

[연습문제]

3.2 마다해석법

3.3 루프해석법

<< 독립에너지원만 있는 회로의 해석 >>

[3.1] 그림 p3.1의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

(1) 마다해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_S 의 함수로 나타내어라.

(2) 루프해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_S 의 함수로 나타내어라.

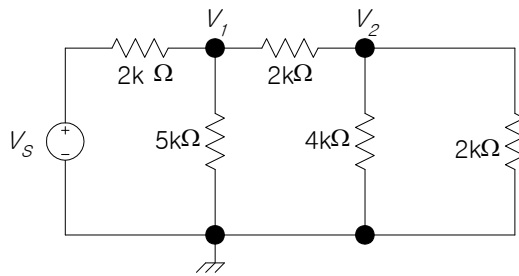


그림 p3.1

[풀이] (1) V_1 표시된 마다에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_S}{2k} + \frac{V_1}{5k} + \frac{V_1 - V_2}{2k} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$12 V_1 - 5 V_2 = 5 V_S \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마다에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_2 - V_1}{2k} + \frac{V_2}{4k} + \frac{V_2}{2k} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$V_2 = \frac{2}{5} V_1 \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$V_1 = \frac{1}{2} V_S,$$

$$V_2 = \frac{1}{5} V_S$$

이다.

(2) 그림 s3.1에서와 같이 루프전류를 정의하자.

I_1 표시된 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_S = 2kI_1 + 5k(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$7kI_1 - 5kI_2 = V_S \quad \text{----- ①}$$

I_2 표시된 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$5k(I_1 - I_2) = 2kI_2 + 4k(I_2 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$5kI_1 - 11kI_2 + 4kI_3 = 0 \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

I_3 표시된 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$4k(I_2 - I_3) = 2kI_3$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$I_2 = \frac{3}{2} I_3 \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식①과 식②에서 I_1 을 소거하면 다음의 식④를 얻는다.

$$52kI_2 - 28kI_3 = 5 V_S \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

식③과 식④를 풀면,

$$I_3 = \frac{1}{10} V_S \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \text{⑤}$$

$$I_2 = \frac{3}{20} V_S \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \text{⑥}$$

이다. 식⑤와 식⑥을 식①에 대입하면,

$$I_1 = \frac{1}{4} V_S \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \text{⑦}$$

이다. 옴의 법칙에 의하여 V_1 과 V_2 는 다음과 같다.

$$V_1 = 5k(I_1 - I_2)$$

$$= \frac{1}{2} V_S$$

$$V_2 = 4k(I_2 - I_3)$$

$$= \frac{1}{5} V_S$$

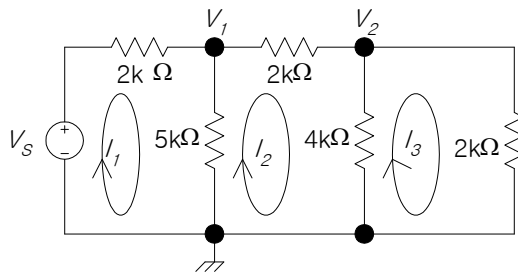


그림 s3.1

[3.2] 그림 p3.2의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 항으로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 항으로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

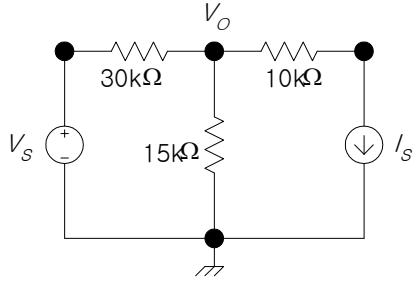


그림 p3.2

[풀이] (1) V_o 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_o - V_s}{30k} + \frac{V_o}{15k} + I_s = 0$$

위의 식을 정리하면 V_o 는 다음과 같다.

$$V_o = \frac{1}{3} V_s - 10^4 I_s$$

(2) 그림 s3.2에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$V_s = 30kI + 15k(I + I_s)$$

위의 식을 정리하면 I 는 다음과 같고,

$$I = \frac{1}{45 \times 10^3} V_s - \frac{1}{3} I_s$$

V_o 는 옴의 법칙에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o &= 15k(I + I_s) \\ &= \frac{1}{3} V_s - 10^4 I_s \end{aligned}$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

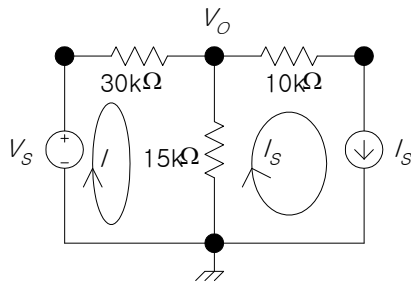


그림 s3.2

(3) 그림 p3.2의 회로의 경우에는 마디변수와 루프변수의 수가 같으므로 계산과정은 비슷하다.

[3.3] 그림 p3.3의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

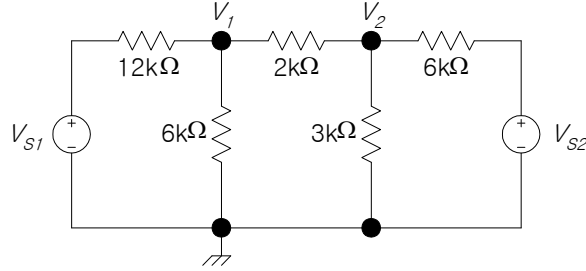


그림 p3.3

[풀이] (1) V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_{S1}}{12k} + \frac{V_1}{6k} + \frac{V_1 - V_2}{2k} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$9V_1 - 6V_2 = V_{S1} \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_2 - V_1}{2k} + \frac{V_2}{3k} + \frac{V_2 - V_{S2}}{6k} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$-3V_1 + 6V_2 = V_{S2} \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$V_1 = \frac{V_{S1}}{6} + \frac{V_{S2}}{6},$$

$$V_2 = \frac{V_{S1}}{12} + \frac{V_{S2}}{4}$$

이다.

(2) 그림 s3.3에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 12kI_1 + 6k(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$18kI_1 - 6kI_2 = V_{S1} \quad \text{----- ①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$6k(I_1 - I_2) = 2kI_2 + 3k(I_2 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$6kI_1 - 11kI_2 + 3kI_3 = V_{S1} \quad \text{----- ②}$$

세 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$3k(I_2 - I_3) = 6kI_3 + V_{S2}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$3kI_2 - 9kI_3 = V_{S2} \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

②×3 + ③ 하면 다음의 식④를 얻는다.

$$18kI_1 - 30kI_2 = V_{S2} \quad \text{-----} \quad \textcircled{4}$$

식①과 식④를 풀면,

$$I_1 = \frac{5}{72} V_{S1} - \frac{1}{72} V_{S2} \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

$$I_2 = \frac{1}{24} V_{S1} - \frac{1}{24} V_{S2} \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \textcircled{6}$$

이다. 식⑥을 식③에 대입하면,

$$I_3 = \frac{1}{72} V_{S1} - \frac{1}{8} V_{S2} \text{ [mA]} \quad \text{-----} \quad \textcircled{7}$$

이다. V_1 과 V_2 는 옴의 법칙에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_1 &= 6(I_1 - I_2) \\ &= \frac{1}{6} V_{S1} + \frac{1}{6} V_{S2} \\ V_2 &= 3(I_2 - I_3) \\ &= \frac{1}{12} V_{S1} + \frac{1}{4} V_{S2} \end{aligned}$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

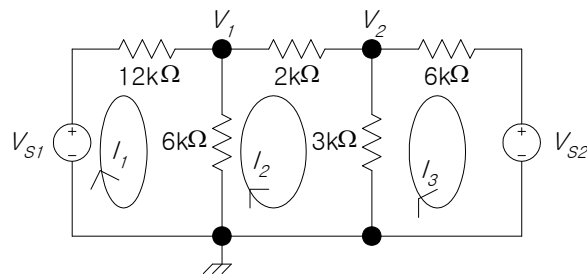


그림 s3.3

(3) 그림 p3.3의 회로의 경우에는 마디변수의 수가 루프변수의 수보다 적으므로 마디해석법으로 푸는 것이 간단하다.

[3.4] 그림 p3.4의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_1 과 V_2 를 구하여라.
- (2) 루프해석법으로 V_1 과 V_2 를 구하여라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

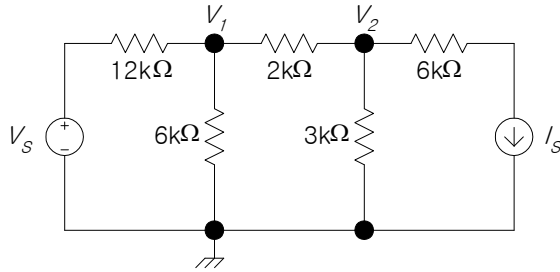


그림 p3.4

[풀이] (1) V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_S}{12k} + \frac{V_1}{6k} + \frac{V_1 - V_2}{2k} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$9V_1 - 6V_2 = V_S \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_2 - V_1}{2k} + \frac{V_2}{3k} + I_S = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$-3V_1 + 5V_2 = -6I_S \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$V_1 = \frac{5}{27} V_S - \frac{4}{3} I_S,$$

$$V_2 = \frac{1}{9} V_S - 2I_S$$

이다.

(2) 그림 s3.4에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_S = 12kI_1 + 6k(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$18kI_1 - 6kI_2 = V_S \quad \text{----- ①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$6k(I_1 - I_2) = 2kI_2 + 3k(I_2 - I_S)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$6kI_1 - 11kI_2 = -3I_S \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②를 풀면,

$$I_1 = \frac{11}{162} V_S + \frac{1}{9} I_S \text{ [mA]}$$

$$I_2 = \frac{1}{27} V_S + \frac{1}{3} I_S \text{ [mA]}$$

이다. V_1 과 V_2 는 오옴의 법칙에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 V_1 &= 6(I_1 - I_2) \\
 &= \frac{5}{27} V_s - \frac{4}{3} I_s \\
 V_2 &= 3(I_2 - I_s) \\
 &= \frac{1}{9} V_s - 2I_s
 \end{aligned}$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

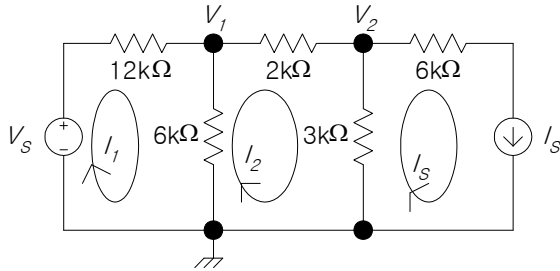


그림 s3.4

(3) 그림 p3.4의 회로의 경우에는 마디변수의 수와 루프변수의 수가 같으므로 계산과정이 비슷한다.

[3.5] 그림 p3.5의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_o 를 I_{s1} 과 I_{s2} 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_o 를 I_{s1} 과 I_{s2} 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

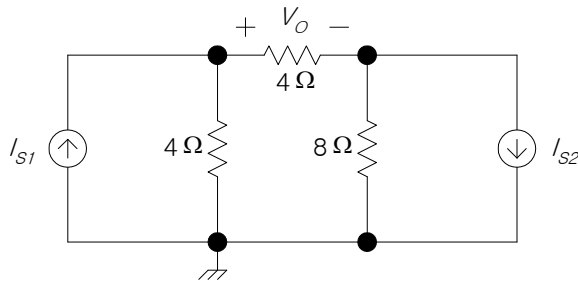


그림 p3.5

[풀이] (1) 그림 s3.5-1의 회로에서, V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$I_{s1} = \frac{V_1}{4} + \frac{V_1 - V_2}{4}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$2V_1 - V_2 = 4I_{s1} \text{ ----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{8} + I_{S2} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$-2 V_1 + 3 V_2 = -8 I_{S2} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

식①과 식②에서,

$$V_1 = 3 I_{S1} - 2 I_{S2} ,$$

$$V_2 = 2 I_{S1} - 4 I_{S2}$$

이다. V_O 는

$$\begin{aligned} V_O &= V_1 - V_2 \\ &= I_{S1} + 2 I_{S2} \end{aligned}$$

이다.

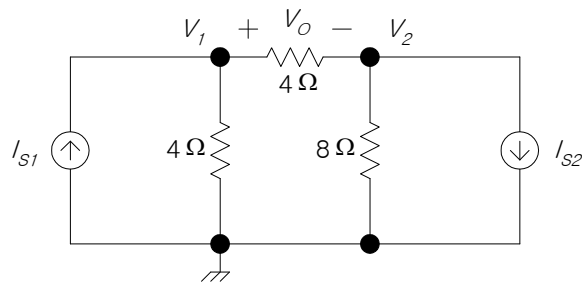


그림 s3.5-1

(2) 그림 s3.5-2에서와 같이 루프전류를 정의하자.

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$4(I_{S1} - I) = 4I + 8(I - I_{S2})$$

위의 식에서 I 는

$$I = \frac{1}{4} I_{S1} + \frac{1}{2} I_{S2}$$

이다. 오옴의 법칙에 의하여 V_O 는

$$\begin{aligned} V_O &= 4I \\ &= I_{S1} + 2I_{S2} \end{aligned}$$

이다. 마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

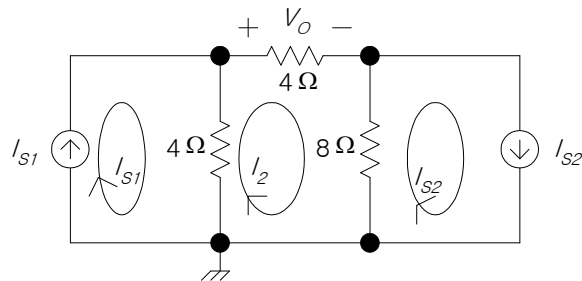


그림 s3.5-2

(3) 그림p3.5의 회로의 경우에는 루프변수의 수가 적으므로 루프해석법으로 푸는 것이 마디

해석법으로 푸는 것보다 간단하다.

[3.6] 그림 p3.6의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_{S1} , V_{S2} , I_S 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_{S1} , V_{S2} , I_S 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

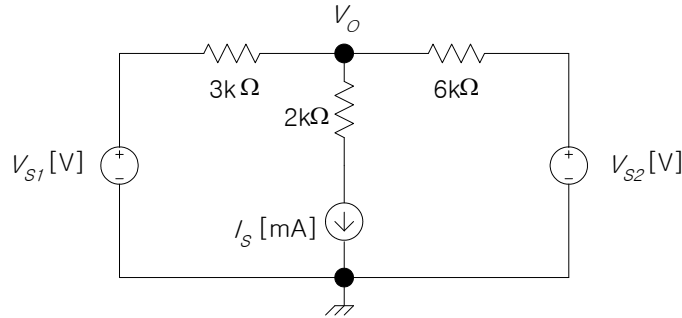


그림 p3.6

[풀이] (1) V_O 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_O - V_{S1}}{3} + I_S + \frac{V_O - V_{S2}}{6} = 0$$

위의 식에서 V_O 는

$$V_O = \frac{2}{3} V_{S1} + \frac{1}{3} V_{S2} - 2I_S \text{ [V]}$$

이다.

(2) 그림 s3.6에서와 같이 루프전류를 정의하면,

$$V_O = 6kI_2 + V_{S2}$$

이고, 루프전류 사이의 관계는

$$I_1 - I_2 = I_S \text{ ----- ①}$$

이가.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 3kI_1 + \{6kI_2 + V_{S2}\}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$3I_1 + 6I_2 = \frac{1}{1000} V_{S1} - \frac{1}{1000} V_{S2} \text{ ----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{9000} V_{S1} - \frac{1}{9000} V_{S2} + \frac{2}{3} I_S \\ &= \frac{1}{9} V_{S1} - \frac{1}{9} V_{S2} + \frac{2}{3} I_S [\text{mA}] \end{aligned}$$

$$I_2 = \frac{1}{9} V_{S1} - \frac{1}{9} V_{S2} - \frac{1}{3} I_S$$

이다. 따라서, V_O 는 다음과 같다.

$$V_O = \frac{2}{3} V_{S1} + \frac{1}{3} V_{S2} - 2I_S$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

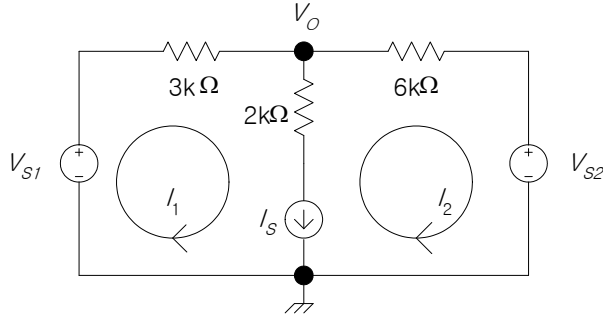


그림 s3.6

(3) 그림p3.6의 회로의 경우에는 마디변수의 수가 루프변수의 수보다 적으므로 마디해석법이 간단하다.

[3.7] 그림 p3.7의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

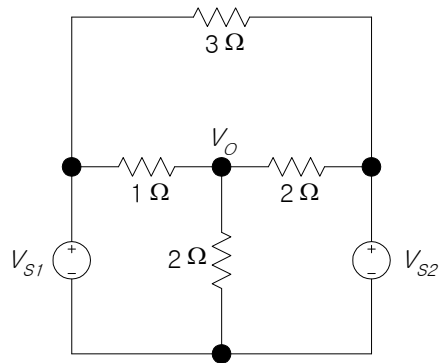


그림 p3.7

[풀이] (1) V_O 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_O - V_{S1}}{1} + \frac{V_O}{2} + \frac{V_O - V_{S2}}{2} = 0$$

위의 식에서 V_O 는

$$V_O = \frac{1}{2} V_{S1} + \frac{1}{4} V_{S2}$$

이다.

(2) 그림 s3.7에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$3I_1 + 2(I_1 - I_3) + 1(I_1 - I_2) = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$6I_1 - I_2 - 2I_3 = 0 \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 1(I_2 - I_1) + 2(I_2 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$-I_1 + 3I_2 - 2I_3 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

세 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$2(I_2 - I_3) = 2(I_3 - I_1) + V_{S2}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$2I_1 + 2I_2 - 4I_3 = V_{S2} \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식①과 식②에서 I_1 을 소거하면 다음의 식④를 얻고,

$$17I_2 - 14I_3 = 6V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

식②와 식③에서 I_1 을 소거하면 다음의 식⑤를 얻는다.

$$8I_2 - 8I_3 = 2V_{S1} + V_{S2} \quad \text{-----} \quad \text{⑤}$$

식④와 식⑤를 풀면,

$$I_2 = \frac{5}{6} V_{S1} - \frac{7}{12} V_{S2} ,$$

$$I_3 = \frac{7}{12} V_{S1} - \frac{17}{24} V_{S2}$$

이다. V_1 따라서, V_O 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_O &= 2(I_2 - I_3) \\ &= \frac{1}{2} V_{S1} + \frac{1}{4} V_{S2} \end{aligned}$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

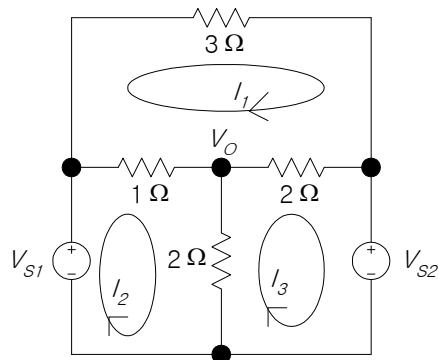


그림 s3.7

(3) 그림 p3.7의 회로의 경우에는 마디변수의 수가 루프변수의 수보다 적으므로 마디해석법이 간단하다.

[3.8] 그림 p3.8의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 마디전압 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 와 I_{S1} 의 함수로 나타내어라.
- (2) I_{S1} 과 I_{S2} 를 V_{S1} 와 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

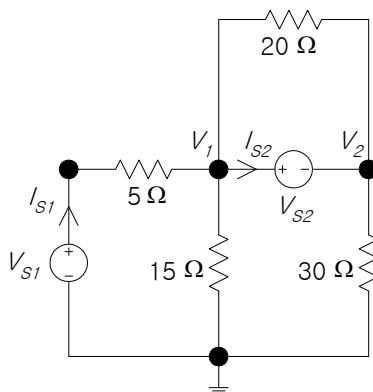


그림 p3.8

[풀이] V_{S1} 과 5Ω 저항이 연결된 마디의 전압은 V_{S1} 으로 주어지는 값이다.

(1) 마디전압 V_1 과 V_2 사이의 관계는 다음의 식①과 같다.

$$V_1 = V_{S2} + V_2 \quad \text{----- ①}$$

V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식②를 얻고,

$$\frac{V_1 - V_{S1}}{5} + \frac{V_1}{15} + I_{S2} + \frac{V_1 - V_2}{20} = 0 \quad \text{----- ②}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식③을 얻는다.

$$I_{S2} = \frac{V_2}{30} + \frac{V_2 - V_1}{20} \quad \text{----- ③}$$

식③을 식②에 대입한 후 정리하면 다음의 식④와 같다.

$$8V_1 + V_2 = V_{S1} \quad \text{----- ④}$$

식①과 식④에서

$$V_1 = \frac{2}{3} V_{S1} + \frac{1}{9} V_{S2},$$

$$V_2 = \frac{2}{3} V_{S1} - \frac{8}{9} V_{S2}$$

이다.

(2) 오옴의 법칙에 의하여 I_{S1} 은

$$I_{S1} = \frac{V_{S1} - V_1}{5}$$

$$= \frac{1}{15} V_{S1} - \frac{1}{45} V_{S2}$$

이고, 식③에 (1)에서 구한 V_1 과 V_2 를 대입하면

$$I_{S2} = \frac{1}{45} V_{S1} - \frac{43}{540} V_{S2}$$

이다.

[3.9] 그림 p3.8의 회로와 동일한 그림 p3.9의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

(1) 루프전류 I_1 , I_2 , I_3 를 V_{S1} 와 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

(2) (1)의 결과를 이용하여 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 와 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

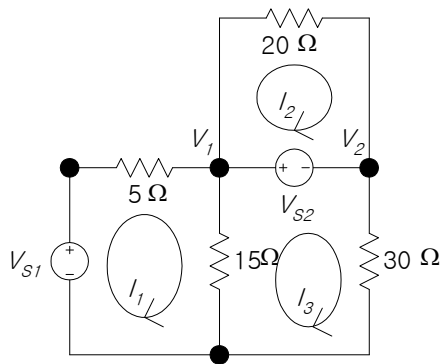


그림 p3.9

[풀이] (1) 전원 V_{S1} 이 포함된 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 5I_1 + 15(I_1 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$20I_1 - 15I_3 = V_{S1} \quad \text{----- ①}$$

20Ω 저항을 포함하는 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식②를 얻고,

$$20I_2 - V_{S2} = 0 \quad \text{----- ②}$$

30Ω 저항을 포함하는 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} + 30I_3 + 15(I_3 - I_1) = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$-15I_1 + 45I_3 = -V_{S2} \quad \text{----- ③}$$

식①과 식③에서

$$I_1 = \frac{1}{15} V_{S1} - \frac{1}{45} V_{S2} ,$$

$$I_3 = \frac{1}{45} V_{S1} - \frac{4}{135} V_{S2}$$

이고, 식②에서

$$I_2 = \frac{1}{20} V_{S2}$$

이다.

(2) 옴의 법칙에 의하여 V_1 과 V_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_1 &= 15(I_1 - I_2) \\ &= \frac{2}{3} V_{S1} + \frac{1}{9} V_{S2} \\ V_2 &= 30I_3 \\ &= \frac{2}{3} V_{S1} - \frac{8}{9} V_{S2} \end{aligned}$$

[3.10] 그림 p3.10의 회로에 대하여, 마디전압 V_1 , V_2 와 입력전압 V_S , I_S 사이의 관계를 벡터와 행렬로 나타내어라.

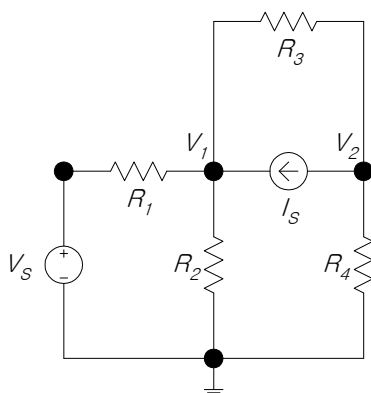


그림 p3.10

[풀이] 그림p3.10의 회로에서, 저항 R_1 과 R_2 가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_S}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = I_S$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) V_1 - \frac{1}{R_3} V_2 = \frac{1}{R_1} V_S + I_S \quad \text{----- ①}$$

전류원 I_S 와 저항 R_4 가 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{V_2}{R_4} + I_S$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$\frac{1}{R_3} V_1 - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) V_2 = I_S \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②를 벡터와 행렬로 나타내면 식③과 같고,

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \quad \text{--- ③}$$

식③으로부터 입력신호와 마디전압 사이의 관계는 다음의 식④로 표현됨을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \quad \text{--- ④}$$

[3.11] 그림 p3.11의 회로에 대하여 다음 물음에 답하여라.

- (1) 루프전류 I_1 , I_2 , I_3 를 입력신호 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.
- (2) (1)의 결과를 이용하여 V_O 를 입력신호 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.

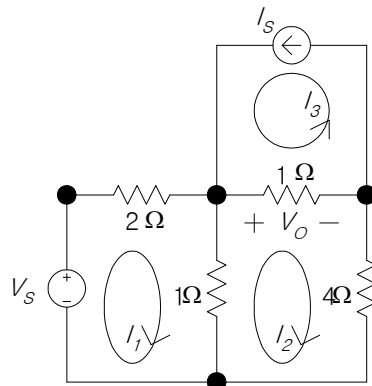


그림 p3.11

[풀이] (1) 전원 V_S 를 포함하는 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_S = 2I_1 + 1(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$3I_1 - I_2 = V_S \quad \text{----- ①}$$

4Ω 저항을 포함하는 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$1(I_1 - I_2) = 1(I_S + I_2) + 4I_2$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$I_1 - 6I_2 = I_S \quad \text{----- ②}$$

전류원 I_S 를 포함하는 루프에서

$$I_3 = I_S \quad \text{----- ③}$$

이다.

식①, 식②, 식③에서

$$I_1 = \frac{6}{17} V_S - \frac{1}{17} I_S ,$$

$$I_2 = \frac{1}{17} V_S - \frac{3}{17} I_S ,$$

$$I_3 = I_S$$

이다.

(2) 오옴의 법칙에 의하여 V_O 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_O &= 1 \times (I_S + I_2) \\ &= \frac{1}{17} V_S + \frac{14}{17} I_S \end{aligned}$$

[3.12] 그림 p3.12의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_{S1} , V_{S2} , I_S 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_{S1} , V_{S2} , I_S 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

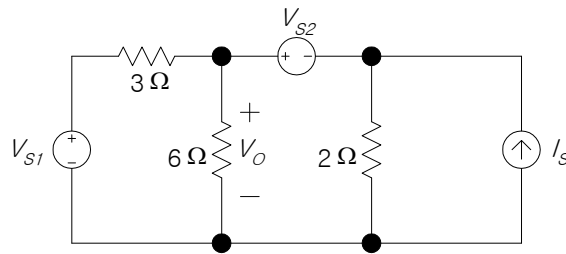


그림 p3.12

[풀이] (1) 전압원 V_{S2} 와 2Ω 저항이 연결된 마디의 전압은 $V_O - V_{S2}$ 이다.

3Ω 저항과 6Ω 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{V_O - V_{S1}}{3} + \frac{V_O}{6} + \left(\frac{V_O - V_{S2}}{2} - I_S \right) = 0$$

위의 식에서 V_O 는

$$V_O = \frac{1}{3} V_{S1} + \frac{1}{2} V_{S2} + I_S$$

이다.

(2) 그림 s3.12에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 3I_1 + 6(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$9I_1 - 6I_2 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$6(I_1 - I_2) = V_{S2} + 2(I_2 + I_S)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$6I_1 - 8I_2 = V_{s2} + 2I_s \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②에서

$$I_1 = \frac{2}{9} V_{s1} - \frac{1}{6} V_{s2} - \frac{1}{3} I_s,$$

$$I_2 = \frac{1}{6} V_{s1} - \frac{1}{4} V_{s2} - \frac{1}{2} I_s$$

이다. 따라서, V_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o &= 6(I_1 - I_2) \\ &= \frac{1}{3} V_{s1} + \frac{1}{2} V_{s2} + I_s \end{aligned}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

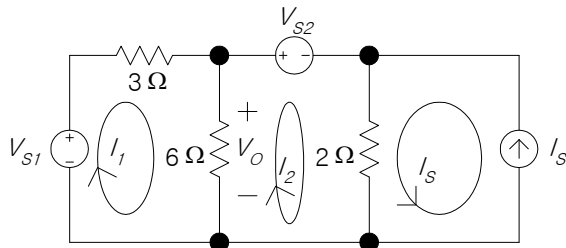


그림 s3.12

(3) 그림p3.12의 회로의 경우에는 마디변수의 수가 루프변수의 수보다 적으므로 마디해석법이 간단하다.

<< 브릿지 회로의 해석 >>

[3.13] 문제 [3.40]의 회로와 동일한 그림 p3.13의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_o 를 구하여라.
- (2) 루프해석법으로 V_o 를 구하여라.

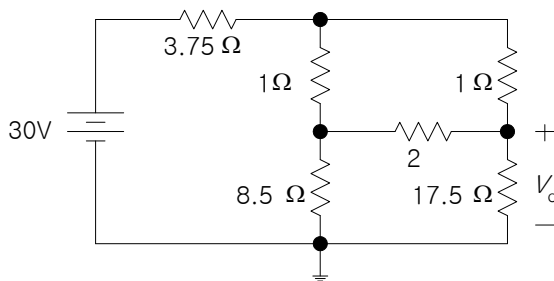


그림 p3.13

[풀이]

[3.13]

(1) 각 마디의 전압을 그림 s3.13-1과 같이 정의하자.

V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{30 - V_1}{3.75} = \frac{V_1 - V_2}{1} + \frac{V_1 - V_3}{1}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$V_1 - \frac{7.5}{17} V_2 - \frac{7.5}{17} V_3 = \frac{60}{17} \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_2}{1} = \frac{V_2}{8.5} + \frac{V_2 - V_3}{2}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$V_1 - \frac{27.5}{17} V_2 + \frac{1}{2} V_3 = 0 \quad \text{----- ②}$$

V_3 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_3}{1} + \frac{V_2 - V_3}{2} = \frac{V_3}{17.5}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$V_1 + \frac{1}{2} V_2 - \frac{54.5}{35} V_3 = 0 \quad \text{----- ③}$$

① - ② 에서

$$5 V_2 - 4 V_3 = 15 \quad \text{----- ④}$$

② - ③에서

$$V_2 = \frac{34}{35} V_3 \quad \text{----- ⑤}$$

⑤식을 ④식에 대입하여 정리하면 $V_3 = 17.5[\text{V}]$ 를 얻는다.

따라서, $V_o = V_3 = 17.5[\text{V}]$ 이다.

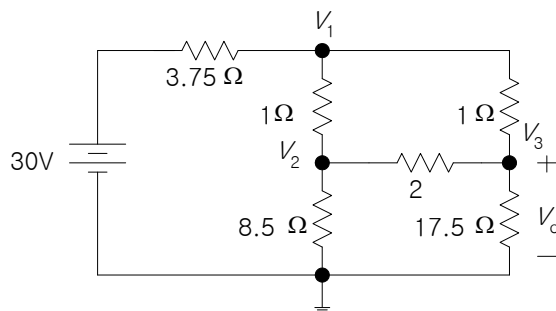


그림 s3.13-1

(2) 각 루프의 전류를 그림 s3.13-2와 같이 정의하자.

I_1 표시된 루프에서 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$30 = 3.75 I_1 + 1 \times (I_1 - I_2) + 8.5 (I_1 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$13.25 I_1 - I_2 - 8.5 I_3 = 30 \quad \text{----- ①}$$

I_2 표시된 루프에서 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$1(I_1 - I_2) = I_2 + 2(I_2 - I_3)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$I_1 - 4I_2 + 2I_3 = 0 \quad \text{-----} \quad ②$$

I_3 표시된 루프에서 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$8.5(I_1 - I_3) = 2(I_3 - I_2) + 17.5I_3$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$8.5I_1 + 2I_2 - 28I_3 = 0 \quad \text{-----} \quad ③$$

①×4 - ② 에서

$$13I_1 - 9I_3 = 30 \quad \text{-----} \quad ④$$

② + ③×2 에서

$$I_1 = 3I_3 \quad \text{-----} \quad ⑤$$

⑤식을 ④식에 대입하여 정리하면 $I_3 = 1[\text{A}]$ 를 얻는다.

따라서, $V_o = 17.5I_3 = 17.5[\text{V}]$ 이다.

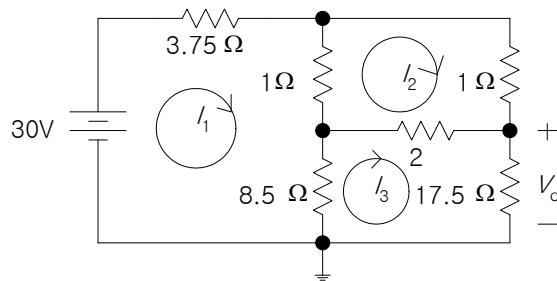


그림 s3.13-2

<< 종속전압원이 포함된 회로의 해석 >>

[3.14] 그림 p3.14의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 I_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 I_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

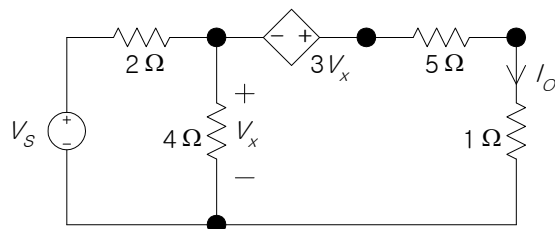


그림 p3.14

[풀이] (1) 2Ω 저항과 4Ω 저항이 연결된 마디의 전압은 V_x 이고, 5Ω 저항과 1Ω 저항이

연결된 마디의 전압을 V_o 라고 하자.

2Ω 저항과 4Ω 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{V_x - V_s}{2} + \frac{V_x}{4} + \left(\frac{V_o}{1}\right) = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$3V_x + 4V_o = 2V_s \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

한편 $V_x = -3V_x + 5V_o + V_o$ 이므로

$$V_x = \frac{3}{2} V_o \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

이다.

식②를 식①에 대입하면

$$V_o = \frac{4}{17} V_s$$

이고, $I_o = \frac{V_o}{1}$ 이므로 $I_o = \frac{4}{17} V_s$ 이다.

(2) 그림 s3.14에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_s = 2I_1 + 4(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$6I_1 - 4I_2 = V_s \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$4(I_1 - I_2) = -3V_x + 6I_2 \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

V_x 는 다음과 같다.

$$V_x = 4(I_1 - I_2) \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식③을 식②에 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$I_1 = \frac{11}{8} I_2 \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

식①과 식④에서

$$I_1 = \frac{11}{34} V_s,$$

$$I_2 = \frac{4}{17} V_s$$

이다. 따라서, $I_o = I_2 = \frac{4}{17} V_s$ 이다.

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

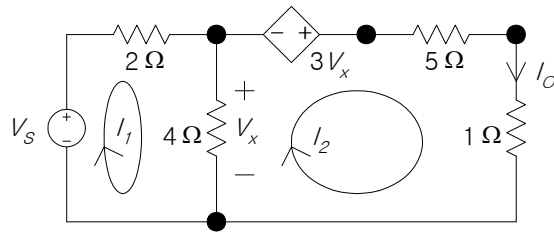


그림 s3.14

(3) 그림p3.14의 회로의 경우에는 마디변수의 수나 루프변수의 수는 동일하므로 계산과정은 비슷하다.

[3.15] 그림 p3.15의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 I_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 I_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.
- (3) 계산과정은 마디해석법과 루프해석법 중 어느 편이 간단한 가?

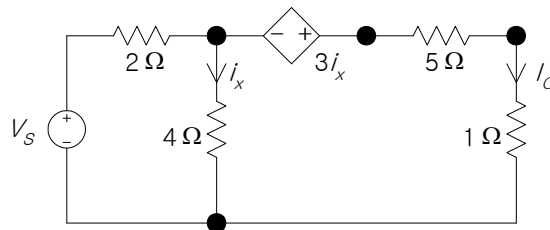


그림 p3.15

[풀이] (1) 2Ω 저항과 4Ω 저항이 연결된 마디의 전압은 V_1 이라 하고, 5Ω 저항과 1Ω 저항이 연결된 마디의 전압을 V_2 라고 하자.

2Ω 저항과 4Ω 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{V_1 - V_s}{2} + \frac{V_1}{4} + \left(\frac{V_2}{1} \right) = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$3V_1 + 4V_2 = 2V_s \quad \text{----- ①}$$

$$\text{한편 } V_1 = 4i_x$$

$$= -3i_x + 6V_2$$

이므로

$$i_x = \frac{6}{7} V_2 \quad \text{----- ②}$$

$$V_1 = \frac{24}{7} V_2 \quad \text{----- ③}$$

이다. 식③과 식①에서,

$$V_1 = \frac{24}{7} V_S ,$$

$$V_2 = \frac{7}{50} V_S$$

이고, $I_O = \frac{V_2}{1}$ 이므로 $I_O = \frac{7}{50} V_S$ 이다.

(2) 그림 s3.15에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_S = 2I_1 + 4(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$6I_1 - 4I_2 = V_S \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$4(I_1 - I_2) = -3i_x + 6I_2 \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

i_x 는 다음과 같다.

$$i_x = I_1 - I_2 \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식③을 식②에 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$I_1 = \frac{13}{7} I_2 \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

식①과 식④에서

$$I_1 = \frac{13}{50} V_S ,$$

$$I_2 = \frac{7}{50} V_S$$

이다. 따라서, $I_O = I_2 = \frac{7}{50} V_S$ 이다.

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

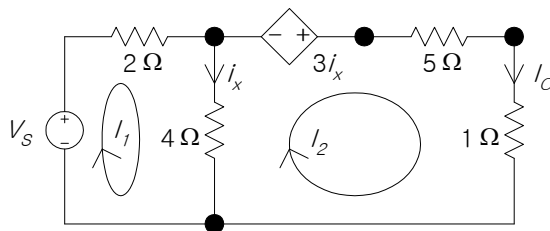


그림 s3.15

(3) 그림p3.15의 회로의 경우에는 마디변수의 수나 루프변수의 수는 동일하므로 계산과정은 비슷하다.

[3.16] 그림 p3.16의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

(1) 마디해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.

(2) 루프해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.

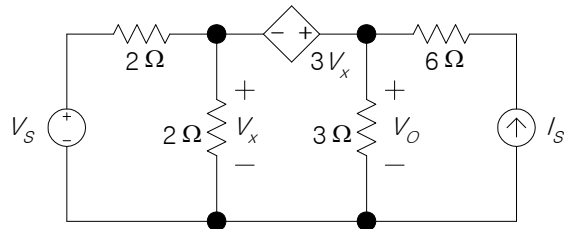


그림 p3.16

[풀이] (1) 2Ω 저항과 2Ω 저항이 연결된 마디의 전압은 $V_o - 3V_x$ 이고, 이 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{(V_o - 3V_x) - V_s}{2} + \frac{V_x}{2} + \left(\frac{V_o}{3} - I_s\right) = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$5V_o - 6V_x = 3V_s + 6I_s \quad \text{----- ①}$$

한편 KVL에 의하여 $V_x = -3V_x + V_o$ 이므로

$$V_x = \frac{1}{4} V_o \quad \text{----- ②}$$

이다. 식①과 식②에서,

$$V_o = \frac{6}{7} V_s + \frac{12}{7} I_s,$$

이다.

(2) 그림 s3.16에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_s = 2I_1 + 2(I_1 - I_2)$$

$$4I_1 - 2I_2 = V_s \quad \text{----- ①}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$2(I_1 - I_2) = -3V_x + 3(I_2 + I_s) \quad \text{----- ②}$$

V_x 는 다음과 같다.

$$V_x = 2(I_1 - I_2) \quad \text{----- ③}$$

식③을 식②에 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$8I_1 - 11I_2 = 3I_s \quad \text{----- ④}$$

식①과 식④에서

$$I_1 = \frac{11}{28} V_s - \frac{3}{14} I_s,$$

$$I_2 = \frac{2}{7} V_s - \frac{3}{7} I_s$$

이다. 따라서, V_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 V_O &= 3(I_2 + I_S) \\
 &= \frac{6}{7} V_S + \frac{12}{7} I_S
 \end{aligned}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

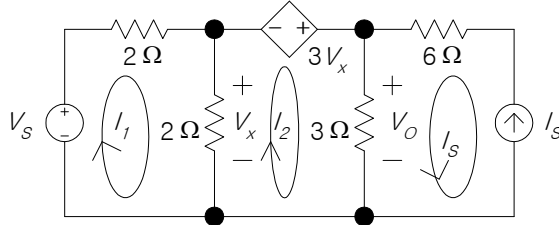


그림 s3.16

[3.17] 그림 p3.17의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

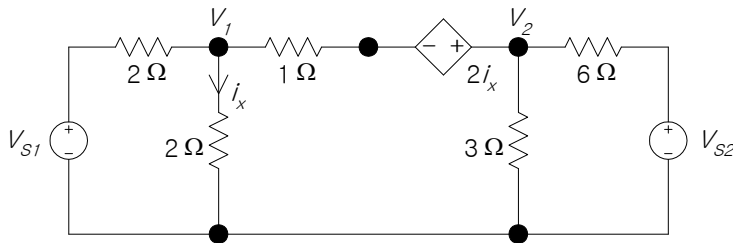


그림 p3.17

[풀이] (1) 1Ω 저항과 종속전압원이 연결된 마디의 전압은 $V_2 - 2i_x$ 이고, V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{V_1 - V_{S1}}{2} + \frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - (V_2 - 2i_x)}{1} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$4V_1 - 2V_2 + 4i_x = V_{S1} \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - (V_2 - 2i_x)}{1} = \frac{V_2}{3} + \frac{V_2 - V_{S2}}{6}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②를 얻는다.

$$6V_1 - 9V_2 + 12i_x = -V_{S2} \quad \text{----- ②}$$

이다. 한편 i_x 는 다음과 같다.

$$i_x = \frac{V_1}{2} \quad \text{----- ③}$$

식③을 식①에 대입하면,

$$6V_1 - 2V_2 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

이고, 식③을 식②에 대입하면,

$$12V_1 - 9V_2 = -V_{S2} \quad \text{-----} \quad \text{⑤}$$

이다. 식④와 식⑤에서,

$$V_1 = \frac{3}{10} V_{S1} + \frac{1}{15} V_{S2} ,$$

$$V_2 = \frac{2}{5} V_{S1} + \frac{1}{5} V_{S2}$$

이다.

(2) 그림 s3.17에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 2I_1 + 2(I_1 - I_2)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$4I_1 - 2I_2 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{①}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$2(I_1 - I_2) = 1 \times I_2 - 2i_x + 3(I_2 - I_3)$$

i_x 는 $i_x = I_1 - I_2$ 이므로 위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같이 된다.

$$4I_1 - 8I_2 + 3I_3 = 0 \quad \text{-----} \quad \text{②}$$

세 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$3(I_1 - I_3) = 6I_3 + V_{S2}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$3I_2 - 9I_3 = V_{S2} \quad \text{-----} \quad \text{③}$$

식①에서 식②을 빼면,

$$6I_2 - 3I_3 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \text{④}$$

식③과 식④에서,

$$I_2 = \frac{1}{5} V_{S1} - \frac{1}{15} V_{S2} ,$$

$$I_3 = \frac{1}{15} V_{S1} - \frac{2}{15} V_{S2}$$

이다. 식①에서

$$I_1 = \frac{7}{15} V_{S1} - \frac{1}{30} V_{S2}$$

이다. 오옴의 법칙에 의하여 V_1 과 V_2 는 다음과 같다.

$$V_1 = 2(I_1 - I_2)$$

$$= \frac{3}{10} V_{S1} + \frac{1}{15} V_{S2}$$

$$V_2 = 3(I_2 - I_3)$$

$$= \frac{2}{5} V_{S1} + \frac{1}{5} V_{S2}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

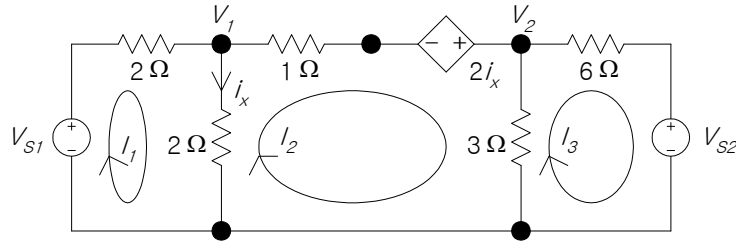


그림 s3.17

[3.18] 그림 p3.18의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.

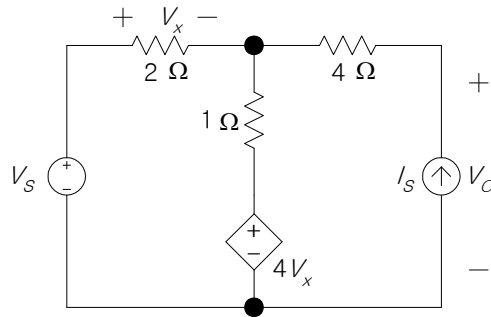


그림 p3.18

[풀이] (1) 그림 s3.18-1에서와 같이 2Ω 저항과 1Ω 저항이 연결된 마디의 전압을 V_1 이라고 하자. V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_S}{2} + \frac{V_1 - 4V_x}{1} = I_S$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$3V_1 - 8V_x = V_S + 2I_S \quad \text{----- ①}$$

한편 $V_1 = V_S - V_x$ 이므로

$$V_x = V_S - V_1 \quad \text{----- ②}$$

이다. 식①과 식②에서,

$$V_1 = \frac{9}{11} V_S + \frac{2}{11} I_S$$

이다. $V_1 = V_O - 4I_S$ 에서,

$$V_O = V_1 + 4I_S$$

$$= \frac{9}{11} V_s + \frac{46}{11} I_s$$

이다.

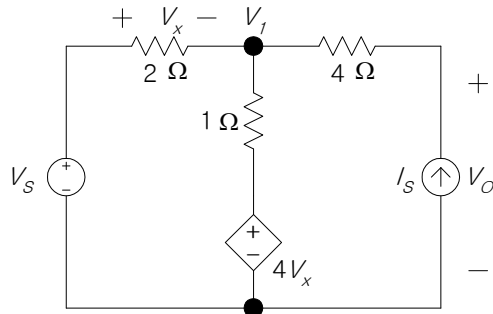


그림 s3.18-1

(2) 그림 s3.18-2에서와 같이 루프전류를 정의하자.

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_s = 2I_1 + 1 \times (I_1 + I_s) + 4V_x \quad \text{-----} \quad ①$$

V_x 는 다음과 같다.

$$V_x = 2I_1 \quad \text{-----} \quad ②$$

식①을 식②에 대입하면 I_1 은 다음과 같고,

$$I_1 = \frac{1}{11} V_s - \frac{1}{11} I_s \quad \text{-----} \quad ③$$

V_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o &= 4I_s + 1 \times (I_1 + I_s) + 4V_x \\ &= 5I_s + 9I_1 \\ &= \frac{9}{11} V_s + \frac{46}{11} I_s \end{aligned}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

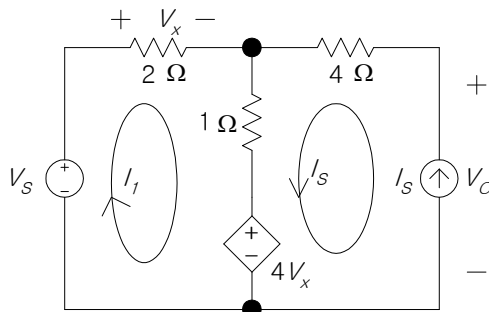


그림 s3.18-2

[3.19] 그림 p3.19의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_O 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
 (2) 루프해석법으로 V_O 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

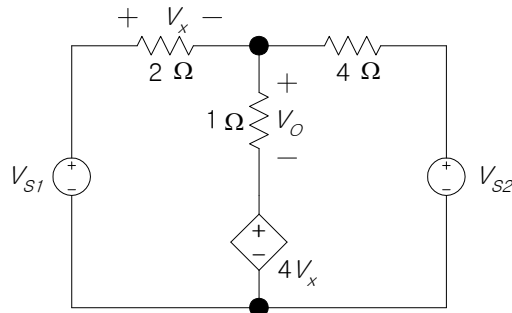


그림 s3.19

[풀이] (1) 그림 s3.19-1에서와 같이 2Ω 저항과 1Ω 저항이 연결된 마디의 전압을 V_1 이라고 하면 $V_O = V_1 - 4V_x$ 이다.

V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_{S1}}{2} + \frac{V_1 - 4V_x}{1} + \frac{V_1 - V_{S2}}{4} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$7V_1 - 16V_x = 2V_{S1} + V_{S2} \quad \text{----- ①}$$

한편 $V_1 = V_{S1} - V_x$ 이므로

$$V_1 + V_x = V_{S1} \quad \text{----- ②}$$

이다. 식①과 식②에서,

$$V_1 = \frac{18}{23} V_{S1} + \frac{1}{23} V_{S2} ,$$

$$V_x = \frac{5}{23} V_{S1} - \frac{1}{23} V_{S2}$$

이다. 따라서, V_O 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_O &= V_1 - 4V_x \\ &= -\frac{2}{23} V_{S1} + \frac{5}{23} V_{S2} \end{aligned}$$

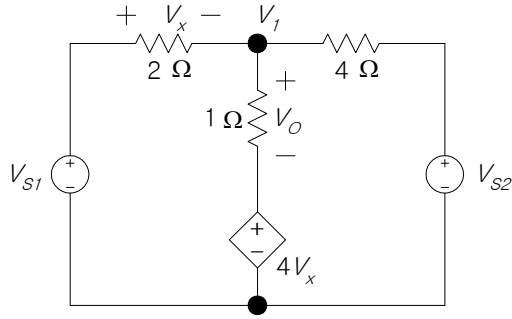


그림 s3.19-1

(2) 그림 s3.19-2에서와 같이 루프전류를 정의하자.

V_x 는 다음과 같다.

$$V_x = 2I_1 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 2I_1 + 1 \times (I_1 - I_2) + 4V_x$$

위의 식에 식①을 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$11I_1 - I_2 = V_{S1} \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$1 \times (I_1 - I_2) + 4 \times 2I_1 = 4I_2 + V_{S2}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$9I_1 - 5I_2 = V_{S2} \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

식②와 식③에서,

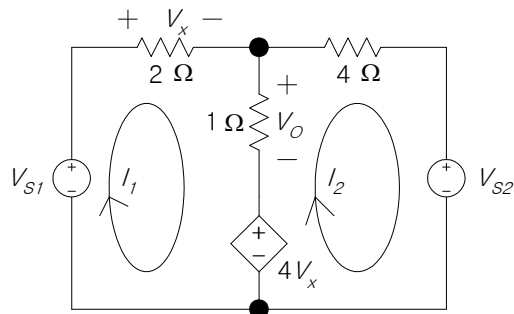
$$I_1 = \frac{5}{46} V_{S1} - \frac{1}{46} V_{S2} ,$$

$$I_2 = \frac{9}{46} V_{S1} - \frac{11}{46} V_{S2}$$

이다. 오옴의 법칙에 의하여 V_o 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_o &= 1 \times (I_1 - I_2) \\ &= -\frac{2}{23} V_{S1} + \frac{5}{23} V_{S2} \end{aligned}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.



<< 종속전류원이 포함된 회로의 해석 >>

[3.20] 그림 p3.20의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_o 를 V_s 의 함수로 나타내어라.

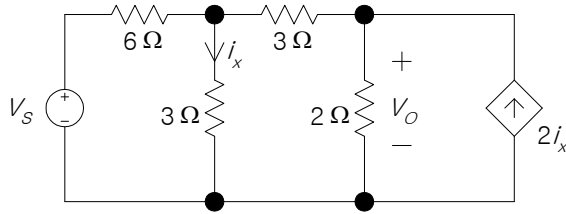


그림 p3.20

[풀이] (1) 6Ω 저항과 3Ω 저항이 연결된 마디의 전압을 V_1 이라고 하자. 이 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_s}{6} + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_o}{3} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①을 얻는다.

$$5V_1 - 2V_o = V_s \quad \text{----- ①}$$

3Ω 저항과 2Ω 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{V_o - V_1}{3} + \frac{V_o}{2} = 2i_x \quad \text{----- ②}$$

$i_x = \frac{V_1}{3}$ 를 식②에 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$V_1 = \frac{5}{6} V_o \quad \text{----- ③}$$

식①과 식③에서,

$$V_1 = \frac{5}{13} V_s,$$

$$V_o = \frac{6}{13} V_s$$

이다.

(2) 그림 s3.20에서와 같이 루프전류를 정의하자.

i_x 는 다음과 같다.

$$i_x = I_1 - I_2 \quad \text{----- ①}$$

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_s = 6I_1 + 3(I_1 - I_2)$$

위의 식을정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$9I_1 - 3I_2 = V_S \quad \text{-----} \quad ②$$

두 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$3(I_1 - I_2) = 3I_2 + 2(I_2 + 3i_x)$$

위의 식에 식①을 대입한 후 정리하면 다음의 식③을 얻는다.

$$I_1 = -4I_2 \quad \text{-----} \quad ③$$

식②와 식③에서,

$$I_1 = \frac{4}{39} V_S ,$$

$$I_2 = -\frac{1}{39} V_S$$

이다. 오옴의 법칙에 의하여 V_o 는 다음과 같다.

$$V_o = 2(I_2 + 2i_x)$$

$$= 4I_1 - 2I_2$$

$$= \frac{6}{13} V_S$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

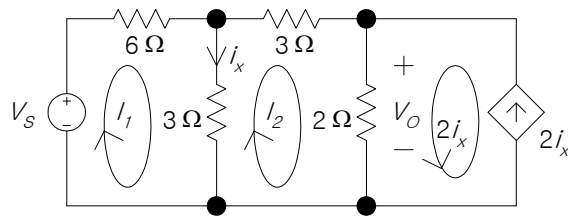


그림 s3.20

[3.21] 그림 p3.21의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_o 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.
- (2) 루프해석법으로 V_o 를 V_{S1} 과 V_{S2} 의 함수로 나타내어라.

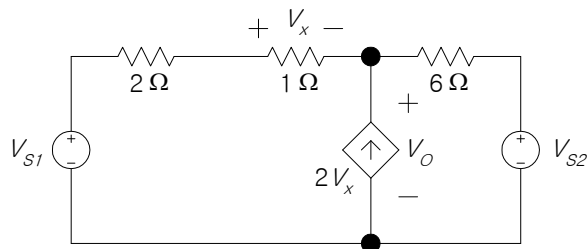


그림 s3.21

[풀이] (1) 1Ω 저항과 6Ω 저항이 연결된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_O - V_{S1}}{3} + \frac{V_O - 4V_{S2}}{6} = 2V_x \text{ ----- ①}$$

$V_O = -3V_x + V_{S1}$ 이므로

$$V_x = \frac{V_{S1} - V_O}{3} \text{ ----- ②}$$

이다. 식①과 식②에서, V_O 는 다음과 같다.

$$V_O = \frac{6}{7} V_{S1} + \frac{1}{7} V_{S2}$$

(2) 그림 p3.21-a에서와 같이 루프전류를 정의하면,

$$V_x = 1 \times I_1$$

이고

$$I_2 - I_1 = 2V_x$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$I_1 = \frac{1}{3} I_2 \text{ ----- ①}$$

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_{S1} = 3I_1 + V_O$$

$V_O = 6I_2 + V_{S2}$ 이므로 다음의 식을 얻는다.

$$3I_1 + 6I_2 = V_{S1} - V_{S2} \text{ ----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$I_1 = \frac{3}{7} V_{S1} - \frac{3}{7} V_{S2} ,$$

$$I_2 = \frac{1}{7} V_{S1} - \frac{1}{7} V_{S2}$$

이다. 따라서, V_O 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_O &= 6I_2 + V_{S2} \\ &= \frac{6}{7} V_{S1} + \frac{1}{7} V_{S2} \end{aligned}$$

마디해석법으로 풀으나 루프해석법으로 풀으나 결과는 같다.

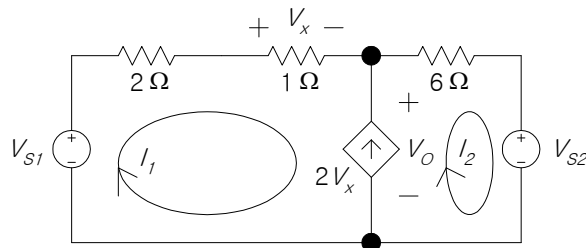


그림 s3.21

[3.22] 그림 p3.22의 회로에 대하여, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 마디해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.
 (2) 루프해석법으로 V_1 과 V_2 를 V_S 와 I_S 의 함수로 나타내어라.

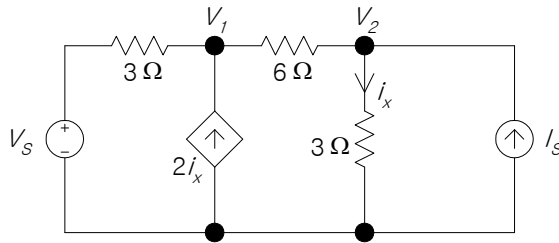


그림 p3.22

[풀이] (1) i_x 는 다음과 같다.

$$i_x = \frac{V_1}{3} \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1 - V_S}{3} + \frac{V_1 - V_2}{6} = 2i_x$$

이 식에 식①을 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$3V_1 - 5V_2 = 2V_S \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_2 - V_1}{6} + \frac{V_2}{3} = I_S$$

이 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$-V_1 + 3V_2 = 6I_S \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

식②와 식③에서,

$$V_1 = \frac{3}{2} V_S + \frac{15}{2} I_S,$$

$$V_2 = \frac{1}{2} V_S + \frac{9}{2} I_S$$

이다.

(2) 그림 s3.22에서와 같이 루프전류를 정의하면,

$$i_x = I_2 + I_S$$

이고

$$I_2 - I_1 = 2i_x$$

이므로 다음의 식을 얻는다.

$$-I_1 - I_2 = 2I_S \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

첫 번째 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$V_S = 3I_1 + V_1$$

$$= 3I_1 + 6I_2 + 3(I_2 + I_S)$$

위의 식을 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$3I_1 + 9I_2 = V_S - 3I_S \text{ ----- ②}$$

식①과 식②에서,

$$I_1 = -\frac{1}{6} V_S - \frac{5}{2} I_S ,$$

$$I_2 = \frac{1}{6} V_S + \frac{1}{2} I_S$$

이다. V_1 과 V_2 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_1 &= V_S - 3I_1 \\ &= \frac{3}{2} V_S + \frac{15}{2} I_S \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= 3(I_2 + I_S) \\ &= \frac{1}{2} V_S + \frac{9}{2} I_S \end{aligned}$$

마디해석법으로 푸나 루프해석법으로 푸나 결과는 같다.

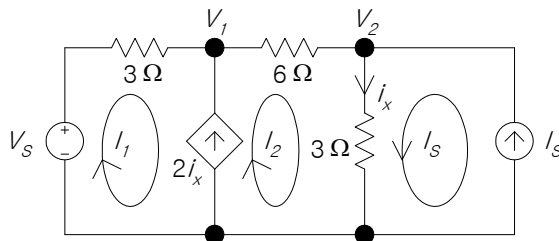


그림 s3.22

[3.23] 그림 p3.23의 회로에 대하여, 마디해석법으로 마디전압 V_1 과 V_2 를 구하여라.

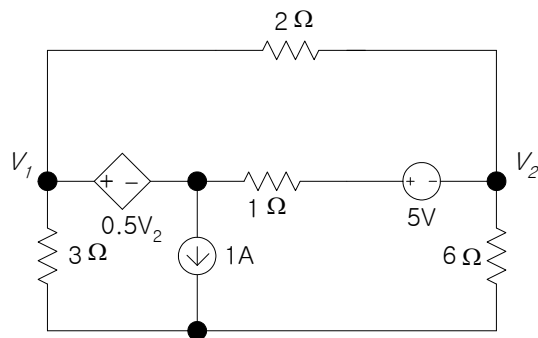


그림 p3.23

[풀이]

(1) 그림 s3.23의 회로에서, V_1 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{2} + \left\{ 1 + \frac{(V_1 - 0.5V_2) - (V_2 + 5)}{1} \right\} = 0$$

위의 식을 정리하면 다음의 식①과 같다.

$$11V_1 - 12V_2 = 24 \quad \text{----- ①}$$

V_2 표시된 마디에서 KCL을 적용하면 다음의 식을 얻고,

$$\frac{(V_1 - 0.5V_2) - (V_2 + 5)}{1} = \frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2}{6}$$

위의 식을 정리하면 다음의 식②와 같다.

$$9V_1 - 13V_2 = 30 \quad \text{----- ②}$$

식①과 식②를 풀면,

$$V_1 = -\frac{48}{35} [\text{V}],$$

$$V_2 = -\frac{114}{35} [\text{V}]$$

이다.

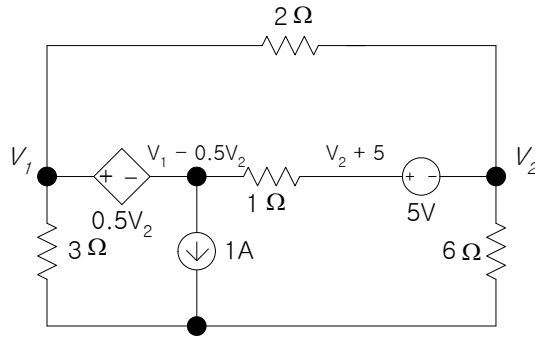


그림 s3.2a 그림p3.23의 회로와 동일한 회로

[3.24] 그림 p3.24의 회로에서, 루프전류 I_1 , I_2 , I_3 를 구하여라.

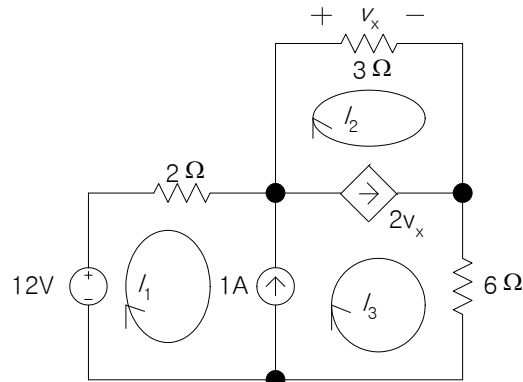


그림 p3.24

[풀이] 그림p3.24의 회로에서, $v_x = 3 I_2$ 이고,

$$-I_1 + I_3 = 1 \quad \text{-----} \quad \textcircled{1}$$

이고, $-I_2 + I_3 = 2v_x = 6I_2$ 이다. 즉,

$$-7I_2 + I_3 = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{2}$$

이다. I_1 표시된 루프에 대하여 KVL을 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$12 = 2I_1 + 3I_2 + 6I_3 \quad \text{-----} \quad \textcircled{3}$$

식①과 식③에서 I_1 을 소거하면 다음의 식④를 얻는다.

$$3I_2 + 8I_3 = 14 \quad \text{-----} \quad \textcircled{4}$$

식②와 식④에서,

$$I_2 = \frac{14}{59} [\text{A}],$$

$$I_3 = \frac{98}{59} [\text{A}]$$

이고, $I_1 = \frac{39}{59} [\text{A}]$ 이다.