac{1000}{6}t}\text{[V]}, \quad t>0$$

이다.

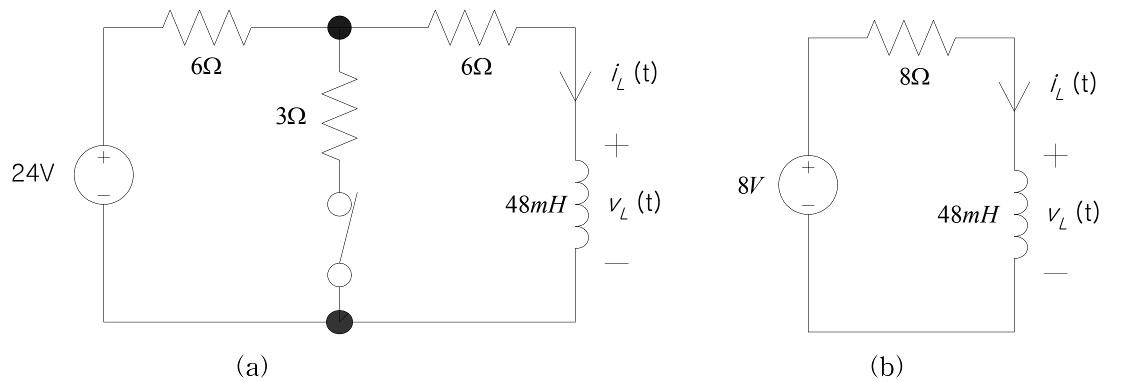


그림 s8.34d $t > 0$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \frac{48\times10^{-3}}{8} = 0.006$[s]이므로 $5\tau = 0.03$[s] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (4)의 결과로부터,

$$i_L(t) = 1 + e^{-\frac{1000}{6}t} \text{ [A]}, \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -8e^{-\frac{1000}{6}t}V, & t > 0 \end{cases} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이고, $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.34e와 같다.

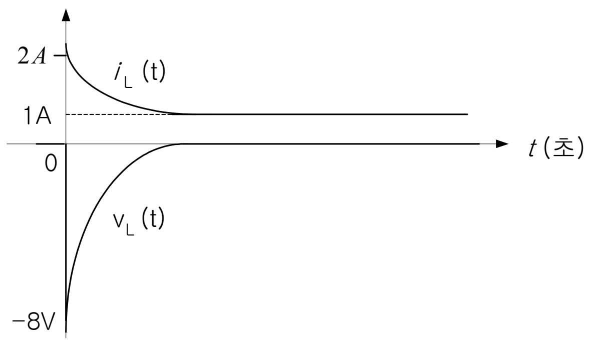


그림 s8.34e

[8.35] 그림 p8.35의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 b의 위치에 놓은 다음 $t=0$에서 a의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) 스위치를 b의 위치로 옮긴 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(5) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(6) $t\geq 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

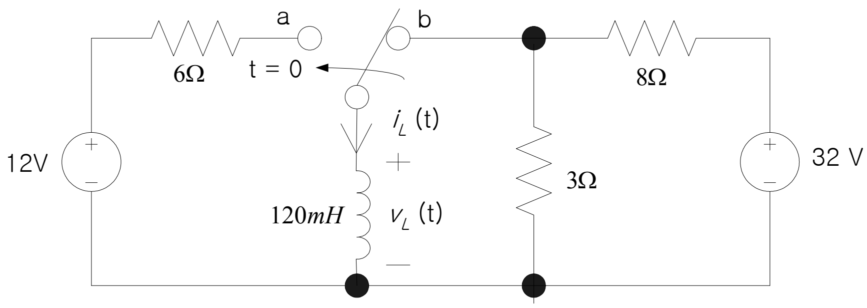


그림 p8.35

[풀이]

[8.35]

(1) 스위치가 충분한 시간 동안 b의 위치에 있었으므로 $t=0^-$에서 회로는 정상상태에 있고 $t=0^-$에서의 등가회로는 그림 s8.35a와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{32}{8} = 4[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

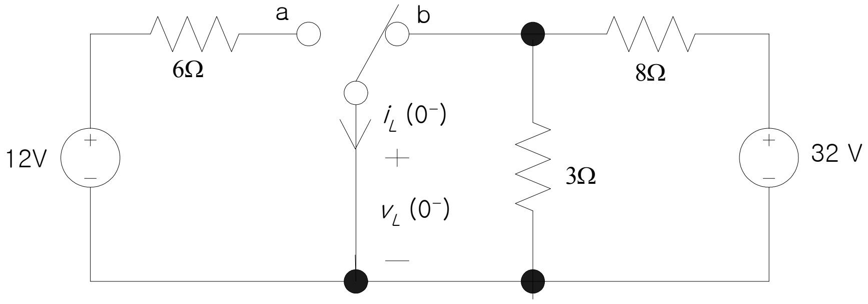


그림 s8.35a $t=0^-$에서의 등가회로

(2) 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=4$[A]이고, $t=0^+$에서의 등가회로는 그림 s8.35b와 같다. 따라서,

$$v_L(0^+)=12-6\,i_L(0^+)=-12[\mathrm{V}]$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 $v_L(t)$에 극한을 취한 값과 같다.

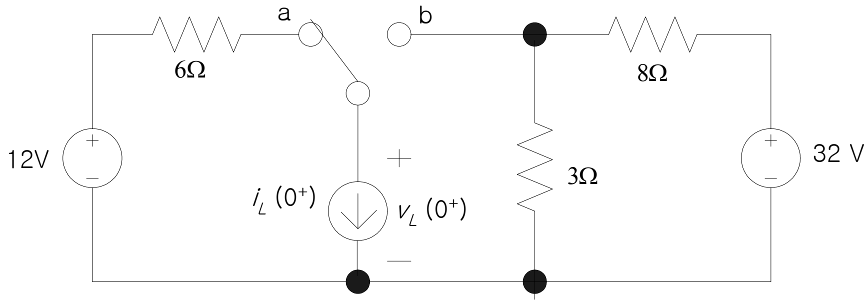


그림 s8.35b $t=0^+$에서의 등가회로

(3) $t>0$에서 그림 p8.35 회로는 그림 s8.35c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 = 6\,i_L(t) + 120\times10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 50\,i_L(t) = 100 \qquad \text{------------------} \qquad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=4[\mathrm{A}]$$

이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s)-i_L(0^+)+50\,I_L(s) = \frac{100}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{4}{s+50} + \frac{100}{s(s+50)}$$

$$= \frac{4}{s+50} + \frac{2}{s} - \frac{2}{s+50}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 4e^{-50t} + 2 - 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \quad ------ \quad ②$$

$$= 2 + 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t > 0 \quad -------------- \quad ③$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 120 \times 10^{-3} \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -12e^{-50t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.

참고로 식②의 오른쪽의 첫 번째 항은 초기치 $i_L(0^-) = 4$[A]에 의한 응답(즉, 자연응답)이고 두 번째 항은 입력신호 5[V]에 의한 강제응답이다. 식③은 완전응답은 자연응답과 강제응답의 합임을 나타낸다.

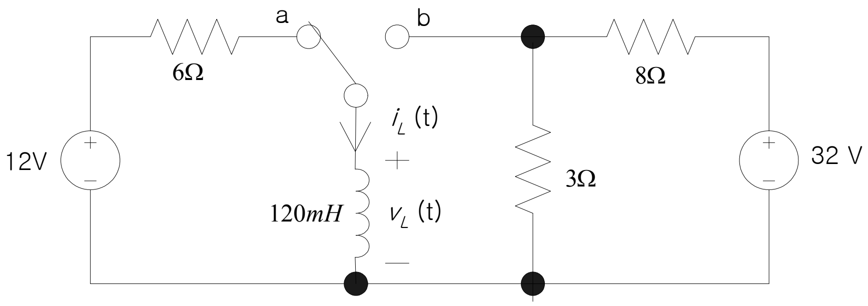


그림 s8.35c $t > 0$에서의 등가회로

(4) $t > 0$에서 회로의 시정수는 $\tau = \frac{120 \times 10^3}{6} = 0.02$[초]이므로 $5\tau = 0.1$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) $i_L(\infty) = 2$[A], $v_L(\infty) = 0$[V] 이다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) = 2 + 2e^{-50t} \text{ [A]}, \quad t \geq 0,$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -12\ e^{-50t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t = \frac{1}{50}) = 2 + 2e^{-1} = 2.736$[A]므로 $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형은 그림 s8.35d와 같다.

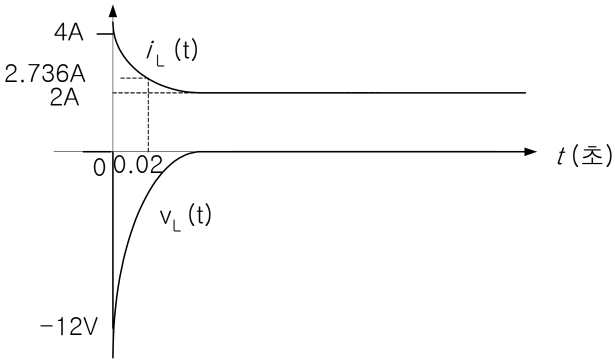


그림 s8.35d $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 개략적인 파형

[8.36] 그림 p8.36의 회로에 대하여 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(1) $v_i(t) = 16u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라. 또한 $\lim_{t\to\infty} i_L(t)$와 $\lim_{t\to\infty} v_L(t)$의 값을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 16\sin 2tu_s(t)$[V]일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라. 또한 교류정상상태에서의 응답 $i_{L,s}(t)$와 $v_{L,s}(t)$를 구하여라.

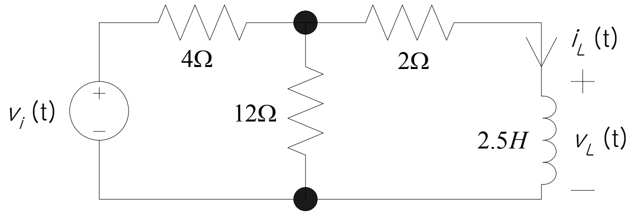


그림 p8.36

[풀이]

[8.36] $4//12 = 3$, $v_i \times \dfrac{12}{4+12} = \dfrac{3}{4}v_i$이므로 테브난의 등가회로는 그림 s8.36과 같다.

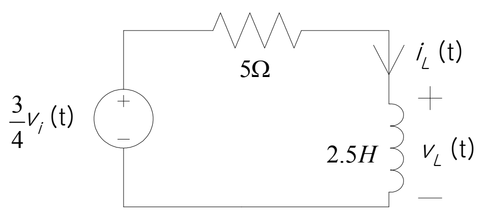


그림 s8.36

$t > 0$에서,

$$\frac{3}{4}v_i(t) = 5i_L(t) + 2.5\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = \frac{3}{10}v_i(t)$$

이고, 초기치는 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$ 이다.

(1) $v_i(t) = 16u_s(t) + 8e^{-2t}u_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = 4.8u_s(t) + 2.4e^{-2t}u_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2I_L(s) = \frac{4.8}{s} + \frac{2.4}{s+2}$$

이므로,

$$I_L(s) = \frac{4.8}{s(s+2)} + \frac{2.4}{(s+2)^2}$$

$$= \frac{2.4}{s} - \frac{2.4}{s+2} + \frac{2.4}{(s+2)^2}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 2.4 - 2.4e^{-2t} - 2.4te^{-2t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 2.5\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 2.5\times(4.8e^{-2t} - 2.4e^{-2t} + 4.8te^{-2t})$$

$$= 6e^{-2t} + 12te^{-2t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다. 또한

$$\lim_{t\to\infty} i_L(t) = 2.4\text{[A]},$$

$$\lim_{t\to\infty} v_L(t) = 0\text{[V]}$$

이다.

(2) $v_i(t) = 16\sin 2tu_s(t)$[V]일 때,

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = 4.8\sin 2tu_s(t)$$

이다. 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2I_L(s) = 4.8\times\frac{2}{s^2+2^2}$$

이므로,

$$I_L(s) = \frac{9.6}{(s+2)(s^2+4)}$$

$$= \frac{1.2}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2+4}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$1.2(s^2+4)+(s+2)(k_1 s+k_2) = 9.6$$

로부터 $1.2+k_1=0$, $2k_1+k_2=0$, $4.8+2k_2=9.6$를 얻는다.

즉, $k_1=-1.2$, $k_2=2.4$ 이므로

$$I_L(s) = \frac{1.2}{s+2} + \frac{-1.2\,s+2.4}{s^2+4}$$

$$= \frac{1.2}{s+2} + \frac{-1.2\,s+1.2\times 2}{s^2+2^2}$$

따라서,

$$i_L(t) = 1.2\,e^{-2t} - 1.2\cos 2t + 1.2\sin 2t$$

$$= 1.2\,e^{-2t} + 1.2(\sin 2t - \cos 2t)$$

$$= 1.2\,e^{-2t} + 1.2\sqrt{2}\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right),\quad t>0$$

이다. $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 2.5\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 2.5\times\left(-2.4\,e^{-2t} + 2.4\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$= -6\,e^{-2t} + 6\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)\ [\mathrm{V}],\quad t>0$$

이다. 또한 교류정상상태에서의 응답은

$$i_{L,s}(t) = \lim_{t\to\infty} i_L(t) = 1.2\sqrt{2}\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{A}],$$

$$v_{L,s}(t) = \lim_{t\to\infty} v_L(t) = 6\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{V}]$$

이다.

[8.37] 그림 p8.37의 회로에서, $i_i(t) = 4\cos 2t\,u_s(t)$[A]의 정현파신호가 인가될 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

(1) 주어진 회로는 몇 초 지나면 교류정상상태에 도달한다고 볼 수 있는가?

(2) $t>0$에서의 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $i_{L,s}(t)$를 구하여라.

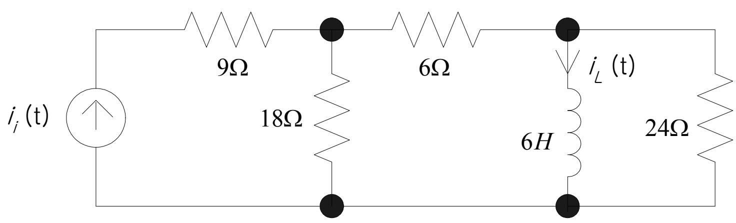


그림 p8.37

[풀이]
[8.37]
(1) $R_{eq} = (6 + 18)//24 = 12$,

$$v_{oc} = i_i(t) \times \frac{18}{18+30} \times 24 = 9\, i_i(t) = 36 \cos 2t\, u_s(t) [\mathrm{V}]$$

이므로 테브난의 등가회로는 그림 s8.37과 같다.

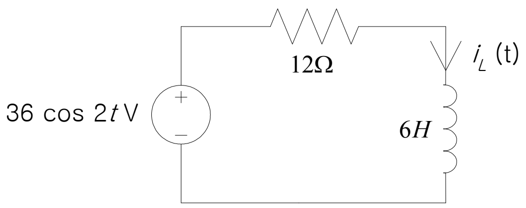


그림 p8.37

시정수는 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{6}{12} = 0.5$[초]이므로 $5\tau = 2.5$[초] 지나면 회로는 교류정상상태에 도달한다.

(2) $t > 0$에서,

$$36 \cos 2t = 12\, i_L(t) + 6 \frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 2\, i_L(t) = 6 \cos 2t$$

이고, 초기치는 $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$ 이다.

라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - 0 + 2 I_L(s) = \frac{6s}{s^2 + 2^2}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{6s}{(s+2)(s^2+4)}$$

$$= \frac{-1.5}{s+2} + \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + 4}$$

이다. k_1과 k_2는 s에 관한 항등식

$$-1.5(s^2+4) + (s+2)(k_1 s + k_2) = 6s$$

로부터 $-1.5 + k_1 = 0$, $2k_1 + k_2 = 6$, $-1.5 \times 4 + 2k_2 = 0$를 얻는다.

즉, $k_1 = 1.5$, $k_2 = 3$ 이므로

$$I_L(s) = -\frac{1.5}{s+2} + \frac{1.5s + 3}{s^2 + 4}$$

$$= -\frac{1.5}{s+2} + \frac{1.5s + 1.5 \times 2}{s^2 + 2^2}$$

따라서,

$$i_L(t) = -1.5\,e^{-2t} + 1.5\cos 2t + 1.5\sin 2t\,, \quad t > 0$$

$$= -1.5\,e^{-2t} + 1.5\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이다.

(3) 교류정상상태에서의 출력신호 $i_{L,s}(t)$는

$$i_{L,s}(t) = 1.5\sqrt{2}\cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)[\mathrm{A}]$$

이다.

[8.38] 그림 p8.38의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

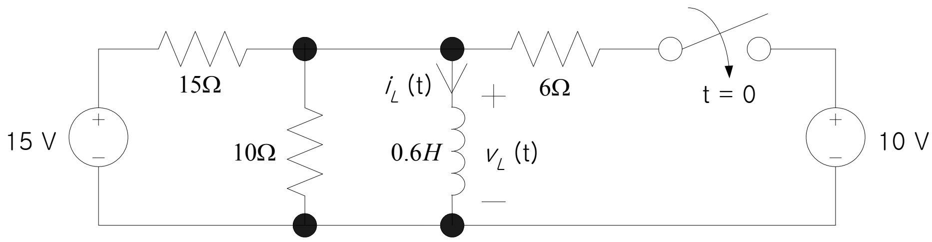


그림 p8.38

[풀이]

[8.38]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t = 0^-$에서 등가회로는 그림 s8.38a 회로와 같고,

$$i_L(0^-) = \frac{15}{15} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

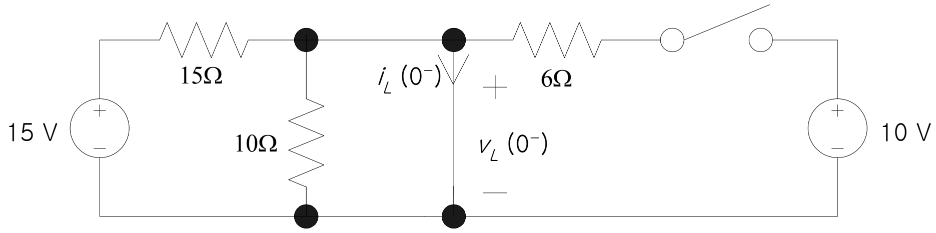


그림 s8.38a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.38b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}],$$

$$\begin{aligned} v_L(0^+) &= 15\times\frac{10//6}{15+(10//6)} + 10\times\frac{15//10}{6+(15//10)} - \{6//(15//10)\}\times i_L(0^+) \\ &= 3+5-3 \\ &= 5[\mathrm{V}] \end{aligned}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

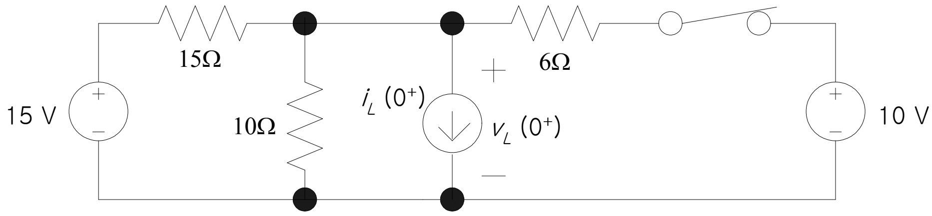


그림 s8.38b

(3) $t>0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림p8.38 회로는 그림 s8.38c의 (a)회로와 같고, (a)회로는 (b)회로와 같다. (b)회로에 KVL을 적용하면

$$8 = 3i_L(t) + 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = \frac{40}{3} \qquad \text{-------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 5I_L(s) = \frac{40}{3}\frac{1}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{1}{s+5} + \frac{\frac{40}{3}}{s(s+5)}$$

$$= \frac{1}{s+5} + \left(\frac{\frac{8}{3}}{s} - \frac{\frac{8}{3}}{s+5} \right)$$

이다. 따라서,

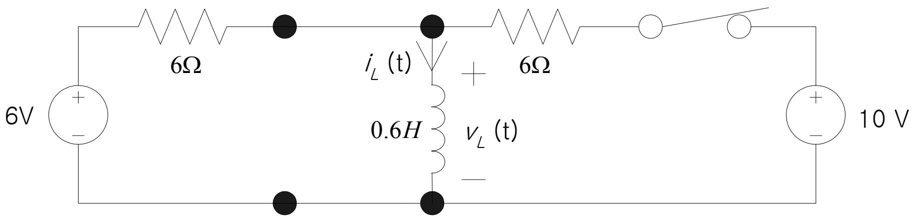
$$i_L(t) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} e^{-5t} \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

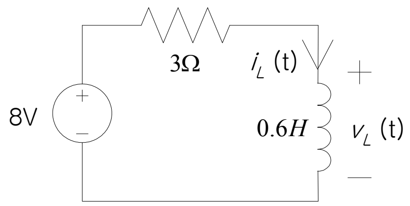
$$v_L(t) = 0.6 \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 5e^{-5t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.



(a)



(b)

그림 s8.38c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.38d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{15}{15} + \frac{10}{6} = \frac{8}{3} \text{[A]},$$

$$v_L(\infty) = 0 \text{[V]}$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

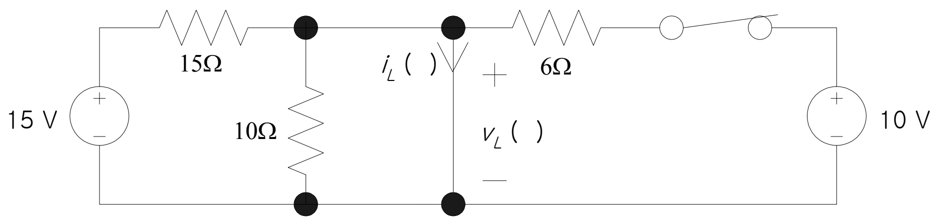


그림 s8.38d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t>0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{1}{5} = 0.2$[초]이므로 $5\tau = 1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) = \frac{8}{3} - \frac{5}{3}e^{-5t}\ \text{[A]},\quad t \geq 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ 5e^{-5t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.38e와 같다.

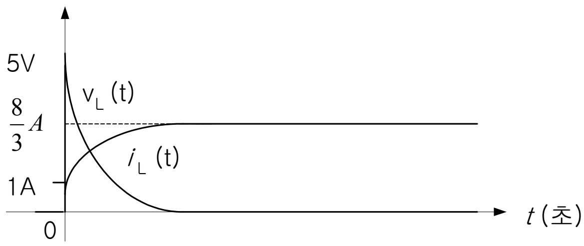


그림 s8.38e

[8.39] 그림 p8.39의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t=0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t>0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t>0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

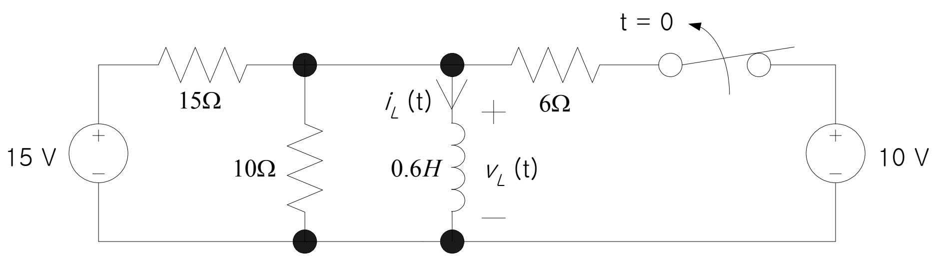


그림 p8.39

[풀이]

[8.39]

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.15a의 (a)

회로와 같고, $15k//10k = 6k$이고 $v_{oc} = 15\times\dfrac{10}{15+10} = 6$[V]이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{15}{15} + \frac{10}{6} = \frac{8}{3}\text{[A]},$$

$$v_L(0^-) = 0\text{[V]}$$

이다.

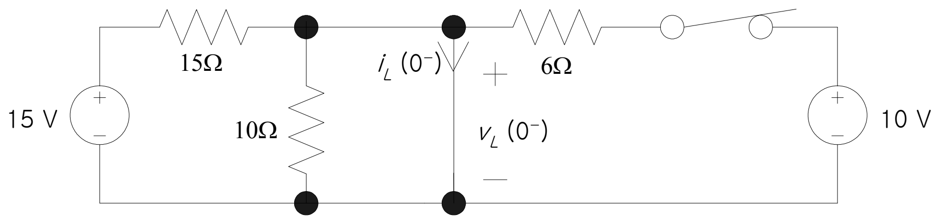


그림 s8.39a

(2) $t = 0^+$에서 등가회로는 그림 s8.39b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{8}{3}\text{[A]},$$

$$v_L(0^+) = 15\times\frac{10}{25} - (15//10)\, i_L(0^+) = 6 - 16 = -10\text{[V]}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

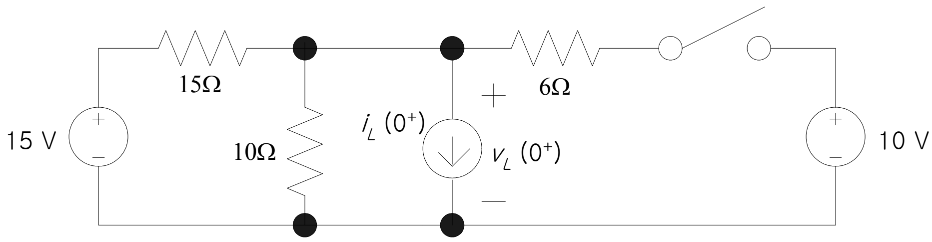


그림 s8.39b

(3) $t > 0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림 p8.39 회로는 그림 s8.39c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$6 = 6\, i_L(t) + 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10\, i_L(t) = 10 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{8}{3}\text{[A]}$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10\,I_L(s) \;=\; \frac{10}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{\frac{8}{3}}{s+10} \;+\; \frac{10}{s(s+10)}$$

$$\;=\; \frac{\frac{8}{3}}{s+10} \;+\; \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1 + \frac{5}{3}\,e^{-10t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.6\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= -10\,e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

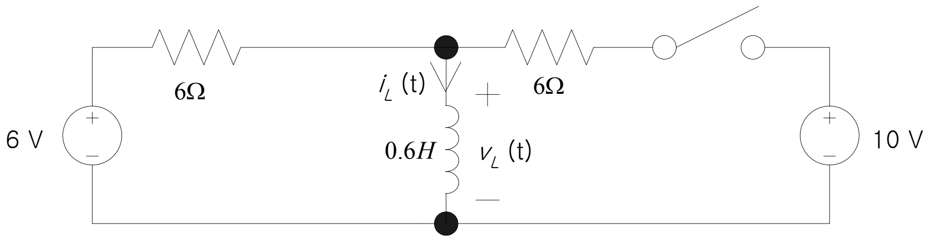


그림 s8.39c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.39d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{15}{15} = 1[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

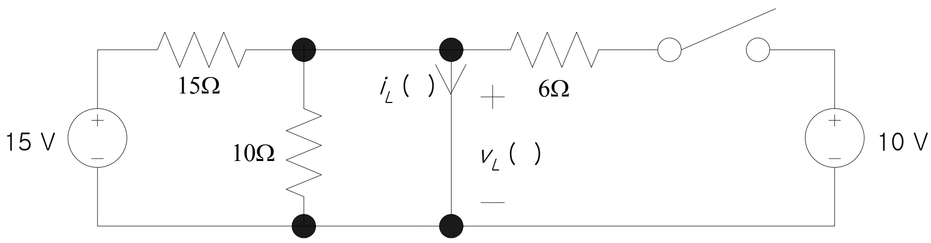


그림 s8.39d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{0.6}{6} = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (2)의 결과로부터

$$i_L(t) \;=\; 1 + \frac{5}{3}\, e^{-10t} \text{ [A]}, \quad t \ge 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -10\, e^{-10\,t}\, V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.39e와 같다.

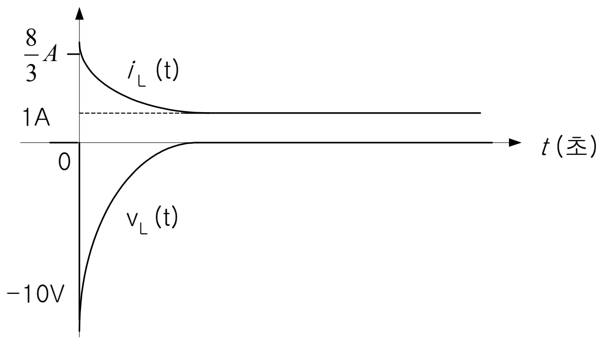


그림 s8.39e

[8.40] 그림 p8.40의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 닫은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

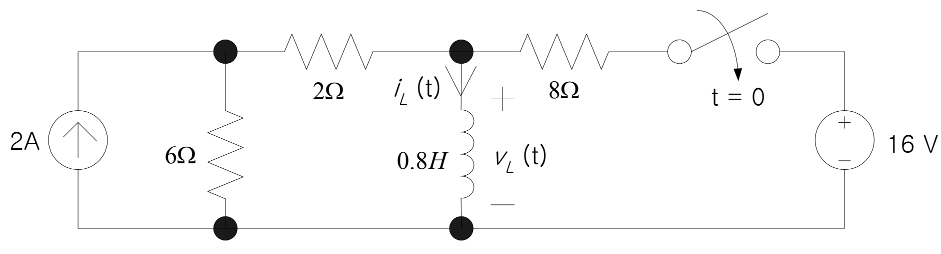


그림 p8.40

[풀이]

[8.40] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p8.40v 회로와 같다.

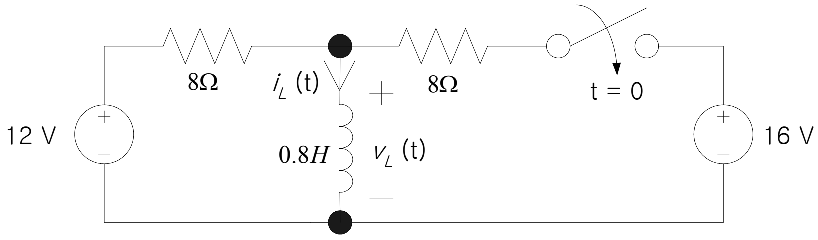


그림 p8.40v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.40a 회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = 2\times\frac{6}{8} = 1.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

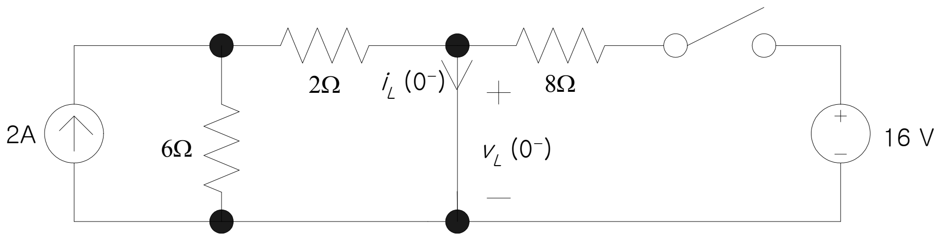


그림 s8.40a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.40b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1.5[\mathrm{A}],$$

$$\begin{aligned} v_L(0^+) &= 2\times\frac{6}{16}\times 8 + 16\times\frac{8}{16} - (8//8)\,i_L(0^+) \\ &= 6+8-6 \\ &= 8[\mathrm{V}] \end{aligned}$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

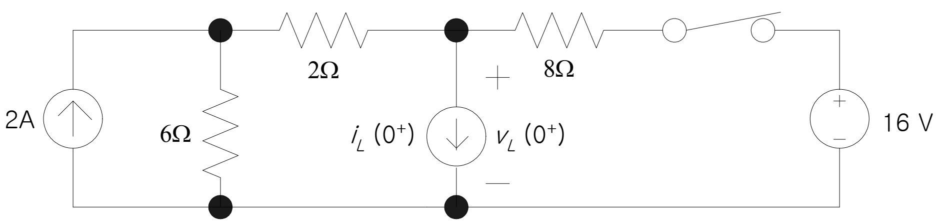


그림 s8.40b

(3) $t>0$에서 테브난의 정리를 이용하면 그림p8.40 회로는 그림 s8.40c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$14 \;=\; 4\,i_L(t) \;+\; 0.8\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 5\,i_L(t) \;=\; \frac{35}{2} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1.5[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 5\,I_L(s) \;=\; \frac{\frac{35}{2}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{1.5}{s+5} \;+\; \frac{\frac{35}{2}}{s(s+5)}$$

$$\;=\; \frac{1.5}{s+5} \;+\; \frac{7}{2}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+5}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 3.5 - 2\,e^{-5t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.8\,\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$= 8\,e^{-5t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

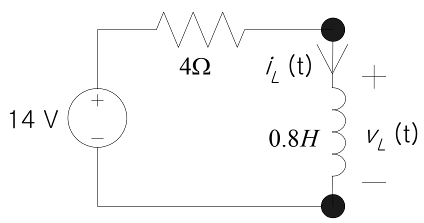


그림 s8.40c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.40d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = 2\times\frac{6}{8} + \frac{16}{8} = 3.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\mathrm{V}]$$

이다. 위의 결과는 (2)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

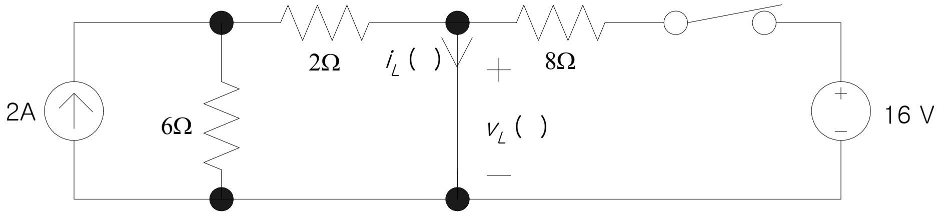


그림 s8.40d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \dfrac{0.8}{4} = 0.2$[초]이므로 $5\tau = 1$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터

$$i_L(t) \ = \ 3.5 - 2e^{-5t} \text{ [A]}, \quad t \ge 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0 \ V, & t = 0^- \\ 8e^{-5t} V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.40e와 같다.

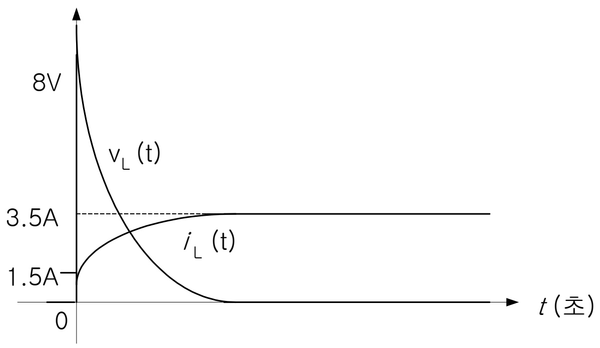


그림 s8.40e

[8.41] 그림 p8.41의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $v_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $i_L(0^+)$와 $v_L(0^+)$를 구하여라.

(3) $t > 0$일 때의 $i_L(t)$와 $v_L(t)$를 구하여라.

(4) $i_L(\infty)$와 $v_L(\infty)$를 구하여라.

(5) 스위치를 열은 후 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는 가?

(6) $t > 0$일 때, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

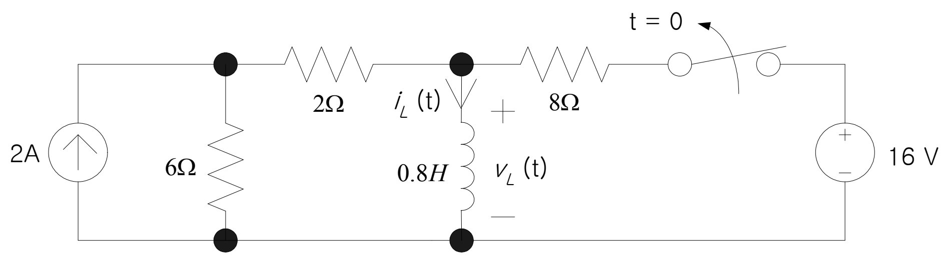


그림 p8.41

[풀이]
[8.41] 주어진 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 그림 p8.40v 회로와 같다.

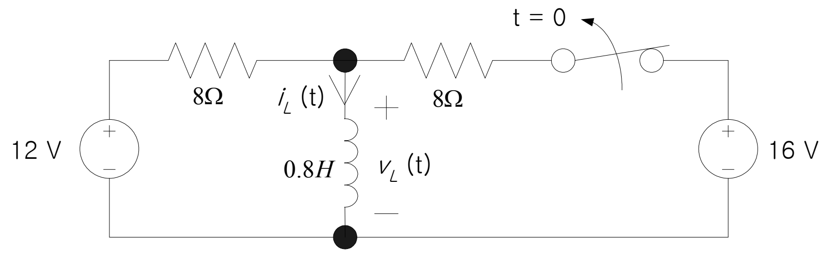


그림 p8.41v

(1) 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓았으므로 $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.41a 회로와 같다. 따라서,

$$i_L(0^-) = \frac{12}{8} + \frac{16}{8} = 3.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^-) = 0[\mathrm{V}]$$

이다.

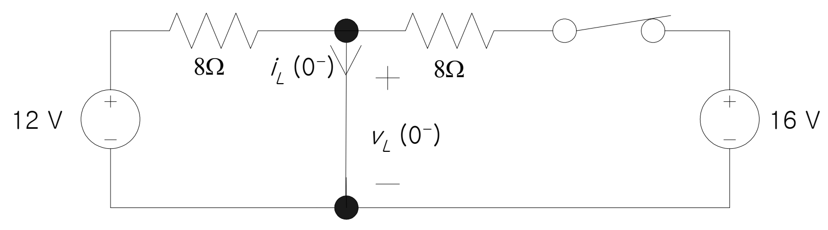


그림 s8.41a

(2) $t=0^+$에서 등가회로는 그림 s8.41b와 같으므로,

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3.5[\mathrm{A}],$$

$$v_L(0^+) = 12 - 8\,i_L(0^+) = -16[\mathrm{V}]$$

이다. 이 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

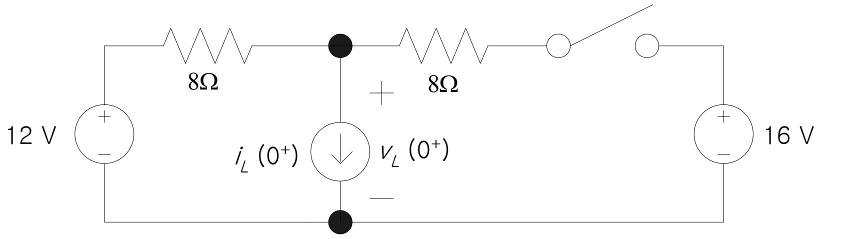


그림 s8.41b

(3) $t > 0$에서 그림 p8.41v 회로는 그림 s8.41c 회로와 같고, KVL을 적용하면

$$12 \;=\; 8\,i_L(t) \;+\; 0.8\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; 10\,i_L(t) \;=\; 15 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3.5[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10\,I_L(s) \;=\; \frac{15}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{3.5}{s+10} \;+\; \frac{15}{s(s+10)}$$
$$\;=\; \frac{3.5}{s+10} \;+\; 1.5\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 1.5 + 2\,e^{-10t}\ [\mathrm{A}], \quad t > 0$$

이고, $v_L(t)$는

$$v_L(t) = 0.8\frac{di_L(t)}{dt}$$
$$= -16\,e^{-10t}\ [\mathrm{V}], \quad t > 0$$

이다.

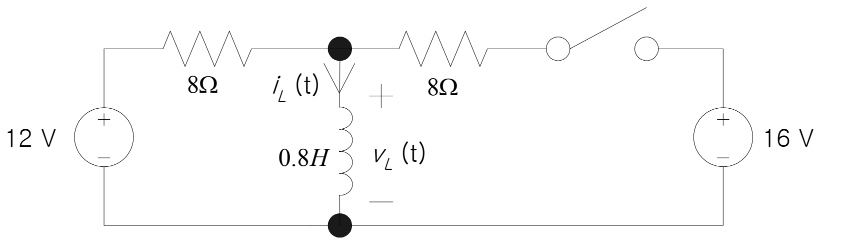


그림 s8.41c

(4) $t = \infty$에서의 등가회로는 그림 s8.41d 회로와 같으므로

$$i_L(\infty) = \frac{12}{8} = 1.5[\text{A}],$$

$$v_L(\infty) = 0[\text{V}]$$

이다. 위의 결과는 (3)에서 구한 결과에 극한을 취한 값과 일치한다.

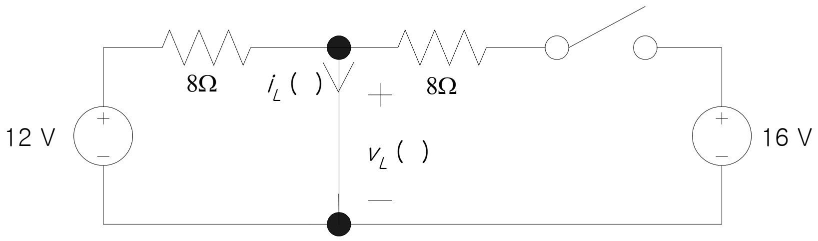


그림 s8.41d $t = \infty$에서의 등가회로

(5) $t > 0$에서, 시정수는 $\tau = \frac{0.8}{8} = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초] 후에 회로는 정상상태에 도달한다.

(6) (1)과 (3)의 결과로부터

$$i_L(t) = 1.5 + 2e^{-10t}\ [\text{A}], \quad t \geq 0$$

$$v_L(t) = \begin{cases} 0\ V, & t = 0^- \\ -16\ e^{-10t}\ V, & t > 0 \end{cases}$$

이고, $i_L(t)$와 $v_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.41e와 같다.

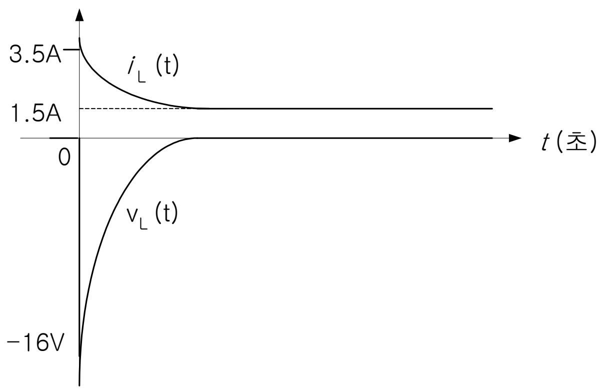


그림 s8.41e

[8.42] 그림 p8.42의 회로는 $t = -0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

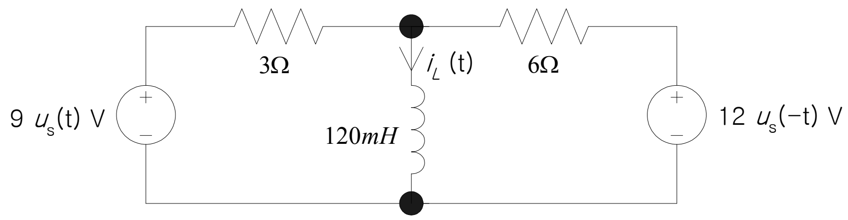


그림 p8.42

[풀이]

[8.42]

(i) $t < 0$에서 회로는 그림 s8.42a 회로와 같고, $t = -0^-$에서 정상상태에 있으므로,

$$i_L(-0^-) = \frac{12}{6} = 2[\mathrm{A}]$$

이다.

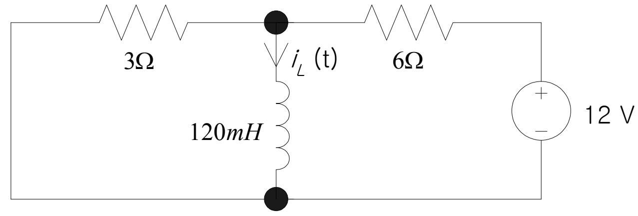


그림 s8.42a

(ii) $t > 0$에서 회로는 그림 s8.42b의 (a)회로와 같고, 테브난의 정리를 이용하면 $3//6 = 2$, $v_{oc} = 9 \times \frac{6}{9} = 6[\mathrm{V}]$이므로 (a)회로는 (b)회로와 같다.

KVL을 적용하면

$$6 = 2i_L(t) + 120 \times 10^{-3}\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{50}{3}i_L(t) = 50 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 커패시터에 걸리는 전압은 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + \frac{50}{3}I_L(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{2}{s+\frac{50}{3}} + \frac{50}{s(s+\frac{50}{3})}$$

$$= \frac{2}{s+\frac{50}{3}} + \left(\frac{3}{s} - \frac{3}{s+\frac{50}{3}}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 3 - e^{-\frac{50}{3}t} \text{ [V]}, \quad t > 0$$

이다.,

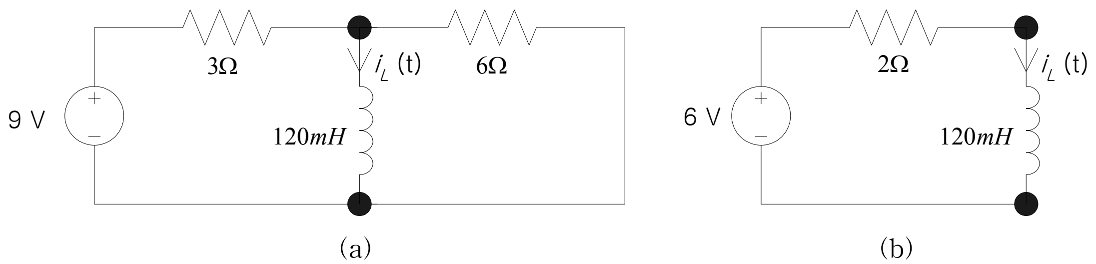


그림 s8.42b

[8.43] 그림 p8.43의 회로에서, 스위치가 충분한 시간 동안 a 위치와 b 위치 어느 곳에도 연결되지 않은 상태로 있었다. $t=0$에서 스위치를 a의 위치에 연결한 다음, $t=0.3$[초]에서 b의 위치로 옮겼을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$와 $i_L(0^+)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

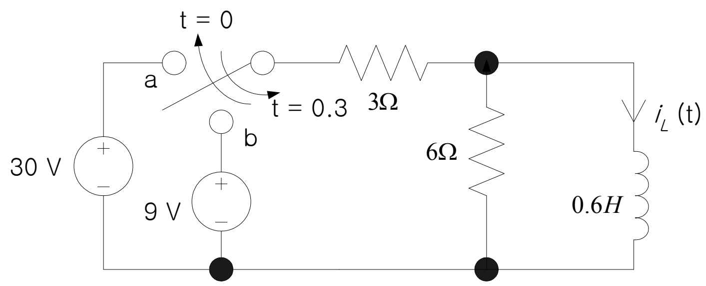


그림 p8.43

[풀이]

[8.43]

(1) $t=0^-$에서 그림 p8.43의 회로는 정상상태에 있으므로 $i_L(0^-)=0$[A]이고,

인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로 $i_L(0^+)=i_L(0^-)=0$[A]이다.

(2) (i) $0<t<0.3$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3//6=2$,

$v_{oc}=30\times\frac{6}{9}=20$[V]이므로 그림 s8.43a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$20 \;=\; 2i_L(t) \;+\; 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; \frac{10}{3}\,i_L(t) \;=\; \frac{100}{3} \qquad \text{------------------} \quad ①$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다. 식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + \frac{10}{3}\,I_L(s) \;=\; \frac{\frac{100}{3}}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{\frac{100}{3}}{s(s+\frac{10}{3})}$$

$$\;=\; \frac{10}{s} - \frac{10}{s+\frac{10}{3}}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 10(1-e^{-\frac{10}{3}t})\ [\mathrm{A}], \quad 0 < t < 0.3$$

이다.

(ii) $0.3 < t$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3//6 = 2$,

$v_{oc} = 9\times\frac{6}{9} = 6[\mathrm{V}]$이므로 그림 s8.43b 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$6 \;=\; 2i_L(t) \;+\; 0.6\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} \;+\; \frac{10}{3}\,i_L(t) \;=\; 10 \qquad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(0.3^+) = i_L(0.3^-) = 10(1-e^{-1})[\mathrm{A}]$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0.3^+) + \frac{10}{3}\,I_L(s) \;=\; \frac{10}{s}$$

이므로

$$I_L(s) \;=\; \frac{10(1-e^{-1})}{s+\frac{10}{3}} \;+\; \frac{10}{s(s+\frac{10}{3})}$$

$$\;=\; \frac{10(1-e^{-1})}{s+\frac{10}{3}} \;+\; \left(\frac{3}{s} - \frac{3}{s+\frac{10}{3}}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 10(1-e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}u_s(t-0.3)$$

$$+\ 3u_s(t-0.3) - 3e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}u_s(t-0.3)\ [\text{A}],\quad t>0.3$$

$$= 3 + (7-10e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)},\ t>0.3$$

이다. 즉,

$$i_L(t) = \begin{cases} 10(1-e^{-\frac{10}{3}t}), & 0<t<0.3 \\ 3 + (7-10e^{-1})e^{-\frac{10}{3}(t-0.3)}, & 0.3\le t \end{cases}$$

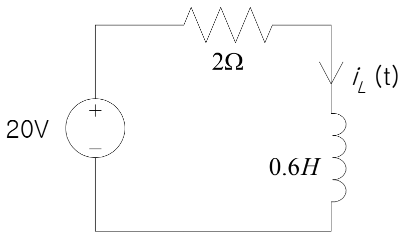


그림 s8.43a

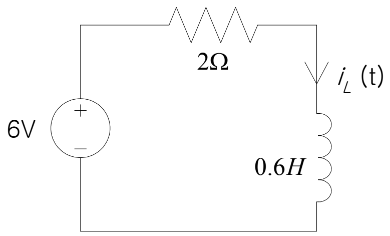


그림 s8.43b

(3) 그림 s8.43b의 회로에서 $i_L(\infty) = \dfrac{6}{2} = 3[\text{A}]$이다.

(4) $t>0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.43c와 같다.

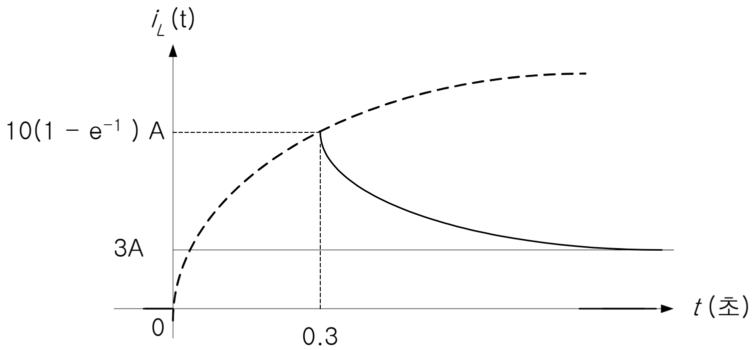


그림 s8.43c

[8.44] 그림 p8.44의 회로에서, $i_L(0^-) = 0[\text{A}]$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $t>0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(2) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(3) $t>0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

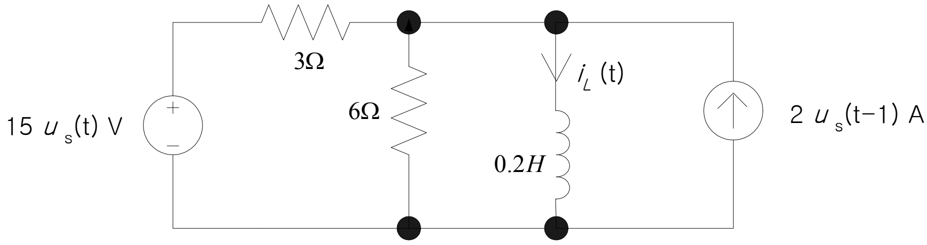


그림 p8.44

[풀이]

[8.44]

(1) (i) $0 < t < 1$에서 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면 $3//6 = 2$,

$v_{oc} = 15 \times \frac{6}{9} = 10$[V]이므로 그림 s8.44a 회로와 같다. KVL을 적용하면

$$10 = 2i_L(t) + 0.2\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10i_L(t) = 50 \quad \text{------------------} \quad ①$$

한편, $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이다.

식①을 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(0^+) + 10I_L(s) = \frac{50}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{50}{s(s+10)}$$

$$= \frac{5}{s} - \frac{5}{s+10}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 5(1 - e^{-10t}) \text{ [V]}, \quad 0 < t < 1$$

이다.

(ii) $1 < t$에서의 회로를 테브난의 등가회로로 바꾸면, 그림 s8.44b 회로와 같다

$$14 = 2i_L(t) + 0.2\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 10i_L(t) = 70 \quad \text{------------------} \quad ②$$

한편, 인덕터에 흐르는 전류는 연속적이므로

$$i_L(1^+) = i_L(1^-) = 5(1 - e^{-10}) = 5\text{[A]}$$

이다. 식②를 라플라스변환하면,

$$sI_L(s) - i_L(1^+) + 10I_L(s) = \frac{70}{s}$$

이므로

$$I_L(s) = \frac{5}{s+10} + \frac{70}{s(s+10)}$$
$$= \frac{5}{s+10} + \left(\frac{7}{s} - \frac{7}{s+10}\right)$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 7 - 2e^{-10(t-1)}\ [\text{A}], \quad t > 1$$

이다. 즉,

$$i_L(t) = \begin{cases} 5(1-e^{-10t}), & 0 < t < 1 \\ 7 - 2e^{-10(t-1)}, & 1 \le t \end{cases}$$

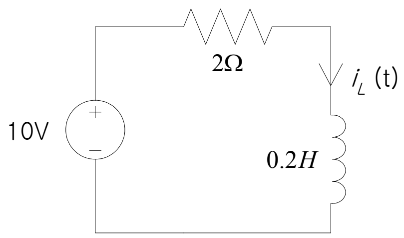


그림 s8.44a

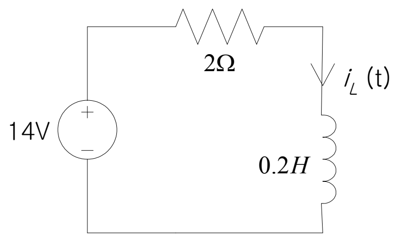


그림 s8.44b

(3) 그림 s8.44b의 회로에서 $i_L(\infty) = 7$[V]이다.

(4) 회로의 시정수가 0.1초 이므로 0.5초이면 정상상태에 도달한다. 따라서, $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.44c와 같다.

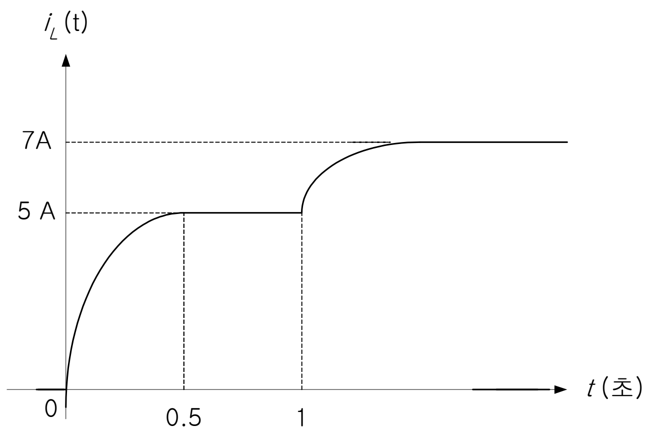


그림 s8.44c

[8.45] 그림 p8.45의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 열어 놓은 다음 $t = 0$에서 닫았을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

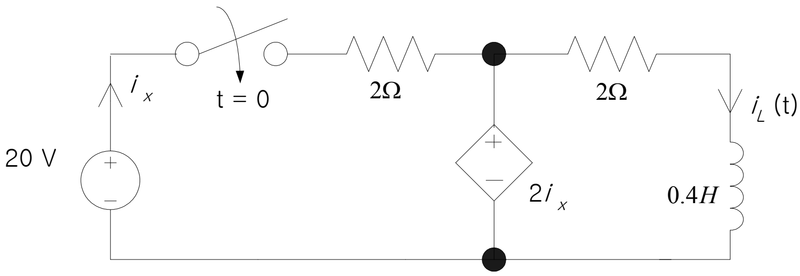


그림 p8.45

[풀이]

[8.45]

(1) $t < 0$에서 등가회로는 그림 s8.45a와 같고, KVL을 적용하면

$$2i_L + 0.4\frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 0$$

따라서, $i_L(t) = i_L(-\infty)e^{-5t}$ 이고, 시간이 충분히 흐른 상태에서는

$$i_L(0^-) = 0[\mathrm{A}]$$

이다.

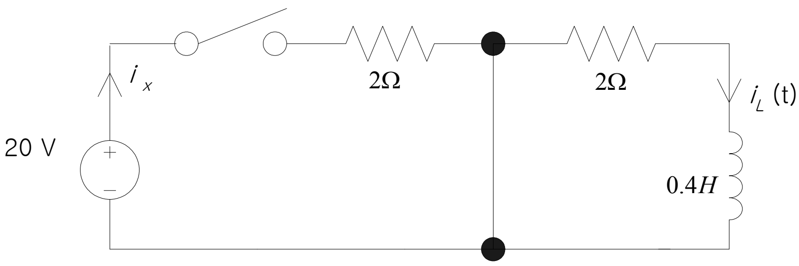


그림 s8.45a $t < 0$에서 등가회로

(2) $0 < t$에서, 첫 번째 루프에 KVL을 적용하면,

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

이므로 $i_x = 5[\mathrm{A}]$이다. 두 번째 루프에 KVL을 적용하면,

$$2i_x = 2i_L(t) + 0.4\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 25$$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이므로

$$I_L(s) = \frac{25}{s(s+5)} = \frac{5}{s} - \frac{5}{s+5}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 5(1 - e^{-5t}) \text{ [A]}, \quad t > 0$$

이다.

(3) $t = \infty$에서 등가회로는 그림 s8.45b 회로와 같고,

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

에서 $i_x = 5$[A] 이다. 또한

$$2i_x = 2i_L(\infty)$$

에서 $i_L(\infty) = i_x = 5$[A] 이다.

이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

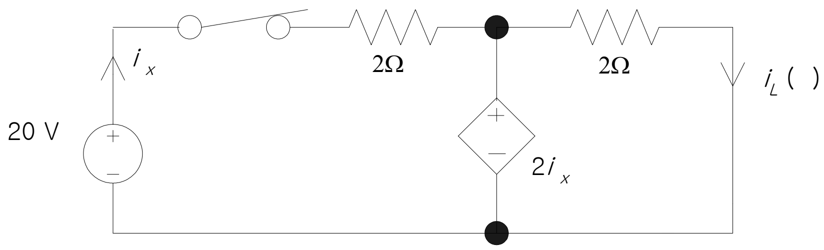


그림 s8.45b

(4) $t > 0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.45c와 같다.

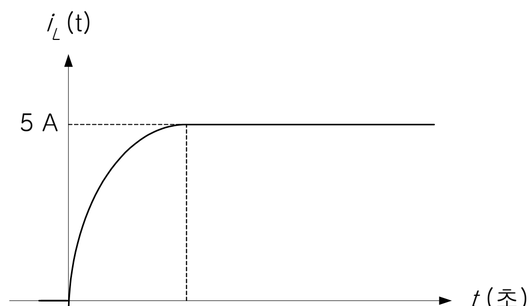


그림 s8.45c

[8.46] 그림 p8.46의 회로에서, 스위치를 충분한 시간 동안 닫아 놓은 다음 $t = 0$에서 열었을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) $t > 0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

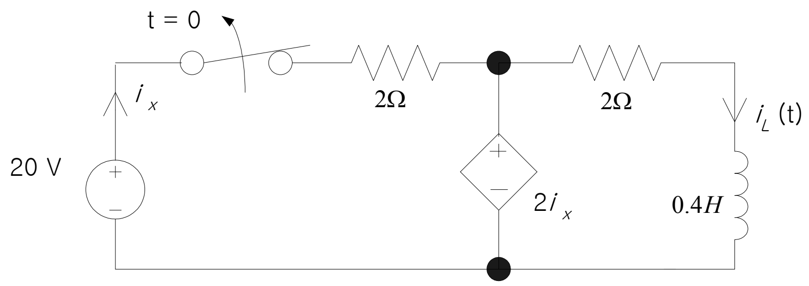


그림 p8.46

[풀이]

[8.46]

(1) $t = 0^-$에서 등가회로는 그림 s8.46a와 같고, KVL을 적용하면

$$20 = 2i_x + 2i_x$$

에서, $i_x = 5$[A]이고, 또한

$$2i_x = 2i_L(0^-)$$

이므로

$$i_L(0^-) = 5[\mathrm{A}]$$

이다.

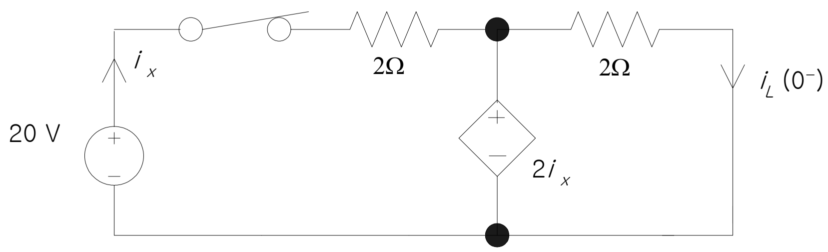


그림 s8.46a $t = 0^-$에서 등가회로

(2) $0 < t$에서, $i_x = 0$[A]이므로, KVL을 적용하면,

$$0 = 2i_L(t) + 0.4\frac{di_L(t)}{dt}$$

이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 5i_L(t) = 0$$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 5$[A]이므로

$$I_L(s) = \frac{5}{s+5}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) \;=\; 5e^{-5t}\ [\mathrm{A}],\quad t>0$$

이다.

(3) $t=\infty$ 에서 등가회로는 그림 s8.46b 회로와 같고, $i_L(\infty)=0[\mathrm{A}]$ 이다.
이 결과는 (2)의 결과에서 극한을 취한 것과 같다.

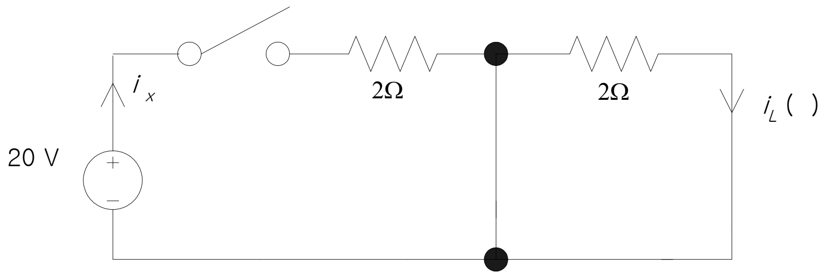


그림 s8.46b

(4) $t>0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.45c와 같다.

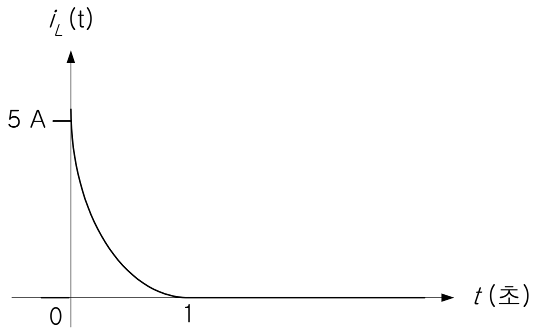


그림 s8.46c

[8.47] 그림 p8.47의 회로가 $t=0^-$에서 정상상태에 있다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $i_L(0^-)$를 구하여라.

(2) $t>0$에서 $i_L(t)$를 구하여라.

(3) $i_L(\infty)$를 구하여라.

(4) 몇 초 지나면 회로는 정상상태에 도달하는가?

(5) $t>0$에서 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그려라.

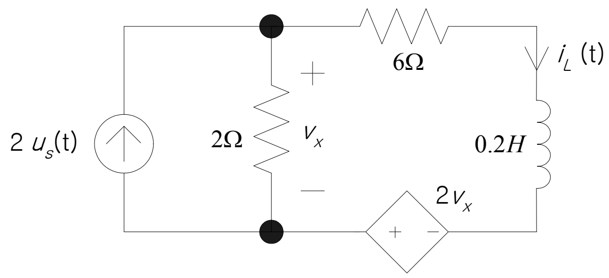


그림 p8.47

[풀이]

[8.47]

(1) $t=0^-$에서 등가회로는 그림 s8.47a와 같고,

$$8\,i_L(0^-) - 2\times(-2\,i_L(0^-)) = 0$$

에서 $i_L(0^-) = 0$[A]이다.

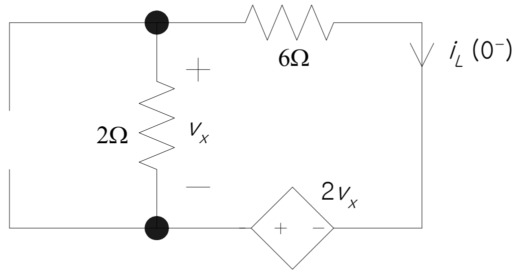


그림 s8.47a $t=0^-$에서 등가회로

(2) $t>0$에서 KVL을 적용하면

$$v_x = 6\,i_L(t) + 0.2\frac{di_L(t)}{dt} - 2\,v_x$$

이고, $v_x = 2(2-i_L)$이므로 다음의 미분방정식을 얻는다.

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 60\,i_L(t) = 60 \qquad \text{------------------} \quad ①$$

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$[A]이므로,

$$I_L(s) = \frac{60}{s(s+60)}$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{1}{s+60}$$

이다. 따라서,

$$i_L(t) = 1 - e^{-60t}\ [\mathrm{A}],\quad t>0$$

이다.

(3) (2)의 결과에 극한을 취하면 $i_L(\infty) = 1$[A]이다.

(4) 시정수는 $\tau = \dfrac{1}{60}$[초]이므로 $5\tau = \dfrac{1}{12}$[초] 지나면 회로는 정상상태에 도달한다.

(5) $t>0$에서의 $i_L(t)$의 파형을 개략적으로 그리면 그림 s8.47b와 같다.

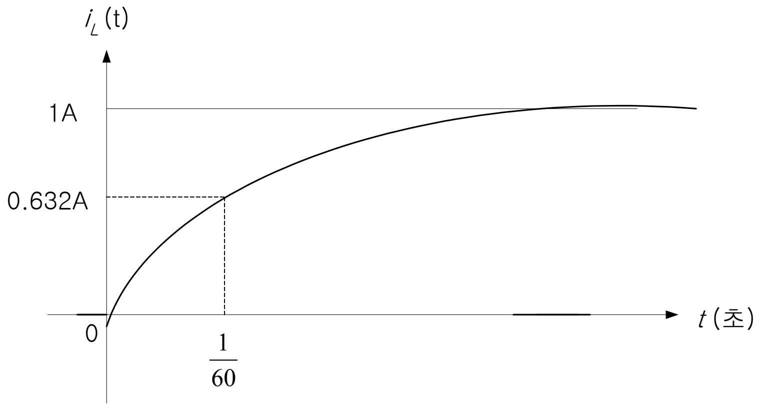


그림 s8.47b

<< 8.4 CR회로의 응답 >>

[8.48] 그림 p8.48의 회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.48a와 같을 때, 다음 물음에 답하여라. 단, $v_c(0^-)=0$[V]라고 가정한다

(1) $v_o(t)$를 구하여라.

(2) $v_o(t)$의 파형을 그려라.

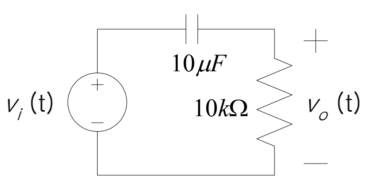


그림 p8.48

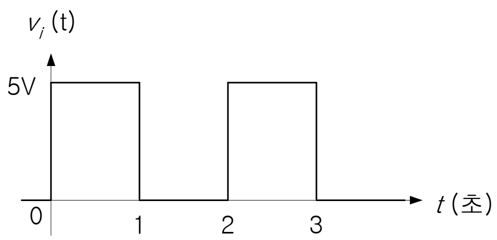


그림 p8.48a

[풀이]

[8.48]

(1) $v_c(0^-)=0$[V]일 때, $v_o(t)$는

$$v_o(t) = V_S e^{-\frac{t}{RC}} u_s(t) - V_S e^{-\frac{t-1}{RC}} u_s(t-1)$$
$$+ V_S e^{-\frac{t-2}{RC}} u_s(t-2) - V_S e^{-\frac{t-3}{RC}} u_s(t-3)$$

이므로,

$$v_o(t) = 5e^{-10t} u_s(t) - 5e^{-10(t-1)} u_s(t-1)$$
$$+ 5e^{-10(t-2)} u_s(t-2) - 5e^{-10(t-3)} u_s(t-3)$$

이다.

(2) 시정수가 $\tau = 0.1$[초]이므로 $5\tau = 0.5$[초]지나면 회로는 정상상태에 도달한다. 따라서, $v_o(t)$의 파형은 그림 s8.48과 같다.

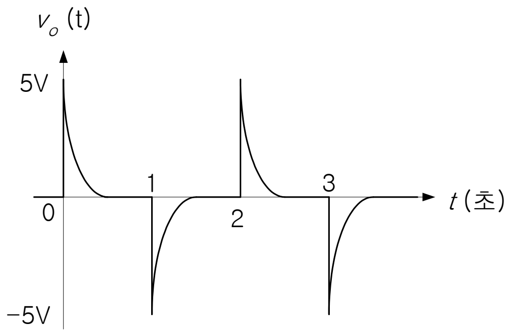


그림 s8.48 $v_o(t)$의 파형

<< 8.5 연산증폭기를 포함하는 1차회로의 응답 >>

[8.49] 그림 p8.49의 RC적분회로에서, $v_i(t)$가 그림 p8.49a와 같을 때, 출력전압 $v_o(t)$의 파형을 그려라. 단, 적분기의 포화는 고려하지 않는다.

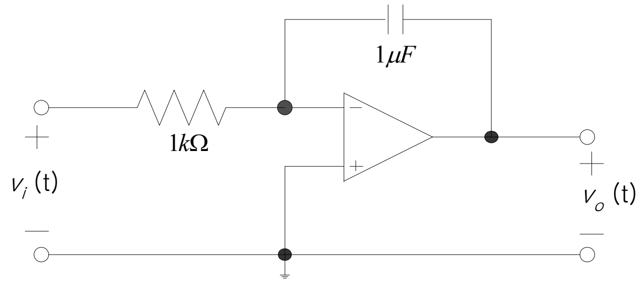


그림 p8.49

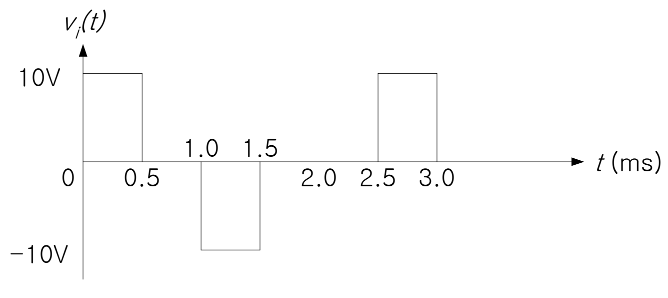


그림 p8.49a

[풀이]

[8.49] 커패시터의 초기전압이 0V이면 출력전압 $v_o(t)$는

$$v_o(t) \;=\; -\frac{1}{1\times 10^{-3}}\int_{0^+}^{t} v_i(\tau)\,d\tau \;+\; v_o(0^+)$$

$v_i(t) = 10$[V]인 구간에서 $v_o(t)$의 기울기는 $-\dfrac{10}{RC} = -10$이고, $v_i(t) = -10$[V]인 구

간에서 $v_o(t)$의 기울기는 $\dfrac{10}{RC} = 10$이며, $v_i(t) = 0[\mathrm{V}]$인 구간에서는 그 전압이 그대로 유지되므로 $v_o(t)$의 파형은 그림 s8.49와 같다.

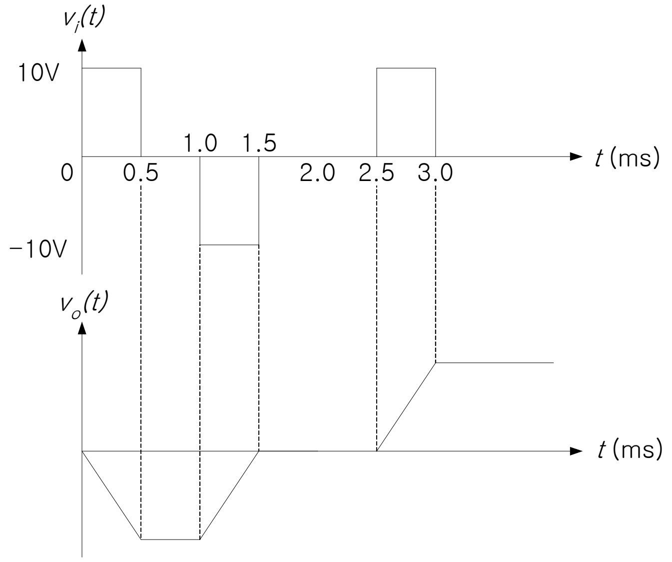


그림 s8.49

[8.50] 그림 p8.50의 회로에서, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라. 단, $v_o(0^-) = 0\mathrm{V}$이고 적분기의 포화는 고려하지 않는다.

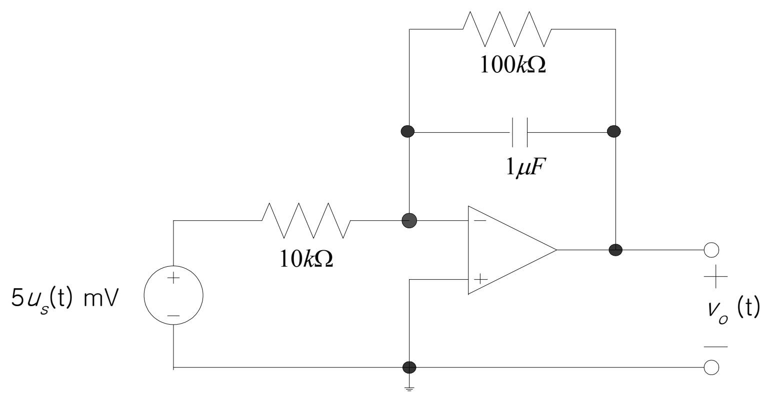


그림 p8.50

[풀이]

[8.50] OP 앰프의 반전단자에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{5\times10^{-3}-0}{10k} = 1\times10^{-6}\frac{d(0-v_o)}{dt} + \frac{0-v_o(t)}{100k}$$

이고 위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_o(t)}{dt} + 10\,v_o(t) \;=\; -0.5$$

이다. $v_o(0) = 0$[V]이므로

$$V_o(s) \;=\; -\frac{0.5}{s(s+10)}$$

$$= -0.05\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+10}\right)$$

이다. 따라서, $v_o(t)$는

$$v_o(t) \;=\; -0.05(1 - e^{-10t})\,u_s(t)\ \text{[V]}$$

$$= -50(1 - e^{-10t})\,u_s(t)\ \text{[mV]}$$

이다.

[8.51] 그림 p8.51의 회로에서, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라. 단, $v_c(0) = 10\text{V}$이다.

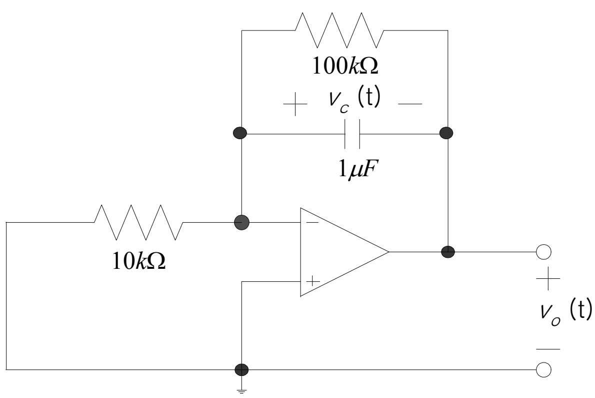


그림 p8.51

[풀이]
[8.51] OP 앰프의 반전단자에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{0-0}{10k} \;=\; 1\times10^{-6}\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{v_c(t)}{100k}$$

이고 위의 식을 정리하면,

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + 10\,v_c(t) \;=\; 0$$

이다. $v_c(0) = 10$[V]이므로

$$V_c(s) \;=\; \frac{10}{s+10}$$

이다. 따라서, $v_c(t)$는

$$v_c(t) \;=\; 10\,e^{-10t}u_s(t)\ \text{[V]}$$

이다. 한편 $v_o(t) = -\,v_c(t)$이므로

$$v_o(t) \;=\; -10\,e^{-10t}u_s(t)\;[\mathrm{V}]$$

이다.

[8.52] 그림 p8.52의 회로에서, $v_1(t) = 5[\mathrm{mV}]$, $v_2(t) = 20\sin 4t\,[\mathrm{mV}]$일 때, $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단전압의 초기값은 0V라고 가정한다

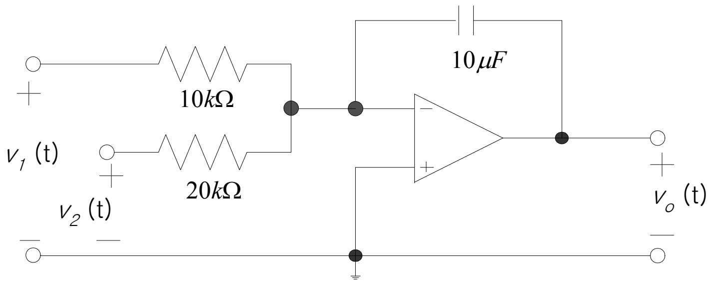


그림 p.52

[풀이]

[8.52] OP 앰프의 반전단자가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면,

$$\frac{v-1}{10k} + \frac{v_2}{20k} \;=\; 10\times10^{-6}\frac{d(-v_o(t))}{dt}$$

이므로

$$v_o(t) \;=\; -10\int_0^t v_1(\tau)d\tau \;-\; 5\int_0^t v_2(\tau)d\tau$$

$$= -10\times5\times10^{-3}t \;-\; 5\times20\times10^{-3}\frac{\sin 4t}{4}\,\Big|_0^t$$

$$= -50\,t \;-\; 25\sin 4t\;[\mathrm{mV}]$$

이다.

[8.53] 그림 p8.53의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = 20\{u_s(t) - u_s(t-2)\}[\mathrm{mV}]$일 때, $t > 0$에서 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

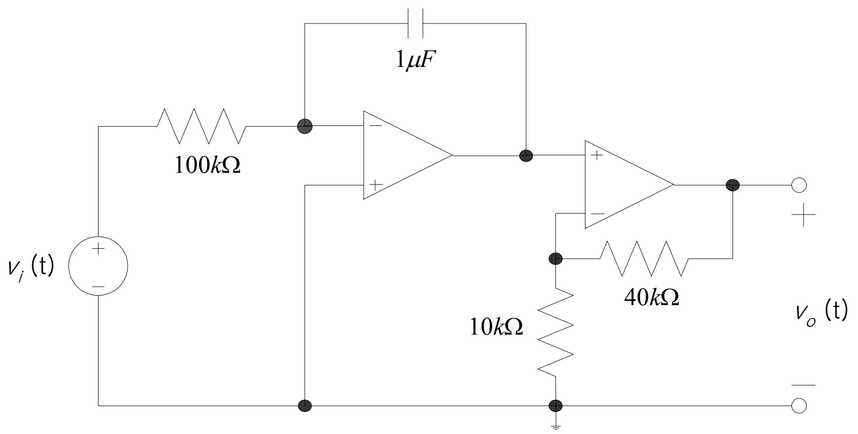


그림 p8.53

[풀이]

[8.53]

(1) 첫 번째 OP 앰프의 출력전압을 v_a라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - 0}{100k} = 1\times10^{-6}\frac{d(0 - v_a)}{dt}$$

즉,

$$\frac{dv_a}{dt} = -10\, v_i(t) \quad \text{--------------------------------} \quad ①$$

이다. 두 번째 OP 앰프에서

$$v_a = \frac{1}{5}\, v_o(t) \quad \text{----------------------------------} \quad ②$$

이다. 식②를 식①에 대입하면

$$\frac{dv_o(t)}{dt} = -50\, v_i(t)$$

즉, $v_o(t) = -50\int_0^t v_i(\tau)\,d\tau + v_o(0)$이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = 20\{u_s(t) - u_s(t-2)\}$[mV]이면,

$$v_o(t) = \begin{cases} -1000\,t, & 0 < t < 2 \\ -2000, & 2 \le t \end{cases} [\text{mV}]$$

이다.

[8.54] 그림 p8.54의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = \delta(t)$[V]일 때, 임펄스응답 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

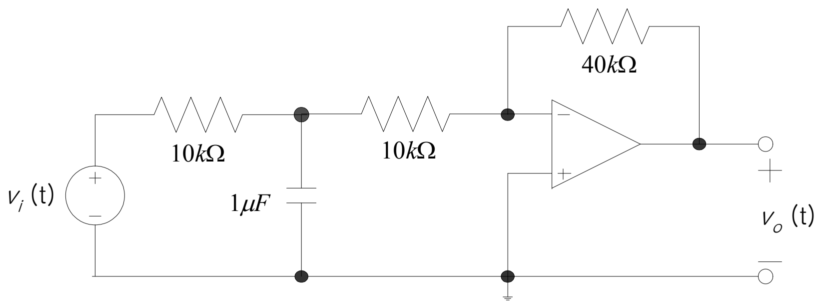


그림 p8.54

[풀이]

[8.54]

(1) 접지에 대한 커패시터의 전압을 v_c라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - v_c}{10k} = 1\times10^{-6}\frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{10k}$$

즉,

$$\frac{dv_c}{dt} + 200\,v_c(t) = 100\,v_i(t) \quad \text{------------------------- ①}$$

이다. OP 앰프에서

$$\frac{v_c - 0}{10k} = \frac{0 - v_o}{40k}$$

즉,

$$v_o = -4\,v_c(t) \quad \text{-------------------------------------- ②}$$

이다. 식②를 식①에 대입하면

$$\frac{dv_o}{dt} + 200\,v_o(t) = -400\,v_i(t)$$

이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = \delta(t)$ [V]이면,

$$V_o(s) = -\frac{400}{s+200}$$

이므로

$$v_o(t) = -400\,e^{-200\,t}\ [\mathrm{V}],\quad t > 0$$

이다.

[8.55] 그림 p8.55의 회로에서, 다음 물음에 답하여라.

(1) $v_i(t)$와 $v_o(t)$사이의 관계식을 구하여라.

(2) $v_i(t) = \delta(t)$[V]일 때, 임펄스응답 $v_o(t)$를 구하여라. 단, 커패시터 양단의 초기전압은 0V이다.

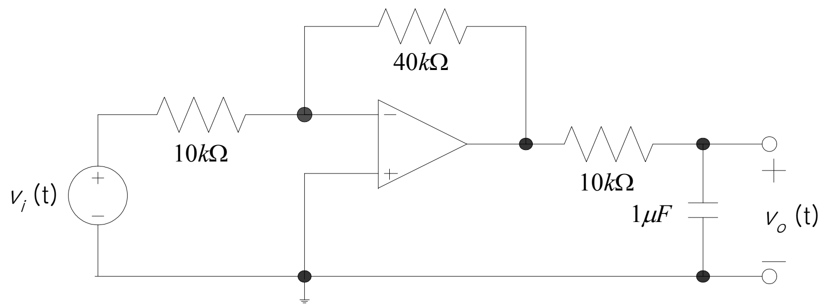


그림 p8.55

[풀이]

[8.55]

(1) OP 앰프의 출력전압을 v_a라 하고, KCL을 적용하면

$$\frac{v_i - 0}{10k} = \frac{0 - v_a}{40k}$$

즉,

$$v_a = -4\,v_i(t) \quad \text{-----------------------} \quad ①$$

이다. RC회로에서

$$\frac{v_a - v_o}{10k} = 1 \times 10^{-6} \frac{dv_o}{dt}$$

즉,

$$\frac{dv_o}{dt} + 100\,v_o(t) = 100\,v_a(t) \quad \text{-------------} \quad ②$$

이다.

식①을 식②에 대입하면

$$\frac{dv_o}{dt} + 100\,v_o(t) = -400\,v_i(t)$$

이다.

(2) 커패시터 양단의 초기전압이 0V이고 $v_i(t) = \delta(t)$ [V]이면,

$$V_o(s) = -\frac{400}{s+100}$$

이므로

$$v_o(t) = -400\,e^{-100\,t}\ [\text{V}],\quad t > 0$$

이다.

[8.56] 그림 p8.56의 회로에서, $v_c(0) \neq 0$[V]일 때, 출력전압 $v_o(t)$를 구하여라.

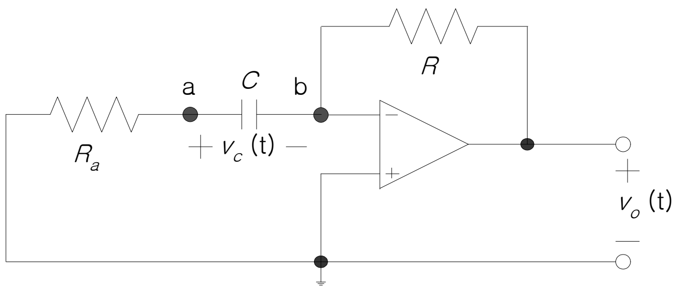


그림 p8.56

[풀이]

[8.56] 마디 a의 전압을 v_a라 하고, 마디 a에서 KCL을 적용하면

$$\frac{-v_a}{R_a} = C\frac{dv_c(t)}{dt} \qquad \text{①}$$

이다. OP 앰프에서 $v_- = v_+$이므로 $v_a = v_c(t)$ 이다. 따라서, 식①은

$$\frac{dv_c(t)}{dt} + \frac{1}{R_aC}v_c(t) = 0 \qquad \text{②}$$

이다. 식②의 해는

$$v_c(t) = v_c(0)\,e^{-\frac{t}{R_aC}}$$

이다.

마디 b에서 KCL을 적용하면

$$C\frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{0 - v_o(t)}{R}$$

이므로, 출력전압 $v_o(t)$는

$$v_o(t) = -RC\frac{dv_c(t)}{dt} = v_c(0)\frac{R}{R_a}e^{-\frac{t}{R_aC}}, \quad t > 0$$

이다.

[8.57] 그림 p8.57의 회로에서, $v_o(t)$를 $v_1(t)$와 $v_2(t)$의 함수로 나타내어라.

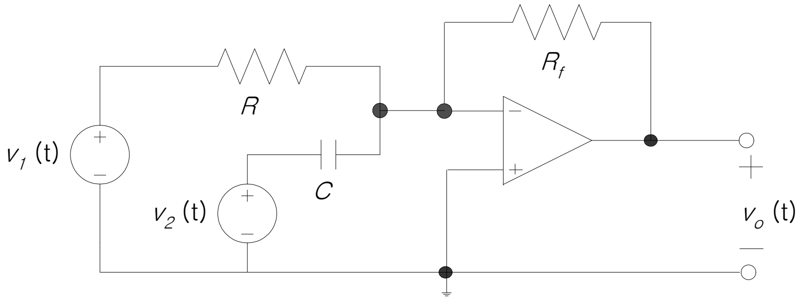


그림 p8.57

[풀이]

[8.57] KCL에 의하여 $\dfrac{v_1(t)}{R} + C\dfrac{dv_2(t)}{dt} = -\dfrac{v_o(t)}{R_f}$ 이므로,

$$v_o(t) = -\frac{R_f}{R}v_1(t) - R_f C\frac{dv_2(t)}{dt}$$

이다.

<< 8.6 RC회로와 RL회로의 응용 예 >>

[8.58] 그림 p8.58의 (a)신호에 있는 폭이 0.001초인 펄스가 제거된 (b)신호를 만들려고 한다. (a)신호를 RC회로에 통과시키면 (b)신호를 얻을 수 있다. 이 때 RC회로의 시정수 $\tau = RC$를 얼마로 하면 좋은 가?

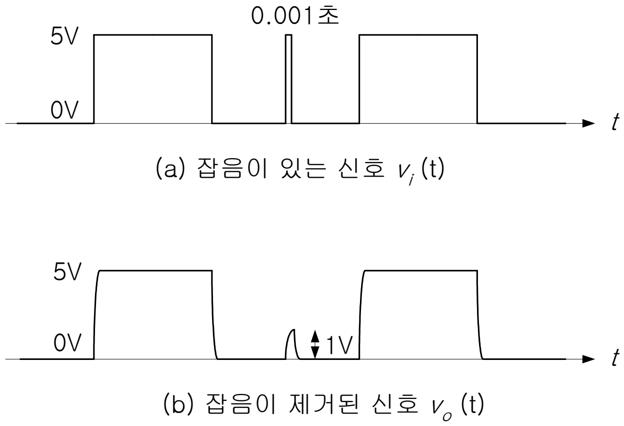


그림 p8.58

[풀이]

[8.58] RC회로에서 커패시터에 걸리는 전압은 $v_c(t) = V_S(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$이므로

$$1 = 5(1 - e^{-\frac{0.001}{\tau}})$$

이다. 따라서,

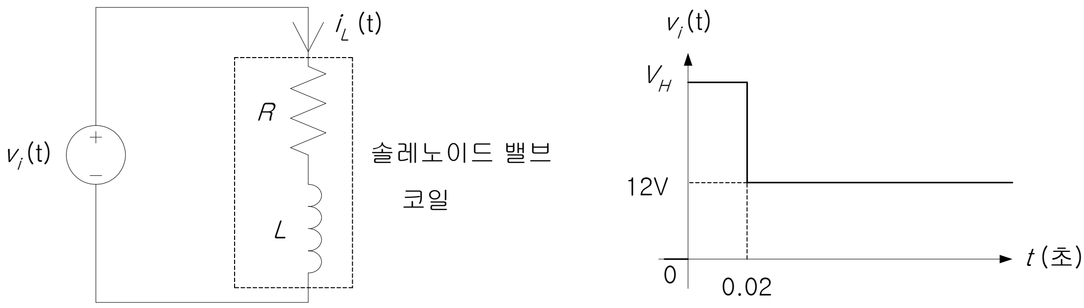
$$\tau = -\frac{0.001}{\ln 0.8} = 4.48[\text{ms}]$$

이므로 시정수는 4.48[ms]보다 커야 한다.

[8.59] 코일의 정격이 12V, 2A이고 $L = 300[\text{mH}]$인 솔레노이드 밸브를 그림 p8.59의 (a)와 같이 구동하려고 한다. $v_i(t)$는 2전원으로 (b)와 같다. 턴온시간이 0.02초가 되도록 할 경우, 다음 물음에 답하여라.

(1) V_H의 값을 구하여라.

(2) $t > 0$에서 $i_L(t)$를 구하고 파형을 그려라.



(a) (b)

그림 p8.59

[풀이]

[8.59]

(1) 이 코일의 저항은 $R = 6[\Omega]$이므로 시정수는 $\tau = 0.05$[초]이다. 코일에 V_H를 인가했을 때, $t = 0.02$[초]에서 코일에 흐르는 전류가 2A이어야 하므로

$$2 = \frac{V_H}{6}\left(1 - e^{-\frac{0.02}{0.05}}\right)$$

이다. 즉,

$$V_H = \frac{12}{1 - e^{-0.4}} = \frac{12}{1 - 0.67} = 37.5[\mathrm{V}]$$

이다.

(2) (i) $0 < t < 0.02$에서

$$i_L(t) = \frac{V_S}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{37.5}{6}\left(1 - e^{-\frac{t}{0.05}}\right) = 6.25\left(1 - e^{-\frac{t}{0.05}}\right)$$

이다.

(ii) $0.02 \le t$에서

$$12 = 6\,i_L(t) + 0.3\frac{di_L(t)}{dt}$$

즉, $\dfrac{di_L(t)}{dt} + 20\,i_L(t) = 40$이고

$i_L(0.02^+) = i_L(0.02^-) = 6.25(1 - e^{-0.4}) = 2[\mathrm{A}]$ 이다.

따라서,

$$I_L(s) = \frac{2}{s+20} + \frac{40}{s(s+20)}$$

$$= \frac{2}{s+20} + \left(\frac{2}{s} - \frac{2}{s+20}\right)$$

$$= \frac{2}{s}$$

이므로 $i_L(t) = 2[\mathrm{A}]$, $t > 0.02$[초]이다.

$i_L(t)$의 파형은 그림 s8.59와 같다.

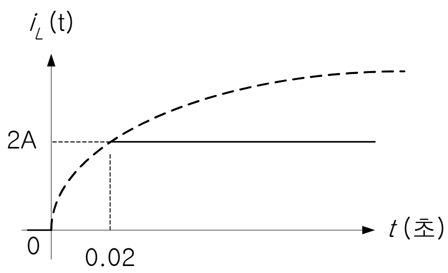


그림 s8.59 $i_L(t)$의 파형